LA GEOMETRIA DEL ESPACIO: UN FASCINANTE MUNDO POR DESCUBRIR

Dr Bernardo Camou
bernardocamou@adinet.com.uy
Liceo 10, Montevideo, Uruguay

Tema: Investigación Didáctica
Modalidad: CP
Nivel: Medio y Terciario
Palabras Claves: Integración, Representación, Aproximación, Tecnología.

Resumen

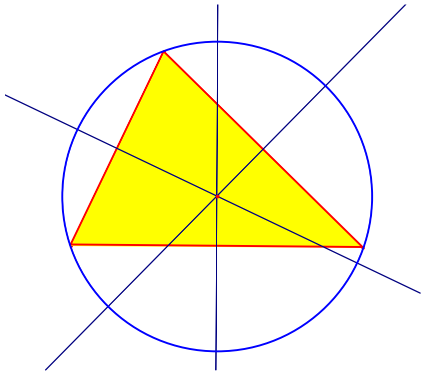
La Geometría de Espacio es un rico mundo matemático que nos rodea y sin embargo pareciera estar casi ausente de la enseñanza. El principal obstáculo para la enseñanza de la geometría del espacio es el problema de la representación de los objetos de tres dimensiones.

A lo largo de más de 25 años he venido desarrollando un enfoque para poder aprender Geometría del Espacio al que he denominado ingeniería ***iMAT*** *(integrando Multirepresentaciones, Aproximaciones y Tecnología). El supuesto fundamental de iMAT es que para aprender Geometría del Espacio no alcanza con usar un solo tipo de representación sino que es imperioso utilizar un conjunto de representaciones, que de diferentes formas, aproximan el mismo objeto geométrico. Los dibujos planos de los objetos 3D constituyen las representaciones más abstractas y por lo tanto deben ser ineludiblemente precedidos por representaciones concretas, semi-concretas y semi-abstractas.*

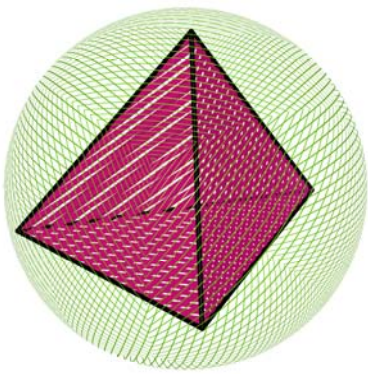
En el marco de una tesis de Doctorado para la Universidad de Georgia (USA), se enseñó experimentalmente geometría del espacio durante dos semanas a 140 alumnos de nivel Secundario (mitad uruguayos y mitad estadounidenses) utilizando la ingeniería ***iMAT*** *. Los alumnos al cabo del curso mostraron signos inequívocos de haber logrado un aprendizaje significativo sobre geometría del espacio.*

Desarrollo

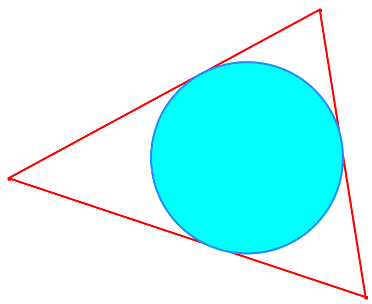
En los cursos de geometría liceales es común enseñar la propiedad de que por los tres vértices de un triangulo pasa siempre una circunferencia, como vemos en la siguiente figura:

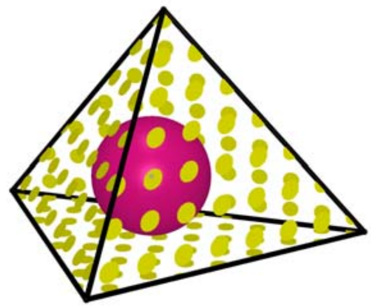


Sin embargo la propiedad análoga en el espacio, que por los tres vértices de un tetraedro cualquiera pasa siempre una esfera, es una propiedad prácticamente ignorada.



De forma similar nuestros alumnos aprenden que existe una circunferencia interior tangente a los lados de cualquier triángulo, pero no saben que existe siempre una esfera tangente a las caras de cualquier tetraedro. Podemos ver una representación de estas dos propiedades en las siguientes figuras.





Los alumnos de nivel Secundario en su mayoría desconocen los nombres de los poliedros regulares convexos y eso que son apenas cinco. Las nociones de ángulo diedro y ángulo esférico resultan totalmente desconocidas así como los fantásticos invariantes que constituyen la fórmula de Euler y el Teorema de Descartes sobre los defectos angulares.

En el currículum de Matemática de nivel Secundario en Estados Unidos, la geometría representa solamente la quinta parte y la geometría del espacio representa tan sólo el 10% de toda la geometría que se enseña.

En nuestro país la presencia de Geometría del Espacio en los programas es mayor, pero lo efectivamente enseñado es poco por las dificultades que enfrentan los docentes de matemática para cubrir esta parte del programa.

Mi interés en intentar desarrollar la enseñanza de la geometría del espacio surgió hace más de 20 años cuando se me planteó el problema de calcular el volumen de todos los poliedros regulares y no sabía como hacerlo.

Este fue el comienzo de una investigación informal al principio que luego fue paulatinamente encontrando la forma de hacerse más profesional y rigurosa.

Estoy en condiciones de afirmar que el principal obstáculo para el estudio de la geometría del espacio está ligado con el problema de la representación.

El dibujo plano de un objeto matemático de tres dimensiones debe necesariamente ser precedido de otro tipo de representaciones: concretas, semi-concretas y semi-abstractas.

Querer aprender geometría del espacio comenzando por representaciones planas es como dice el refrán: *poner el carro delante de los bueyes.* Las representaciones planas, son elementos muy abstractos para ser el comienzo del estudio; es complejo producirlas e interpretarlas y además permiten muy escasa experimentación.

Para poder abordar eficientemente la Geometría del Espacio se ha desarrollado la ingeniería iMAT (integrando Multirepresentaciones, Aproximaciones y Tecnología). Este enfoque aborda los objetos geométricos de tres dimensiones partiendo de modelos en 3D (con cartulina o cañitos) luego utiliza figuras semi-abstractas Cabri 3D para recién al final utilizar representaciones planas. Cada nueva representación aproxima el objeto de una forma diferente y su conjunto es lo que posibilita la correcta conceptualización.

La integración tiene un doble sentido: por un lado se integra geometría con trigonometría y álgebra y por otro lado se integra geometría plana con geometría del espacio.

Durante el año 2007, junto con dos profesoras uruguayas de matemática, se escribió el primer borrador de un curso de geometría del espacio con este enfoque.

Quien escribe estas líneas tuvo la oportunidad de enseñar durante 2008 parte de este curso en la asignatura Geometría en el primer año del profesorado de matemática del IPA.

Durante 2010 y 2011 el mismo curso, ampliado y traducido al inglés, fue enseñado por el Dr. Olive y por mí en la Universidad de Georgia (USA).

El gran recibimiento que tuvo este curso motivó que fuera aceptado efectuar la tesis de Doctorado referente a este tema.

Se diseñó un pequeño curso de geometría del espacio de solamente dos semanas para ser enseñado a estudiantes uruguayos y estadounidenses para intentar mostrar la efectividad del enfoque iMAT.

Participaron alrededor de 70 alumnos uruguayos y 70 alumnos estadounidenses pertenecientes a 4 instituciones. El mini-curso de dos semanas se enseñó en forma similar en los 7 grupos a los que los alumnos pertenecían. Antes de comenzar la experimentación se hizo una prueba diagnóstico y luego de finalizar el curso se hizo una evaluación final. Se filmaron la mayoría de las clases y se le pidió a los alumnos que completaran anónimamente una evaluación. También se hicieron entrevistas en focus groups donde se recogió la opinión de los estudiantes con mayor profundidad.

La experimentación transcurrió durante 2011 y el propósito de experimentar con estudiantes de dos nacionalidades fue buscar más robustez en los resultados es decir resultados que fueran independientes de la lengua (inglés o español) y del país.

Durante la investigación el énfasis fue buscar las similitudes que se dieran en todos los grupos respecto al proceso de aprendizaje aunque inevitablemente hubo que efectuar algunas comparaciones. Se analizó factores tales como nacionalidad, género, situación socio-económica y motivación externa utilizándose métodos mixtos (métodos cuantitativos y cualitativos) para analizar los resultados.

Cabe señalar que la investigación requirió un complejo proceso de preparación antes de llegar a la etapa de la experimentación y recolección de datos.

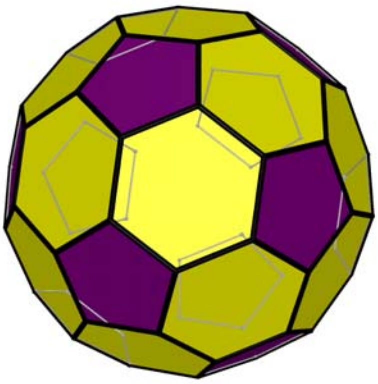
En dicho proceso colaboraron varios profesores de matemática de Uruguay y Estados Unidos así como profesores de la Universidad de Georgia quienes fueron los encargados de corregir y aprobar la metodología a emplear así como vigilar la ética de los procedimientos.

En abril de 2012 fue defendida con éxito la tesis para obtener el doctorado.

Compartiremos imágenes de la experimentación así como algunos testimonios recogidos. También se darán a conocer los resultados oficiales más importantes de la investigación así como posiblemente algunos no oficiales.

Los alumnos durante esas dos semanas conocieron los poliedros regulares. Descubrieron la fórmula de Euler. Midieron ángulos diedros y luego los calcularon usando trigonometría. Aprendieron a calcular áreas y volúmenes de los poliedros.

Aprendieron a truncar los poliedros para obtener cuerpos Arquimedianos:



Así descubrieron que el icosaedro truncado es la pelota de fútbol y, como el icosaedro tiene 20 caras y 12 vértices entonces la pelota de fútbol tiene 20 hexágonos y 12 pentágonos.

También jugaron con dados poliédricos como los de la siguiente figura.

Y mientras se divertían mucho tirando estos dados, aprendían probabilidad.
Un alumno de EEUU dijo que en esas dos semanas había aprendido más geometría de lo que había aprendido en toda su vida.

Al final con mucho gusto se contestarán preguntas relativas al contenido, a la forma o los detalles de la investigación así como de sus resultados.

Voy a terminar formulando una pregunta simple y fascinante como las muchas que tiene la geometría del espacio. Todos sabemos en geometría plana clasificar los triángulos por sus ángulos, en acutángulos, rectángulos y obtusángulos, o por sus lados, en equiláteros, isósceles y escalenos.

Ahora en geometría del espacio ¿cómo se clasifican los tetraedros?

Bibliografía

Bainville, E. & Laborde, J.M. (2004) *Cabri 3D*. Cabrilog. Grenoble, France.

Camou, B. (2006). *Diario de un Profesor de Matematica*. Montevideo,Uruguay: Ediciones Brio.

Guillen, G. (1997). *El mundo de los poliedros.* Madrid, Spain: Editorial Síntesis.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations. The logic of Mathematical Discovery.* London: Cambridge University Press.

University of Cambridge. (2002) *Why do we study geometry? Answers through the ages*. Retrieved from: http://www.dpmms.cam.ac.uk/~piers/F-I-G_opening_ppr.pdf.

Zambra, M., Belcredi, L. & Rodriguez, M. (1997). *Geometría.* Colección Mosaicos. Montevideo, Uruguay: Ediciones de la Plaza.

LA IMPORTANCIA DE LAS CONJETURAS EN NUESTRA FORMACIÓN

Jimena Lemes
jimenalemes@gmail.com
Instituto de Profesores Artigas

Tema: Historia de la Matemática
Modalidad: Conferencia Regular
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Conjeturas, desarrollo del pensamiento científico, números transfinitos.

Resumen

En esta conferencia, trabajaremos a partir de tres conjeturas matemáticas contando una experiencia de clase.

Se muestran distintas opiniones del por qué incluir historia de la matemática en nuestros cursos. Los problemas que se exponen son conjeturas, por lo tanto no tienen todavía una demostración. El choque de verse frente a problemas abiertos, genera sentimientos de todo tipo: sobre la posición del docente frente a una clase y frente a lo dinámico de la matemática en sí misma.

Luego se realiza un recorrido por la vida de George Cantor y su concepción del infinito, sus luchas con su profesor Leopold Kronecker, y la formulación de la hipótesis del continuo.

La idea de esta conferencia nace por dos razones fundamentales. Mostrar por un lado una metodología de "clase-laboratorio", en la que se motiva a la construcción matemática de los conceptos y a generar un pensamiento científico, con dudas, discusiones, uso de contraejemplos, etc… y no solo a dar contenido exclusivamente matemático.

Por otro lado, mostrar el desarrollo del concepto del infinito, en el que terminé por leer trabajos sobre el matemático George Cantor.

Considero que desde nuestro rol es fundamental poder transmitir que la construcción de la matemática no es instantánea, ni es perfecta desde que se imagina hasta que se crea, y por supuesto, tampoco está terminada. El hecho de ir descartando casos, probando, tomando distintos caminos, evaluando los resultados, justificando cada respuesta… Y disfrutando más del camino, antes que de la gloria del llegar, hace el quehacer de la matemática.

La experiencia se desarrolló en un 5to año de la orientación físico-matemática, en el curso de matemática II, luego de haber trabajado con los temas: número natural, inducción completa, divisibilidad. Tiene una carga horaria de 5 horas semanales de 35 minutos cada una. Se esperaba que tuvieran herramientas del tipo: demostraciones por inducción completa, búsqueda de contraejemplos, discusiones e intercambio de opiniones, justificación de razonamientos.

Para este objetivo se trabajó con tres conjeturas:

- Conjetura de los primos asociados o primos gemelos.
- Conjetura de Collatz.
- Conjetura de Goldbach.

Las mismas serán presentadas por los estudiantes en esta conferencia. Luego se presentan algunas posturas de la NTCM, Miguel de Guzmán, Fried, Tzanakis y Arcavi relacionadas a la integración de la historia de la matemática en nuestras clases.

A partir de aquí, nos concentraremos en el trabajo que desarrolló Cantor.

Se introduce el concepto de número transfinito como el cardinal de un conjunto infinito. Se observa porqué N, Z y Q poseen la misma cardinalidad, recorriendo distintos momentos históricos y cuestionamientos. Se discute sobre la cardinalidad de R, y se cuestiona sobre la existencia de un conjunto infinito "intermedio" hasta llegar a la conjetura de Cantor.

A partir de este desarrollo se espera que logren verse las distintas motivaciones de diferentes generaciones de matemáticos, sus historias de vida, sus concepciones filosóficas y sus posturas. En fin, la historia de la matemática humanizando teoremas, poniendo caras y naturalizando teorías abstractas.

Referencias bibliográficas

- Mankiewicz, R. (2005). *Historia de las matemáticas. Del cálculo al caos.* Barcelona: Paidós

- Apóstolos, D. (2005). *El Tío Petros y la conjetura de Golbach*. Barcelona: Ediciones B

- Tzanakis, C., Arcavi, A., et al. (2000) *Integrating history of mathematics in the classroom.*

- Gaussianos
  http://gaussianos.com/numeros-primos-gemelos-y-demas-familia/
  http://gaussianos.com/la-conjetura-de-collatz/
  http://gaussianos.com/el-malephicio-del-infinito/#more-1505
  http://gaussianos.com/la-diagonalizacion-de-cantor/ Consultado 12/2011

- George Cantor y la teoría de conjuntos transfinitos
  http://www.cayocesarcaligula.com.ar/Textos/Cantor/georg_cantor_y_la_teoria_de_transfinitos.htm Consultado 12/2011

PENSAR GEOMÉTRICAMENTE

Ariel Fripp – Carlos Varela
arielfripp@gmail.com - carvar@adinet.com.uy
Uruguay

Pensamiento geométrico
CR
Primaria (6 a 11 años), Formación y actualización docente.
Geometría – Actividades – Enseñanza – Prácticas habituales

En esta conferencia, los autores del libro PENSAR geométricaMENTE (Grupo Magró Editores) trabajarán distintos aspectos vinculados a la Enseñanza de la Geometría en la Escuela Primaria. Se pretenderá sintetizar las ideas fundamentales expresadas en el libro:

- Mitos y realidades sobre la Enseñanza de la Geometría
- Análisis de las prácticas habituales
- Tipos de actividades geométricas
- El Análisis didáctico como herramienta de la planificación áulica

En primer lugar se analizarán las creencias que tienen los docentes sobre la Geometría y su implicancia en las prácticas de enseñanza. Posteriormente se presentarán algunas de las actividades del libro y las producciones de los alumnos. Se le otorgará un lugar preponderante al Análisis didáctico como forma de enriquecer los procesos de enseñanza y así favorecer la reflexión docente al momento de enseñar Geometría.

1.- Mitos y realidades sobre la Enseñanza de la Geometría

"Creemos que hay un modo de estudiar geometría que permite que los alumnos desarrollen un modo de pensar, propio de la matemática, que solo existe si la escuela lo provoca y al que creemos que todos los alumnos tienen derecho a acceder. Es la relación con el saber la que está en juego." (Sadovsky *et al*, 1998).

Compartimos la expresión de Patricia Sadovsky cuando sostiene que hay un modo de estudiar Geometría que se relaciona, en los docentes, con una forma de enseñar Geometría. Y en esa forma se traslucen ciertas creencias sobre esta disciplina.

En este taller nos parece interesante poder discutir algunas creencias instaladas en el pensamiento de los docentes. Consideramos que esa discusión podría contribuir a explicitar la concepción de enseñanza de la Geometría que poseen algunos maestros uruguayos.

Nuestro trabajo con docentes de Educación Inicial y Primaria, tanto en su formación básica así como en su formación en servicio, nos ha permitido reconocer estas creencias:

Creencia 1 – *La Geometría nos rodea, la Geometría está en todas partes.*

Creencia 2 – *Los objetos geométricos tienen características físicas.*

Creencia 3 – *Son muchos los nombres que hay que aprender en Geometría.*

Creencia 4 – *Trabajar con áreas, perímetros y volúmenes es trabajar Geometría.*

Creencia 5 – *Enseñar Geometría es muy difícil porque esta disciplina es muy abstracta.*

Creencia 1 – *La Geometría nos rodea, la Geometría está en todas partes.*

En una entrevista con una docente, ella manifiesta: *“obviamente yo arranco de la naturaleza para que ellos entiendan que figuras tenemos en todos lados y que somos unos copiadores. Entonces después traemos los típicos cuerpos de madera”*. Esta concepción, que sabemos es sostenida por muchos docentes, tiene una fuerte implicancia en las habituales prácticas de enseñanza. Si la Geometría rodea al niño, exigiría al maestro proponer actividades que permitan que los alumnos la descubran o actividades en las cuales el maestro se las muestre.

Creencia 2 – *Los objetos geométricos tienen características físicas.*

Es común escuchar expresiones como las siguientes: *“los cuerpos redondos son aquellos que ruedan”; “la base de un cuerpo es donde éste se apoya”; “los prismas ocupan un lugar en el espacio”*. ¿Qué tienen en común estas afirmaciones? Todas ellas consideran a las figuras geométricas como objetos físicos. Sabemos que los objetos geométricos son por sí mismos creaciones ideales del hombre y no tienen más existencia que en la representación mental de cada uno de los individuos.

Creencia 3 – *Son muchos los nombres que hay que aprender en Geometría.*

Todas las disciplinas tienen una colección de nombres a aprender. Consideramos que la Geometría no es la excepción. Pero sí cabe destacar en esta creencia, la preocupación de los docentes por asociar la enseñanza de la Geometría casi exclusivamente a la enseñanza de nombres.

Creencia 4 – *Trabajar con áreas, perímetros y volúmenes es trabajar Geometría.*

Es usual encontrar en algunos libros de texto, propuestas que asocian el trabajo de Geometría con el cálculo de áreas o perímetros.

Creencia 5 – *Enseñar Geometría es muy difícil porque esta disciplina es muy abstracta.*
¿Cómo es posible que se considere la Geometría como una disciplina muy abstracta si para muchos docentes, los objetos geométricos les rodean? ¿No será que aquellos docentes que han profundizado en el estudio de esta disciplina y reconocen el carácter ideal de sus conceptos, encuentren muy difícil la enseñanza de ellos en la educación primaria?

2.- Las prácticas de enseñanza.

Sin intentar ser exhaustivos en el análisis de las prácticas de enseñanza de la Geometría en nuestro país, podemos decir que en las mismas se detectan algunas características comunes a ellas. A partir de estas características, nos atrevemos a categorizar las prácticas de enseñanza en:

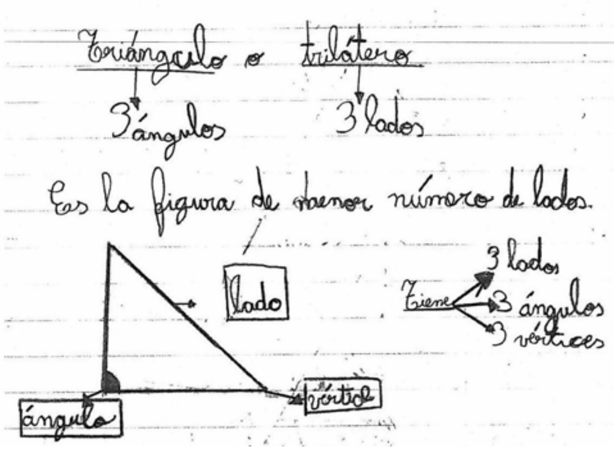
- Prácticas ostensivas
- Prácticas nominalistas
- Prácticas vinculadas a la medida.

Las autoras francesas René Berthelot y Marie – Helene Salin, reconocen a la ostensión como una *"observación dirigida de una realidad sensible o de una representación y supone que los alumnos son capaces de apropiárselos y de entender su empleo en otras situaciones"* (Berthelot y Salin, 1993, 10).

El docente que ostenta un saber, insiste con información geométrica adelantándose a las necesidades intelectuales de sus alumnos. Presenta información sobre las figuras geométricas pero sin establecer las relaciones que favorecen la construcción del concepto.

Generalmente la presentación ostensiva apela a representaciones únicas de los objetos geométricos lo que puede provocar otras consecuencias. El alumno puede agregar a las figuras con las que trabaja dos pseudo propiedades geométricas: la posición y la dimensión.

Si se considera un concepto geométrico como una terna conceptual, lo estaríamos pensando como una representación, un nombre y un conjunto de atributos. Enfatizar en la representación podría conducir a prácticas ostensivas. Enfatizar en el nombre podría conducir a prácticas nominalistas. El siguiente trabajo es un ejemplo de ello:



Además de las características que ya hemos planteado relacionadas a las prácticas de enseñanza de la Geometría consideramos que en los últimos grados del ciclo escolar el maestro planifica como parte del trabajo geométrico el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes.

Podemos coincidir en que las figuras geométricas pueden constituirse en un buen soporte del trabajo con magnitudes. El maestro tendría que tener claro que cuando trabaja con perímetros, áreas y volúmenes no está trabajando con Geometría, a pesar de estar utilizando representaciones geométricas.

3.- Tipos de actividades geométricas

A partir de las particularidades que presenta un problema geométrico, hemos caracterizado las propuestas que apuntan a desarrollar un pensamiento geométrico en:

a) Actividades de representación: llamamos actividad de representación a aquella en la cual se encuentra involucrada esencialmente la representación física de una figura geométrica.
b) Actividades de copia: las actividades de copia son un caso particular de las llamadas actividades de representación. Entendemos por actividades de copia a las que exigen reproducir una figura dada.
c) Actividades de comunicación: esta categorización se basa en ciertas características de las situaciones de formulación o comunicación planteadas por Brousseau cuando clasifica las situaciones didácticas.
d) Actividades de clasificación: en Geometría cuando se clasifican figuras según un criterio determinado, se procede a agruparlas en subconjuntos donde sus

integrantes poseen la cualidad que se está considerando como criterio de clasificación.

e) Actividades con legajos: llamaremos legajo de una figura geométrica a aquel texto donde se explicitan las características que se conocen de una figura.

4.- Análisis didáctico de actividades.

"Son numerosos quienes defienden que las relaciones, y no los objetos, deberían ser la base del pensamiento científico. En el ámbito de la mente se plantean las mismas cuestiones. Más nos valdría concebir la mente en términos de patrones conectivos, de danza interactiva entre sus partes, que de partes aisladas". (Kincheloe, 2001, 193).

¿Dónde radica la importancia de analizar didácticamente una actividad geométrica? Consideramos que su importancia está en la posibilidad que ofrece, al planificar una actividad, de establecer y enriquecer relaciones varias: relaciones entre el docente y los alumnos, entre los estudiantes y entre el concepto geométrico y los alumnos.

Creemos importante tener claro el contenido programático que se quiere enseñar al momento de planificar una actividad de Geometría. También será conveniente analizar las posibles variables didácticas a tener en cuenta en el desarrollo de la actividad y su relación con los procedimientos de resolución de los alumnos así como las intervenciones docentes a realizar.

Bibliografía

BERTHELOT, R.; SALIN, M.H. 1993. La enseñanza de la Geometría en la escuela primaria. En *Grand N*.Nº53. Grenoble (Traducido para el PTFD por Capdevielle, B.; Varela, L. y Willson, P. 1994)

BKOUCHE, R. ; CHARLOT, B. ; ROUCHE. N. *Faire des Mathématiques: le plaisir du sens.* Conferencia pronunciada por B. Charlot en Cannes, en marzo de 1986. Disponible en < http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/epistemologia_charlot.pdf>

BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H.; VARELA, C. 2008. *Estudiar Matemática en 4º*. Montevideo: Ediciones Santillana S.A.

BROUSSEAU, G. 1987. *Didáctica de las Matemáticas y cuestiones de Enseñanza: proposiciones para la Geometría.* Sciences de l'Education 1-2

BROUSSEAU, G. 2007. *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

CHARNAY, R. 1994. "Aprender por medio de la resolución de problemas", en C. Parra e I. Saiz (comps.): Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones. Buenos Aires: Paidós.

DE VILLIERS, M.D. 1994. *The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals, For the Learning of Mathematics, Vol. 14, Nº 1.*

DUVAL, Raymond. 1995. Como hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y…..una quinta. Universidad del Litoral Costa de Opale.

EISNER, Elliot. 1998. *La escuela que necesitamos*. Buenos Aires: Amorrortu.

FRIPP, A.; RODRIGUEZ RAVA, B. 2005. *Trazados sí…Pero ¿cómo?...y, ¿Para qué?* En Beatriz Rodríguez Rava y Alicia Xavier de Mello, El Quehacer Matemático en la Escuela. Montevideo: Fondo Editorial Queduca.

FRIPP, A. 2011. *Las operaciones en la escuela primaria. Escenario para hacer matemática.* Montevideo: Ediciones Santillana S.A.

FRIPP, A.; VARELA, C. 2011. *PENSAR geométricaMENTE*. Montevideo. Grupo Magró Editores.

GALVEZ, G. 1985. *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria.* Tesis doctoral. Director de Tesis, Guy Brousseau. DIE. México.

GALVEZ, G. 1994. *La didáctica de las matemáticas.* En Cecilia Parra e Irma Saíz (comps.) 1999. Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. Buenos Aires: Paidós.

ITZCOVICH, H. 2005 Iniciación al estudio didáctico de la geometría. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

JACKSON, P. 2002. *Práctica de la enseñanza.* Buenos Aires: Amorrortu.

KINCHELOE, Joe L. 2001. *Hacia una revisión crítica del pensamiento docente. Barcelona: Octaedro.*

PONCE, H. 2003. *Enseñar Geometría en el primer y segundo ciclo. Diálogos de la capacitación.* Secretaría de Educación. Ciudad de Bs.As.

QUARANTA, M. E.; RESSIA, B. 2007. El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños. En Revista de Educación Matemáticas 0 a 5. La educación de los primeros años. Nº 56. Buenos Aires. Novedades Educativas.

SADOVSKY, P *et al*. 1998. *Documento de actualización didáctica Nº5, Matemática, Segundo Ciclo de la EGB. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.*

MODELIZACIÓN DE PROBLEMAS ESTADÍSTICOS MEDIANTE GRAFOS

Patricia Caro - Teresa Braicovich
caropatriciaj@yahoo.com.ar, teresabraicovich@gmail.com
Universidad Nacional del Comahue. Argentina

Tema: Pensamiento probabilístico-estadístico
Modalidad: Conferencia Regular
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Modelización - Probabilidad de estados – Grafos balanceados- Procesos estocásticos

Resumen

El eje de esta conferencia es la modelización, se mencionarán distintas concepciones de modelos y, luego, en particular de modelos matemáticos.
Los modelos matemáticos deben considerarse en dos sentidos, uno de ellos extra-matemático, por ejemplo, aplicaciones de los grafos para resolver problemas y/o situaciones concretas. Además existe una modelización intra-matemática, que permite la comprensión y el manejo de nociones que no son fáciles de entender. En este último sentido, creemos que los grafos son un modelo realmente potente para trabajar determinados temas de distintas ramas de la matemática.
Luego, presentaremos, de manera sucinta, la relación entre grafos, autovalores y algunos coeficientes del polinomio característico asociados a la matriz adyacencia. Se continuará con el tema central, la modelización de problemas estadísticos mediante grafos. Se mostrará que pueden modelizar problemas estocásticos en los que se quiere calcular la probabilidad de que el sistema se encuentre en un determinado estado transcurrido cierto tiempo, esto simplifica enormemente el trabajo algebraico y además el árbol estadístico no permitiría una representación adecuada, pues tendría una cantidad infinita de ramas. Por último y para finalizar, se presentará un ejemplo de probabilidad asociado a recorridos en un cubo, cubo que será representado por un grafo planar.

DESARROLLO DE LA CONFERENCIA

1. Distintas acepciones de modelo

Se comenzará presentando distintas significaciones del término modelo, por ejemplo:

-"*Algunas veces se emplea la palabra modelo en lugar de, o recíprocamente con, teoría. Se puede ver a ambas como elementos o esquemas explicatorios que tienen un amplio marco conceptual, aunque a menudo los modelos se caracterizan por el empleo de analogías para dar una representación más gráfica o visual de un fenómeno particular con tal que sean precisos y no distorsionen los hechos, los modelos son de gran ayuda para alcanzar claridad y enfocar sobre asuntos claves en la naturaleza de los fenómenos*". (Cohen, L. y Manion, 2002, p.42)

- "*Sin lugar a dudas, la concepción de Giere de un modelo es a la vez sencilla y potente; cualquier representación que permite pensar, hablar y actuar con rigor y profundidad sobre el sistema estudiado califica como modelo teórico: no solo los modelos altamente abstractos, sino también las maquetas, las imágenes, las tablas, las* *redes, las analogías…siempre que habiliten a describir, explicar, predecir e intervenir.* (Adúriz-Bravo, A. 2010).

- "*Los modelos y las teorías pueden ser comparados a mapas geográficos. estos no son copias de un terreno. son una manera de poder ubicarse. El contenido de un mapa está determinado, de la misma forma que los modelos, por el proyecto que se tuvo al hacerlos... No se puede hablar, por lo tanto, de nada absoluto o "neutro" en la producción de un mapa; se hará aquel que parezca más práctico teniendo a la vista proyectos particulares. Y un buen mapa es aquel que permite que me ubique, teniendo en cuenta los proyectos que tengo*" (Foure, G. 1995)

- "*Modo de explicación, construcción teórica, idealizada, hipotética, que sirve para el análisis o evaluación de una realidad concreta. Ejemplo; el modelo copernicano del universo o el modelo Newtoniano de la Física*". (Japiassu, H. y Marcondes, D. 1989).

La idea más cercana a "*nuestro modelo*" sería la idea de Adúriz-Bravo, pues considera una concepción muy amplia de modelos.

2. Distintas acepciones de modelo matemático

A su vez, consideraremos específicamente los *modelos matemáticos*, citando algunas acepciones:

- "*Es necesario destacar la existencia de diversas visiones vinculadas a la modelización matemática en el ámbito educativo. En general se entiende que la modelización vincula la matemática y el mundo real. Las aplicaciones de la matemática también manifiestan este vínculo. Sin embargo, la modelización se focaliza en la dirección que va de la realidad hacia la matemática, mientras que la aplicación se focaliza en la dirección opuesta*". (Villarreal, M.; Esteley, C. 2010).

- "*Un modelo matemático es una representación de un fenómeno real, basada en relaciones matemáticas*" (Mochón 2000, p. 19)

- "*Desde el punto de vista de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) la modelización matemática debe formar parte integrante de cualquier proceso de estudio de las matemáticas puesto que la actividad de modelización se considera como sinónimo de actividad matemática funcional en contraposición a la actividad matemática formal*". (Barquero, B.; Bosch, M.; Gascón, J. 2010, p. 239).

A su vez, dentro de la idea de modelo matemático, se pueden diferenciar dos tipos de modelos, los modelos extra-matemáticos y los intra-matemáticos. Los modelos extra-matemáticos están relacionados con la modelización de situaciones no matemáticas, para ejemplificar mencionaremos el caso de una red de subtes, la misma será modelizada con un grafo, y se darán una serie de cuestiones referidas a inspecciones de trayectos, inspecciones de máquinas expendedora de boletos, entre otras. Una vez mencionada esta diferencia se tomarán algunos ejemplos de modelos intra-matemáticos, nos referiremos a continuación a elolos:

3. Modelos intra-matemáticos

Ejemplificaremos en este punto algunos de ellos, en particular los relacionados con álgebra lineal y estadística.

3.1. Álgebra lineal

Se mostrarán, entre otras, las siguientes relaciones entre grafos, polinomio característico de su matriz de adyacencia y autovalores:

- El grado del polinomio característico de *G* coincide con la cantidad de vértices del grafo *G*.

- El espectro de todo grafo *G* (simple y sin bucles) está constituido por números reales, es decir que E_G real.

- Sea *G* un grafo (simple y sin bucles) con *p* vértices, *q* aristas y $C_3(G)$ es el número de ciclos de longitud 3, tal que su espectro es:

$$E_G = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_p\}$$

Entonces,

$$1)\ \lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_p = 0$$
$$2)\ \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + ... + \lambda_p^2 = 2.q$$
$$3)\ \lambda_1^3 + \lambda_2^3 + ... + \lambda_p^3 = 6.C_3(G)$$

y si D es el valor del mayor grado, entonces $E_G \subset [-D, D]$

3.2. Modelización de problemas estadísticos mediante grafos

Se mostrará que, determinados problemas aleatorios, que pueden ser resueltos por diversos caminos, encuentran en los grafos una herramienta sencilla y práctica para llegar a la solución. La simulación de procesos aleatorios a través de grafos hace accesible a los alumnos problemas cuyo tratamiento formal o teórico es difícil o inadecuado, esto ocurre en procesos que dependen del tiempo y que a veces requieren de un intervalo temporal infinito.

La propuesta a desarrollar en esta conferencia es mostrar la modelización mediante grafos de ciertas situaciones en las que cada estado o suceso se caracteriza por su distancia al origen, para mostrar esto será necesario dar ciertas definiciones y propiedades. Es importante aclarar que, en el tipo de situaciones que se presentan, se hará de manera continua un paralelismo entre la resolución mediante modelización con grafos y la resolución según procedimientos más conocidos y/o habituales, como puede ser el trabajo con diagramas de árbol.

Algunas de los ejemplos se dan a continuación:

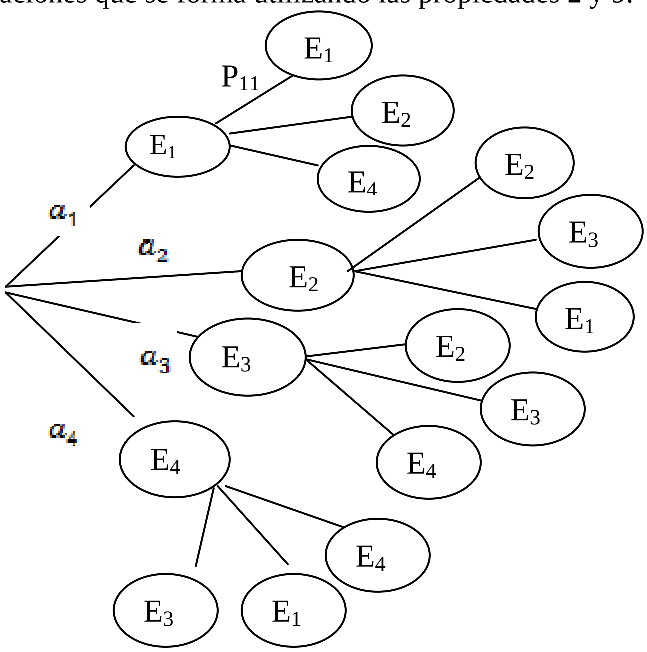
Ejemplo 1: *Calcular la probabilidad de que al lanzar dos monedas se obtenga exactamente una cara*

Ejemplo 2: *Lanzar un dado cúbico hasta obtener un 5. La pregunta es: ¿Cuántas tiradas se necesitan para que vuelva a salir otro 5?*

Ejemplo 3: En un país lejano sólo existen dos posibilidades en el clima, seco y mojado. Un estudiante de metereología sabe que la probabilidad de que el clima sea seco el 1° de enero del año en curso es a y la probabilidad de que en dos días consecutivos el clima sea el mismo, tiene un valor p, $0 < p < 1$.

Ejemplo 4: *calcular la probabilidad de cada estado, partiendo de cualquier estado inicial*

Solución: método tradicional utilizando diagrama de árbol y resolviendo el sistema de ecuaciones que se forma utilizando las propiedades 2 y 9.



$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$a_1 = \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{3}a_4$$

$$a_2 = \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \frac{1}{3}a_1$$

$$a_3 = \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \frac{1}{3}a_4$$

$$a_4 = \frac{1}{3}a_4 + \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{3}a_3$$

Resolviendo el sistema se obtiene:

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \frac{1}{4}$$

CONCLUSIONES

Creemos que es sumamente importante seguir trabajando en el sentido de modelos, el modelizar situaciones mediante grafos es simplemente una de las tantísimas posibilidades que permite el trabajar con modelización, nuestra intención en esta conferencia es mostrar justamente esto.

Referencias bibliográficas

Adúriz Bravo, A. (2010). *Hacia una didáctica de las ciencias experimentales basada en modelos*. II Congrés Internacional de Didàctiques 2010.

Bosch, M., García, F., Gascón, J. y Ruiz Higueras, L. (2006). La modelización matemática el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la TAD. *Educación Matemática*. Vol. 18. México: Santillana.

Braicovich, T., Caro, P., Cerda, V., Osio, E., Oropeza, M, y Reyes, C. (2009). *Introducción a la Teoría de Grafos*. Buenos Aires: Docuprint S.A.

Chiappa, R. Sanza, C. *Una introducción a Grafos y Matrices*. Editorial de la Universidad Nacional del Sur. (1999).

Contreras, M. (1998). Lenguaje simbólico y pruebas en la enseñanza de las matemáticas: un enfoque sociocognitivo. En G. Mugny y J. Pérez (Eds.), *Psicología social del desarrollo cognitivo*, Capítulo 2, pp. 265-288. Barcelona: Anthropos.

Contreras M. Probabilidad geométrica, grafos y procesos aleatorios.. http://www.mauriciocontreras.es/estadística4.pdf. Consultado el 02/03/2012

García, F. (2007) El álgebra como instrumento de modelización. *Investigación en Educación Matemática XI*. Universidad de Jaén. p. 71-90.

Lavalle. A. Rubio N (2003). El ábaco probabilístico en la Enseñanza. XXXI Coloquio Argentino de Estadística.

Pita Ruiz, C. (1991). *Álgebra lineal*. México. Editorial Mc. Graw Hill.

Villarreal, M.; Esteley, C. (2010). Modelización matemática como estrategia pedagógica. *III Reunión Pampeana de Educación Matemática*.

FRACTALES EN EL AULA DE SECUNDARIA

José Salvador Carrasco – Patricia Esther Peralta
profesorjosecarrasco@yahoo.com.ar – patricia.peralta6@speedy.com.ar
Instituto Superior de Formación Docente Nº 3 “Dr. Julio César Avanza” - Argentina

Tema: Formación de profesores y maestros
Modalidad: MC
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: fractales, formación docente, nivel secundario, propuestas para el aula.

Resumen

El desarrollo de la Geometría Fractal a partir de la segunda mitad del siglo XX creó un nuevo ámbito de investigación de la Matemática. Sin embargo, la Geometría Fractal muy recientemente ha comenzado a tener un reconocimiento en los diseños curriculares para la enseñanza secundaria en la Argentina. Paralelamente, los profesores en ejercicio manifiestan carencias en el conocimiento de la Geometría Fractal y en su enseñanza. Este curso se propone realizar un análisis epistemológico, histórico y didáctico que permita:• Describir los conceptos esenciales de la Geometría Fractal, su evolución histórica, y aplicaciones.• Fundamentar su inclusión en el currículo de la educación secundaria.• Establecer los lineamientos para una propuesta de intervención pedagógica en el nivel secundario para la inclusión del tema Fractales.• Proponer acciones concretas para introducir el estudio del tema Fractales en el nivel secundario empleando variedad de recursos.

1º Sesión (2 Hs)

Objetivo de la sesión

Describir los conceptos esenciales de la Geometría fractal, su evolución histórica, y aplicaciones.

Desarrollo de la sesión

1.1. La presentación e introducción al curso: “Fractales en el aula de secundaria” a través de la proyección de la conferencia TED “Fractals and the art of roughness” brindada por el propio Benoit Mandelbrot .

1.2. Breve tratamiento de los aspectos históricos y conceptuales de la Geometría Fractal y de algunas de sus aplicaciones. A saber:

1.2.1. Antecedentes de los trabajos de Mandelbrot en los laboratorios de IBM y la publicación del artículo de su autoría: “¿Cuál es la longitud de la costa de Inglaterra” en la revista Science, 1967.

1.2.3. Antecedentes de los trabajos de Gaston Julia y Pierre Fatou.

1.2.2. Revisión de los conceptos de recursividad y autosemejanza.

1.2.3. Descripción matemática de algunos fractales clásicos: Conjunto de Cantor, Curva de Peano, Curva de Hilbert, Curva e Isla de Koch, Triángulo de Sierpinski.

1.2.4. Descricpión matemática de algunos fractales modernos: Conjunto de Mandelbrot y Conjuntos de Julia.

1.2.5. Definición de Dimensión Topológica y Dimensión Fractal: los aportes de Poincaré y Hausdorff.

1.2.6. Cálculo de la dimensión fractal.

1.2.7. Descripción de aplicaciones de los fractales: sistemas caóticos, sistemas de distribución, arte fractal.

2º Sesión (2 Hs.)

Objetivos de la sesión

- Fundamentar la inclusión de la Geometría Fractal en el currículo de la educación secundaria.
- Establecer los lineamientos para una propuesta de intervención pedagógica en el nivel secundario para la inclusión del tema Fractales.
- Proponer acciones concretas para introducir el estudio del tema Fractales en el nivel secundario empleando variedad de recursos.

Desarrollo de la sesión

2.1. Exposición de las razones que justifican la inclusión de la Geometría Fractal en el currículum de la educación secundaria.

2.2. Explicitación de objetivos de aprendizaje asociados a la Geometría Fractal en el nivel secundario.

2.3. Presentación de recursos para la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría Fractal en el nivel secundario, y análisis de posibles propuestas de actividades áulicas basadas en aquellos. A saber:

2.3.1. Recursos audiovisuales: videos y conferencias.

2.3.2. Recursos en línea: páginas web y applets.

2.3.3. Software.

2.3.4. Recursos para entorno de lápiz y papel.

2.3.5. Recursos para actividades recreativas.

Referencias bibliográficas

- Alderete, J. y Peralta, M. (2005) *Seminario 1. Introducción a fractales.* [CD-ROM]. Mendoza, Argentina: Universidad Nacional de Cuyo, Facultad de Educación Elemental y Especial.

- Eglash, R. (2007) *The fractals at the heart of African designs.* TED talks. Recuperado el 25 de Julio de 2012, de http://www.ted.com/talks/lang/en/ron_eglash_on_african_fractals.html.

- González Urbaneja, P. (1991) *Historia de la Matemática: integración cultural de las matemáticas. Génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. Enseñanza de las ciencias*, 3, 281-289

- Guzmán, M. (1999). *Tendencias Innovadoras en la Educación Matemática*. Recuperado el 22/07/2012 en http://www.oei.es/edumat.htm

- Mandelbrot, B. (1967). How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Duimension. *Science, New Series, 156* (3775), 636-638

- Mandelbrot, B. (1977). *The fractal geometry of nature (Updated and augmented).* New York: Freeman.

- Mandelbrot, B. (2010). *Fractals and the art of roughness.* TED talks. Recuperado el 25 de julio de 2012, de http://www.ted.com/talks/lang/es/benoit_mandelbrot_fractals_the_art_of_roughness.html

- Paulos, J. (2003). Fractales. En *Más allá de los números. Meditaciones de un matemático* (pp. 115-120). Barcelona: Tusquets Editores.

- Paulos, J. (2003). La teoría del caos. En *Más allá de los números. Meditaciones de un matemático* (pp. 263-269). Barcelona: Tusquets Editores.

- Pappas, T. (2005). Mundos de fractales. En *La Magia de la Matemática. El orden oculto tras la naturaleza y el arte* (pp.49-59). Bs.As.: Ediciones De Mente.

- Sametband, M. (1994). *Entre el orden y el caos. La complejidad.* Bs.As.: Fondo de Cultura Económica de la Argentina S.A.

- Santaló, L. (1994). Matemática para no matemáticos. En Parra, C. y Saiz, I. *Didáctica de matemáticas* (pp. 21-38). Bs. As.: Paidós Educador.

- Schwarz, M. y Jersey, B. (Directores y Productores). (2008), *Hunting the Hidden dimension* [Video]. WGBH Educational Foundation and The Catticus Corporation.

- Talanquer, V. (1996). *Fractus, Fracta, Fractal, Fractales, de Laberintos y Espejos.* México: Fondo de Cultura Económica.

Sitios Webs

- Página oficial de Benoit Mandelbrot del Departamento de Matemática de la Universidad de Yale, http://users.math.yale.edu/mandelbrot/

- Fractal foundation, http://fractalfoundation.org/

Applets y recursos interactivos en línea

- http://argento.bu.edu/java/java/coastline/coastline.html
- http://classes.yale.edu/fractals/Labs/PaperFoldingLab/paperFoldingLab.html
- http://docentes.educacion.navarra.es/~msadaall/geogebra/fractales.htm
- http://math.bu.edu/DYSYS/applets/
- http://math.bu.edu/DYSYS/applets/Quadr.html
- http://polymer.bu.edu/java/java/coastline/coastlineapplet.html
- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/julia_mandelbrot_jhi/Julia1.htm
- http://www.archivospc.com/c/1121/p1/Fractales.php
- http://www.dma.fi.upm.es/java/geometriafractal/clasicos-I/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/AnotherHilbertCurve/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/CantorComb/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/FlakeMaker/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/FractalDimensions/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/HilbertCurve/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/JuliaSets/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/KochSnowflake/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/SierpinskiCarpet/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/SierpinskiTriangle/
- http://www.shodor.org/interactivate/activities/TheMandelbrotSet/
- http://www.student.math.uwaterloo.ca/~pmat370/JavaLinks.html

MATEMÀTICA Y TECNOLOGÌA -TABLEROS INTERACTIVOS -

Elena Freire Gard
elenafreiregard@gmail.com
Liceo nº10- Montevideo-Uruguay.

Tema: Uso de tecnologías.
Modalidad: Mini curso.
Nivel educativo: Primaria y Medio.
Palabras Claves: tableros interactivos; revista issu; programa hot potatoes

Resumen

Antecedente: Tableros de preguntas y respuestas de un programa norteamericano - Jeopardy donde los concursantes responden preguntas sobre diferentes temas ponderadas con diferentes puntajes según la dificultad.

Objetivo:

1) Introducción a Editor de ecuaciones. Opciones gratuitas y disponibles on-line como Equation Editor 0.39 o Mathype.

2) Conocer la aplicación de los tableros interactivos.

3) Aprender a completar un tablero interactivo. El docente podrá realizar producción de materiales que se adapten a las características del grupo.

4) Aprender a crear un tablero interactivo propio. Trabajo con hipervínculos.

5) Revista Issu-Uso y aplicación.

6) HotPotatoes programa para crear cuestionarios múltiple opción on-line.

Modalidad de trabajo: Trabajo en grupo (3 aprox.) (Colaboración entre docentes) con la finalidad de poder encauzar la elaboración de tableros interactivos.

Este recurso buscará motivar a los alumnos en la resolución de problemas o ejercicios con un formato de presentación diferente.

Teniendo en cuenta la tecnología como el medio y no el fin es que se elabora esta propuesta.

Se confeccionará con power point un tablero de preguntas y respuestas para que los alumnos trabajen en clase en forma grupal.

Comentario sobre aplicación y uso de la Revista Issu, juegos matemáticos y programa Hot Potatoes.

Desarrollo del Mini Curso:

Materiales para el curso:

En el salón: proyector, micrófono, pantalla, conexión a internet, computadoras (para los participantes que la necesiten) con power point, mathtype,o editor de ecuaciones 3.0, paint (o similar), geogebra.

Participantes: Lapto personal o XO, se trabajará con el programa power point.

Conexión a internet.

Descargar los siguientes programas: mathtype, en este link:

http://mathtype.softonic.com/descargar

http://hot-potatoes.softonic.com/

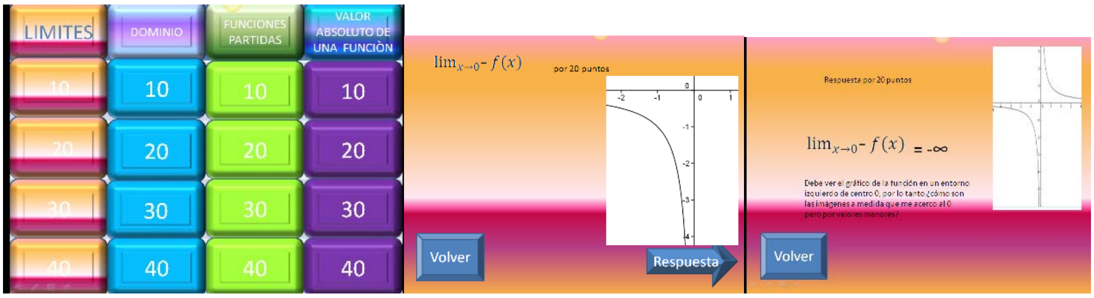
Se introduce el curso con la descarga y la aplicación de un editor de ecuaciones el cual es una herramienta que permite escribir con facilidad lenguaje matemático. Existen diferentes opciones gratuitas y disponibles en internet como Mathtype, Mathscast o equation editor 0.39.

Se mostrarán algunos ejemplos de aplicación en que se utiliza Mathtype (ya que si bien la versión gratuita de descarga dura 30 días, finalizado este período queda instalada la versión más sencilla Mathtype Lite) utilizado luego en la confección del tablero interactivo. Se le solicita al docente tener descargado el programa para poder trabajar con él.

En primera instancia se mostrará un video donde se ha aplicado en el aula.

A partir del diseño vacío de un tablero interactivo se explicará como completarlo

Se confeccionará con power point un tablero de preguntas y respuestas para que los alumnos trabajen en clase en forma grupal. Este recurso buscará motivar a los alumnos en la resolución de problemas o ejercicios con un formato de presentación diferente promoviendo la colaboración entre los integrantes del grupo.



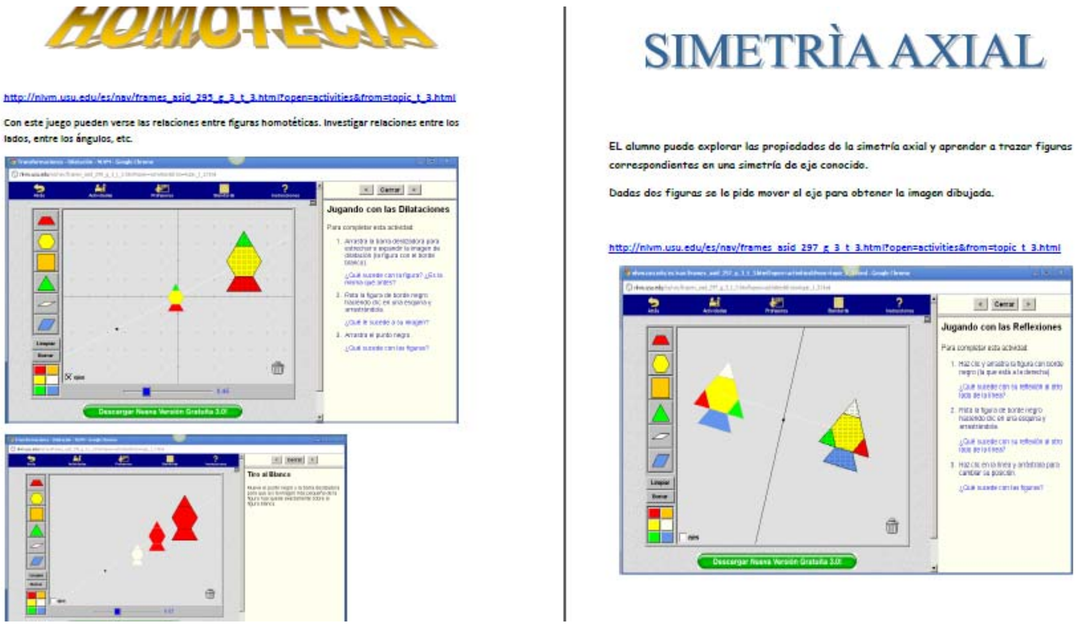
Teniendo en cuenta la tecnología como el medio y no el fin es que se elabora esta propuesta. El docente puede diseñar esta actividad con sus propias reglas y consignas. Puede trabajarse con o sin puntajes, como Ud. lo decida.

En una segunda instancia se mostrará como crear un tablero interactivo propio y como trabajar con hipervínculos y sonido en el tablero (grabación de audio o inserción de un video).

En una segunda instancia se dará a conocer la Revista Issu, aplicación on-line gratuita en la cual uno sube un archivo en pdf y se despliegan o abren todos los links incluidos en la misma. El beneficio es que todos pueden acceder a la publicación y vincularse a todos los links publicados en el archivo, además el formato de presentación es atractivo ya que es el de una revista en la cual uno va pasando las páginas.

http://issuu.com/elenafreire/docs/juegos_matem_ticos_breve_explicaci_n

Pasos para crear una revista virtual. Se mostrará una revista virtual (de mi autorìa) vinculada a juegos matemáticos. Se muestra recorte de la carátula de la revista.



Programa Hot Potatoes para realizar cuestionarios múltiple opción y subirlos on-line quedando al acceso del alumno. El profesor aprenderá a crear su cuestionario múltiple opción utilizando este programa. Se requiere conexión a internet para realizar la descarga o descargarlo usando este link: http://hot-potatoes.softonic.com/

Desafiar a un alumno supone proponerle situaciones que él visualice como complejas pero al mismo tiempo posibles, que le generen una cierta tensión, que lo animen a atreverse, que lo inviten a pensar, a explorar, a poner en juego conocimientos que tiene y probar si son o no útiles para la tarea que tiene entre mano, que lo lleven a conectarse con sus compañeros, a plantear preguntas que le permitan avanzar…

Bibliografia

- Carminati, Mabel-Waipan Liliana.-Integrando la Neuroeducación al aula
- Crowley Mike- Math Mod.II-Jeopardy Differentiation-Integration 2012.
- **Dirección Operativa de Incorporación de Tecnologías (InTec) Ministerio de Educación Argentino.** Tutorial Revista Issu GCABA. .Plan Integral de Educación Digital.
- Garcìa Tavernier Lucila- Valcasel Marìa Estela-Materiales del curso Matemática y Tecnología de la Universidad de San Andrés-Argentina
- Garcìa Tavernier, Lucila-Valcasel, María Estela- Issu Pasos para crear una revista virtual.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología- Argentina. El juego como recurso para aprender. Dirección Nacional de Gestión Curricular y formación Docente.

- Sadovky Patricia, Enseñar matemática hoy. Miradas, sentido y desafíos.
- Biblioteca de Manipuladores Virtuales. “The National Science Fundation” (E.E.U.U). http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html
- Bingo matemático fuente: www.maths-bingo.com
- Juegos matemáticos. Geoplano isométrico. Fuente: http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_129_g_3_t_3.html?open=activities&from=topic_t_3.html
- Programa de creación de actividades interactivas para la educación secundaria http://www.eduinnova.es/ene2010/INTERACTIVAS.pdf

SOFTWARE LIBRE Y EDUCACIÓN: UNA 'NUEVA' OPCIÓN A CONSIDERAR

Marcelo Astorucci - Néstor Colina - Ana Laura Fagúndez –
Gustavo Franco - Franco Mariani - Silvana Palo
chelo_489@hotmail.com - nescolina@gmail.com - analaura_fagundez@hotmail.com - gfrancoc@hotmail.com - francomar_88@hotmail.com - silbolso@hotmail.com
Instituto de Profesores “Artigas” (IPA) – Uruguay

Tema: Uso de tecnologías
Modalidad: MC
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Software libre y educación

Resumen

<u>Primera sesión</u>: se introducirán conceptos básicos sobre software libre y se mencionarán algunos ejemplos. Luego se trabajará con WinK, que es un software que permite grabar toda la actividad que se produzca en el Escritorio o en una ventana cualquiera. Resulta especialmente útil para hacer un tutorial de un determinado programa o para realizar presentaciones. Se resolverá, como ejemplo, una actividad con GeoGebra para luego hacer una presentación con WinK de su resolución.
<u>Segunda sesión</u>: se trabajará con Wxmaxima, un software libre para cálculo simbólico y numérico, y con LyX, un procesador de textos basado en LaTeX, más simple de usar pero no menos potente. El objetivo del mini curso es conocer el software libre en general, sus ventajas en la educación y promover su uso.

¿Qué se entiende por Software Libre?

El Software Libre es todo software que se puede utilizar, copiar, modificar y distribuir libremente. Éste posee un tipo de licencia que le da al usuario las libertades antes mencionadas y también permite acceder al código fuente del programa, el cual está disponible para que cualquier persona pueda adaptarlo a sus intereses o necesidades.

En general, el término “software libre” se lo vincula a software gratuito, lo cual es un error. El Software Libre puede o no ser gratuito, lo que le da la categoría de “libre” es el hecho de que brinda a sus usuarios acceso a la tecnología, al conocimiento, fomenta la solidaridad y el compartir, además de que está cimentado sobre una sólida base legal que ampara estas libertades.

> Para explicar el concepto de Software Libre, es importante entender el contexto de su nacimiento. Los años 70 era una época floreciente en el mundo de la computación, una época en que los programadores de computadora tenían como norma el intercambiar, compartir y mejorar el software que producían, algo muy parecido a lo que hace el mundo de la academia y la investigación científica: construir sobre ideas. En el campo de la computación esta práctica era algo muy natural.

> En la década de los 80, este panorama empezó a cambiar ya que la comercialización del software y la protección del mismo mediante el mecanismo legal del copyright y patentes de software se hizo muy rentable para las empresas de tecnología, por lo que, compartir el software fuera del ambiente empresarial o corporativo, se volvió prohibido para la mayoría de los programadores.
> En el año 1984, Richard M. Stallman, quien era entonces un joven programador en la prestigiosa universidad Massachussets Institute of Technology (MIT), en Estados Unidos, se opuso a esta tendencia creciente de privatizar el software e inició entonces un movimiento de resistencia cuyo objetivo principal no era realizar protestas u oposiciones contra las empresas de tecnología. Lo que ha hecho único a este movimiento y su causa es su distinción de una simple oposición, a la construcción de una alternativa viable para los usuarios de software. Y así nació el Software Libre.
> A principios de 1984 Stallman renunció a su trabajo en el MIT y se dio a la tarea de crear un sistema operativo desde cero, con una licencia "libre", al cual llamó Proyecto GNU. En el año 1985 se crea la Free Software Foundation, organización civil sin fines de lucro, a través de la cual se ha organizado los esfuerzos de este proyecto desde entonces. (Mora, 2011, pp 11-12)

Se dice entonces que un software es libre, si permite:

- Ejecutar el programa con cualquier propósito.
- Estudiar cómo funciona el programa y adaptarlo a las necesidades propias (para lo cual es una precondición el acceso al código fuente).
- Redistribuir copias del programa y de ese modo ayudar a otros.
- Mejorar el programa y liberar esas mejoras al público beneficiando así a toda la comunidad (para lo cual es una precondición el acceso al código fuente).

La pregunta que nos hacemos entonces es: ¿qué ventajas tiene el uso de Software Libre en el ámbito educativo? Algunas de ellas pueden ser, como señala Mora (2011):

- Licencias que permiten su libre distribución y modificación.
- Ahorro de tiempo en administración de licencias.
- Reducción del uso ilegal de software.
- Eficiencia en el uso de los fondos estatales.
- El Software Libre es confiable y muchas aplicaciones cuentan con interfaces amigables para el usuario.

Por lo general, estamos acostumbrados a utilizar software privativo. Estos programas se caracterizan por prohibir al usuario algunas libertades que mencionamos líneas arriba, como por ejemplo, distribuir copias. Muchas veces, el usuario desconoce o no está informado de qué tipo de software está utilizando, y peor aún es que lo use por imposición y no por elección. Cuando compramos una computadora, nadie nos pregunta qué sistema operativo, suite ofimática, antivirus, programas preinstalados queremos tener, simplemente tenemos que conformarnos con todo el software que trae nuestra nueva computadora pagando unos cuantos dólares más por sus licencias. Si nos detenemos a pensar en el ámbito educativo, donde el Estado no debería administrar software ilegalmente, se gastan millones de dólares en licencias, ya que cada institución educativa debe manejar programas de forma legal.

Como explica Rodríguez Galván (2007), el uso de software privativo puede incitar a su copia ilegal por parte del alumnado para poder disponer en sus hogares de los mismos programas que utiliza en su centro educativo. En cambio, el software libre puede instalarse en todas las computadoras necesarias, dándole al profesor el soporte legal para compartir con sus estudiantes las herramientas utilizadas en clase.

Primera sesión

Se realizará una introducción explicando qué es el Software Libre, mencionando las características y las ventajas que hay al trabajar con estos programas; se darán ejemplos de ellos y se desarrollará una actividad en GeoGebra para mostrar cómo funciona el software WinK.

WinK registra en fotogramas separados, que pueden grabarse de forma manual o automática, toda la actividad que se produzca en el Escritorio o en una ventana cualquiera. Luego, se pueden añadir comentarios, anotaciones, sonido, etc. Una vez que se tienen prontos todos los fotogramas, el software crea una animación con sutiles transiciones de uno a otro. Para observar cómo funciona el programa, se les propone a los asistentes la resolución de una actividad de geometría utilizando GeoGebra. Mostraremos una presentación creada con WinK en donde se señala paso a paso la resolución con GeoGebra de la actividad planteada, al tiempo que se les solicita a los asistentes que sigan en sus computadoras las indicaciones que se van realizando en la presentación. Todo lo hecho por los asistentes para resolver el problema se habrá grabado con WinK, con lo cual, una vez terminada la resolución, se estará en condiciones de pasar a la edición y composición de una presentación similar a la que les fue mostrada.

Segunda sesión

En esta parte del Mini Curso, presentaremos dos programas libres de gran utilidad para un profesor de matemática. El primero, Wxmaxima, nos permite realizar cálculos simbólicos y numéricos, y es muy parecido al software privativo Derive en cuanto a su funcionamiento, pero se diferencian en sus licencias, ya que Wxmaxima además de ser libre, es gratuito.

Se propondrán tres actividades para presentar dicho software: la primera referida a polinomios (operaciones, cálculo del máximo común divisor, etc.) y a números complejos escritos en distintas notaciones.

La segunda actividad estará vinculada a sucesiones, que serán definidas por recurrencia y a través de su término general, pudiéndose apreciar las potencialidades del software en relación a este tema. Por último, en la tercera actividad trabajaremos con funciones, incluyendo cálculo de límites, derivadas, polinomios de Taylor, etc. Estas actividades tienen por objetivo que los asistentes conozcan las herramientas básicas del software interactuando con él.

Luego se trabajará con LyX, un procesador de documentos que combina la potencia de LaTeX con la facilidad de uso que brinda su interfaz gráfica. Trae incorporado estándares internacionales de forma predeterminada para la creación de contenido matemático (mediante un editor de ecuaciones totalmente integrado) y documentos estructurados como artículos académicos, tesis o libros.

> Además, permite la integración normalizada de elementos esenciales en escritos científicos como los índices de referencias o de materias. Pero también se puede usar LyX para escribir una carta, una novela, una obra de teatro o un guión de película. Incorpora una amplia colección de plantillas, que son diseños de diferentes documentos listos para su uso. LyX es para gente que quiere dar a sus escritos un aspecto excelente, de manera directa e inmediata. (LyX, 2012).

En pantalla, LyX tiene la apariencia de cualquier procesador de texto; su salida impresa –o en PDF enriquecido con referencias cruzadas, que se genera fácilmente– tiene un aspecto que no se puede conseguir con ningún otro software, gracias a la potencia de LaTeX.

LyX fomenta para la escritura un enfoque basado en la estructura del documento (WYSIWYM – What You See Is What You Mean – Lo que ves es lo que quieres decir) y no simplemente en su aspecto (WYSIWYG – What You See Is What You Get – Lo que ves es lo que obtienes). En el primer enfoque, el usuario solo necesita centrarse en los contenidos que escribe dejando al software que se encargue de organizar la información, mientras que en el segundo, el usuario es el encargado tanto de los contenidos como de la organización de los mismos.

Mostraremos las diferencias y ventajas de utilizar LyX al momento de compararlo con la apariencia de un procesador de textos convencional como Microsoft Word o LibreOffice Writer.

Pensamos que es importante que un profesor conozca este software ya que tiene enormes potencialidades al escribir un documento de cualquier tipo, sin importar lo extenso que sea. Por eso, elaboramos una serie de pasos a seguir para que los asistentes conozcan LyX y escriban su primer documento, utilizando algunas de sus herramientas como su potente editor de ecuaciones.

Referencias bibliográficas

LyX. (2012, agosto 13). *LyX - El procesador de documentos.* Recuperado de http://www.lyx.org/WebEs.Home

Mora, Mónica. (Ed.). (2011). *Catálogo de Software Educativo Libre*. Recuperado de www.cidetys.org.pa

Rodríguez Galván, J. (2007, febrero). Maxima con wxMaxima: software libre en el aula de matemáticas. Recuperado de https://forja.rediris.es/projects/guia-wxmaxima

PROPUESTAS DIDÁCTICAS PARA INCLUIR LA LECTURA EN LA CLASE DE MATEMÁTICA.

Carmen Gironella Furest
cgironella2005@yahoo.es
A.N.E.P. Uruguay

Tema: Formación de profesores y maestros
Modalidad: Taller
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Matemática- Literatura – Propuestas didácticas

Resumen

A los hombres les encanta maravillarse.
Esta es la semilla de la ciencia.
Ralph Waldo Emerson

Si bien la relación entre Matemática y Arte, y en particular entre Matemática y Literatura, viene de larga data, no resulta fácil establecer conexiones ricas, adaptar y /o implementar situaciones didácticas para llevar al aula de Matemática.
Introducir la lectura en el aula, y más aún en la clase de Matemática, contextualizarla para que no aparezca como un oasis aislado, lleva su tiempo de preparación.
Este taller pretende acercar a los docentes, materiales, fuentes de información, fichas de lectura y textos para que preparen sus propias propuestas didácticas. A su vez, pretende formar un grupo de docentes interesados en intercambiar experiencias a desarrollar en un futuro en las aulas.

La competencia lectora como parte de un proyecto personal y de inserción social

La lectura no solo sirve como pretexto para hacer matemática, adquirir la competencia lectora forma parte de construir nuestra personalidad y nuestra ciudadanía. Como decía Borges **“**Uno no es lo que es por lo que escribe, sino por lo que ha leído”.
Recientemente la Organización de Estados Iberoamericanos ha publicado en su revista de educación un artículo sobre comprensión lectora en el cual Isabel Solé expresa que la actual revolución tecnológica abre paso a una nueva forma de ser lector: un lector que construye su propia ruta y su propio texto, navegando por la red, a través de los webs, chats, blogs. Según se mire, dice Solé, ser lector es ahora más fácil o más difícil; la información es abundante e inmediata, y los canales de producción y acceso cada vez menos selectivos; la información se presenta desordenada y difusa y la tarea del lector, si tiene una mirada crítica, se multiplica.

> “Esta lectura posmoderna o hermenéutica hace más perentoria aún la necesidad de contribuir a formar lectores activos, dotados de criterio, capaces de combinar

> la lectura rápida y muchas veces superficial que a menudo requiere la red con la capacidad de concentrarse en la lectura lineal de textos narrativos o expositivos."

Creemos que la competencia lectora se desarrolla y potencia a lo largo de la vida, y el lector que proponemos en nuestras instituciones educativas (Solé pág 48) para formar ciudadanos libres e ilustrados, es un lector que elige, que procesa, dialoga con el texto y lo interpela. Evidentemente está cambiando la forma en la que los/las estudiantes acceden a la información y la comunican. A menudo la lectura que se realiza en la red suele ser superficial y poco se presta para el ejercicio del espíritu crítico, la reflexión, el análisis y la utilización de argumentos. Pensamos que hay que enseñar a leer a nuestros/as estudiantes, y esto es posible desde todas las áreas. La lectura se está promoviendo desde muchos organismos, OEI, PRO LEE.

Según la Organización para la cooperación y el desarrollo Económicos (OCDE) citado por Solé, la competencia lectora consiste en:

> (...) la capacidad de comprender, utilizar, reflexionar e interesarse por los textos escritos para alcanzar los propios objetivos, desarrollar el conocimiento y potencial personales, y participar en la sociedad. (OCDE 2009, pág 14).

Esta definición, según Solé, es ambiciosa, ya que no restringe la lectura a motivos estrictamente instrumentales, sino que la vincula a un proyecto personal que implica desarrollo, crecimiento e inserción social. El ciudadano del siglo XXI, nos dice, debe poder concretar esta competencia en textos muy diversos –persuasivos, propagandísticos, informativos, de reflexión, expositivos literarios – que se presentan en formatos y soportes diferentes -diarios, enciclopedias, libros de texto, novelas, monografías, páginas web, hojas sueltas, documentos electrónicos... que no siempre se atienen a los criterios de veracidad, actualidad y autoría reconocida.

Comprensión lectora ligada al aprendizaje de contenidos del área de matemáticas

Ya cursando el bachillerato, los estudiantes deben realizar una lectura nada superficial de textos "científicos" de Física, de Química y de Matemática y, por lo general, les resulta extremadamente difícil debido a que carecen de hábito lector. Por lo tanto, pensamos que introducir la lectura de textos con contenido matemático desde primaria puede allanar el camino. Por cierto, no es este el único motivo, también lo es, acercar a los estudiantes, los conceptos matemáticos, la Historia de la Matemática, los matemáticos, a la vez que se transmite un enfoque social y cultural de la Matemática.

Coincidimos con Solé en que hay que comenzar por crear niños competentes en lectura.

> "La competencia lectora puede empezar a construirse muy pronto, a través de la participación de los niños en prácticas cotidianas, vinculadas al uso funcional y al disfrute de la lectura, en la familia y en la escuela, en situaciones en las que cuando las cosas funcionan correctamente, se pueden empezar a generar lazos emocionales profundos entre la lectura y el lector debutante. Continúa diversificándose y haciéndose más autónoma a lo largo de la escolaridad obligatoria, cuando todo está correcto, y ya nunca dejamos de aprender a leer y a profundizar en la lectura. Nuestra competencia lectora puede incrementarse cada vez que elegimos leer un ensayo, una obra de ficción; cada vez que nos introducimos en un ámbito disciplinar porque nos obliga a tratar con las convenciones específicas de los textos que le son propios, porque siempre que leemos, pensamos y así afinamos nuestros criterios, contrastamos nuestras ideas, las cuestionamos y aprendemos, aún sin proponérnoslo." Solé 2011.

Propuestas didácticas para trabajar

De la extensa lista de material que relaciona Matemática y Literatura, disponible en Internet, señalamos, entre otros, los siguientes:

Portal del Proyecto "A leer matemáticas" del Grupo LaX www.leermatematicas.es

http://personal.telefonica.terra.es/web/ies4hellin/matematicas/LecturasRecomendadas.htm#19

http://www.uclm.es/profesorado/mvmarin/

http://matelibros.wordpress.com/

http://www.matesymas.es/index.php?option=com_content&view=article&id=394:lafiesta-de-los-numeros&catid=113&Itemid=214

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Homenajes/Quijote/opinión

Destacamos también el Proyecto Kovalevskaya que reseñamos a continuación.

El proyecto Kovalevskaya

Si bien son muchas las experiencias que dan cuenta de la relación Matemática–Literatura, en especial en España, se destaca el proyecto Kovalevskaya, investigación matemático-literaria en el aula de primaria, dirigido por Margarita Marín Rodríguez, el cual obtuvo en España en el año 2005, el segundo premio nacional de innovación educativa. El proyecto toma el nombre de la matemática rusa Sofía Kovalevskaya, (Moscú 1850- Estocolmo 1891), que trabajó tanto en Matemática como en Literatura y de la cual Margarita Marín toma esta frase: "*...Le sorprende que yo trabaje simultáneamente en Literatura y Matemáticas... A mi me parece que el poeta debe ser capaz de ver lo que los demás no ven, debe ver más profundamente que otras personas. Y el matemático debe hacer lo mismo.*"

A modo de paréntesis, señalamos que Margarita Marin Rodríguez se ha especializado en la relación Matemática y Literatura. Es licenciada en Ciencias Matemática y doctora en Filosofía y Ciencias de la Educación por la Universidad Complutense de Madrid. El objetivo fundamental de su labor profesional es intentar formar maestros creativos, entusiastas ante el reto de enseñar matemáticas y preparados para asumir los cambios necesarios en educación matemática, que se producen y han de producir en nuestra Sociedad Digital. Entre sus líneas de investigación figura la utilización del cuento como estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil, temáticas sobre las que cuenta con numerosas publicaciones y comunicaciones a congresos que se pueden consultar en Internet.

En pocas palabras, el proyecto plantea la búsqueda para el aula de recursos que cautiven al aprendiz, mejoren su motivación, su actitud hacia la materia, a la vez que presenten los contenidos matemáticos en un contexto, canalizado con un lenguaje comprensible, inteligible y atractivo.

Entre los posibles recursos que dan respuesta a esta búsqueda se señalan los recursos literarios, con el argumento de que además de provocar una alta motivación, facilitan una enseñanza interdisciplinar, globalizada, comprensiva y con tratamiento a la diversidad.

El Ministerio de Educación y Ciencia de España, publica el libro sobre el Proyecto Kovalevskaya del que compartimos actividades y sugerencias. En la introducción advertimos la finalidad del proyecto: conseguir y /o mantener una actitud positiva hacia la Matemática, en el entendido de que una actitud positiva hacia la Matemática desarrolla la autoestima y convierte este proceso en circular: Sé Matemática, entonces soy valorado, y como soy valorado entonces soy capaz de hacer Matemática, entonces, soy valorado...

Según el informe Cockcroft (citado por los autores) a partir de los 11 años los estudiantes comienzan a manifestar unas actitudes muy polarizadas hacia la Matemática; si esta es negativa persistirá a lo largo de la vida, se inhibirá el aprendizaje, e incluso afectará la elección del empleo. Según Novak (citado por los autores) la motivación y la actitud, son requisitos fundamentales para el aprendizaje significativo. Precisamente, los cuentos y las novelas con contenidos matemáticos son recursos literarios utilizados para introducir contenidos matemáticos de forma amena y motivadora.

Los autores aclaran que entienden por **texto literario** desde una cita de un autor que provoque la reflexión matemática, a un capítulo o libro completos. Aclaran que el requisito clave para incluirlo en el proyecto es que aparezcan en él contenidos del programa de 5º y 6º de primaria. Una vez elegidos los textos, se articulan con los curriculumns matemáticos mediante lo que se llaman Tareas matemático – literarias, cada tarea está perfectamente delimitada por los contenidos que se van a enseñar y aprender con la tarea, los materiales con los que se cuenta para ello, las actividades que se proponen para conseguirlo, los procesos de aprendizaje desencadenados en la realización de la tarea, y las condiciones organizativas para el desarrollo de esta.

Las tareas matemático – literarias diseñadas por el equipo investigador del proyecto constan de dos partes fundamentales:

La parte dirigida al aprendiz matemático, formada por un texto y una ficha de trabajo escrito, en la que se desarrollará la actividad planteada a partir de la lectura y comprensión del texto elegido.

La parte dirigida al docente con el título "Orientaciones Didácticas" en la que se explican las razones de la elección del texto, los contenidos matemáticos que presenta, tanto conceptuales como procedimentales y actitudinales, las dificultades y errores más frecuentes en su adquisición y unas recomendaciones metodológicas para explotarlos en el aula convenientemente.

En la fase de aplicación del proyecto por maestras en sus aulas, se emplea un cuestionario aplicable a los alumnos al comenzar y finalizar el trabajo con los textos literarios, comparando los resultados que se obtienen.

La conclusión general de la investigación señala entre otras:

El empleo de recursos literarios como material didáctico de aprendizaje matemático ha potenciado la lectura y las preguntas matemáticas relativas al texto en todos los casos, a la vez que ha aumentado la comprensión de los conceptos matemáticos contemplados en dicho texto. El alumnado participante ha aumentado su motivación hacia la lectura en general y los libros de contenido matemático de la biblioteca de aula.

No obstante se señala, (pág 67), que los alumnos participantes valoran positivamente estos "oasis matemáticos", pero, cuando se pregunta por la Matemática y su clase opinan, en general, sobre lo que está reglado, la clase tradicional, y ésta es la que sale valorada y mal parada en las respuestas al cuestionario. Por lo que los autores de la investigación concluyen que si se logra la integración curricular del binomio "recursos literarios más estrategias heurísticas de aula", una actitud positiva y una alta motivación hacia las matemáticas serían la tónica general en las aulas.

Respecto a los estudiantes se afirma que han disfrutado con la lectura de los textos elegidos, han comprendido mejor los conceptos matemáticos, han aplicado lo aprendido a la vida cotidiana, valorando las matemáticas como un medio de comunicación con el entorno.

Los autores invitan a introducir los recursos literarios en las clases citando a Martín Gardner: *"Es parte del lento y doloroso reconocimiento por parte de los educadores que los estudiantes aprenden mejor cuando están motivados mejor. Las matemáticas nunca han sido aburridas, aunque con demasiada frecuencia han sido enseñadas de la forma más aburrida posible."*

Para finalizar, queremos señalar que, si bien la lectura se puede integrar en el aula, hay algunas instancias donde utilizar los recursos literarios de manera especial.

Por ejemplo, el 23 de abril, en la celebración del día del Idioma, fecha elegida por conmemorarse el nacimiento de Cervantes, se les puede acercar a los estudiantes la página de Balbuena Castellano, Las Matemáticas del Quijote.

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Homenajes/Quijote/opinión

En la celebración del día de la poesía, es posible acercar poesías con contenido matemático y elegir algunas de ellas para trabajar. Recomendamos el libro *"Matemática en su salsa* "de las Profesoras Irene Zapico, Silvia Tajeyan; en este libro hay un capitulo dedicado a la Literatura en la clase de Matemática. También la celebración del Día del libro y las muestras que se realizan en UTU y liceos pueden ser propicias para trabajar poemas, frases, textos con contenido matemático, y exponerlos posteriormente.

En la primera parte del taller se divulgarán las fichas realizadas por el grupo LaX pensadas para trabajar en educación media, en especial en Bachillerato. www.leermatematicas.es

También, se seleccionarán y compartirán del Proyecto Kovalevskaya actividades que están pensadas para implementar en primaria pero que podemos utilizar en el ciclo básico y en Formación de maestros. Un texto de Martín Gardner, uno de los Estándares NCTM , un texto del libro Teatromático.

Se acercará el libro Antología del Ministerio de Educación en Argentina y las propuestas didácticas del libro Matemática en su salsa de Irene Zapico.

En la segunda parte del taller se invitará a los participantes a que compartan experiencias, se propondrán textos para trabajar y se conformará un grupo para continuar trabajando.

Entre los posibles textos para trabajar figuran:

Carta de amor a un trapezoide – Claudí Alsina. Texto que recomendamos para trabajar con cuadriláteros, introducir el concepto de trapezoide o teselados en el plano.

Aprended Geometría - Denis Brown. Permite trabajar los conceptos de polígono, hexágono y pentágono.

La Parábola de π - Theoni Pappas. Para trabajar los números reales, irracionales.

La regla de tres - Camilo José Cela. Permite trabajar regla de tres directa e inversa, descubrir errores en los razonamientos seguidos por el joven Cela al tratar de resolver problemas con regla de tres.

La recta entera - Liscano. Permite trabajar los conceptos de número natural, entero, investigar la historia de los números, clasificarlos en primos, compuestos…

Eratóstenes - Rafael Courtoisie (Este texto, trabajado con éxito, por la profesora Ivana Nieves, en primero de Ciclo básico UTU, permite trabajar los números primos, Eratóstenes, la criba de Eratóstenes)

Bibliografía

Abbot, Edwin A. Planilandia. 2004

Balbuena Castellano, L. Cuentos del cero. Nivola Madrid

Balbuena, L. (2005). El Quijote y las Matemáticas Día Escolar de las Matemáticas Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas FESPM

Blanco, B- Caballero, A – Blanco L. J. Matemática y Lenguaje a partir de la lectura de cuentos Aula de Innovación Educativa núm. 189 febrero 2010

Cerasoli, A. Los diez magníficos. Madrid 2004 Maeva

Collantes Hernáez, J. y Pérez Sanz A- Matecuentos. Nivola Madrid 2005

Dioxadis, Apostolos. El tío Petros y la conjetura de Goldbach.

Enzensberger, Hans M. El diablo de los números. Editorial Siruela Madrid 1997

Font Agusti, J., Roig Planas. Apín, capón, zapún amanicano (1134) Editorial Octaedro Barcelona 1997

Flores, P. Ramírez, R. A leer en Matemáticas. Cursos de Formación a distancia Thales Cica 2010

Frabetti, C. Malditas matemáticas. Alfaguara - Madrid 2000

R Fulghum: Todo lo que hay que saber.

http: //www.xtec.es/ cciscart/annexos/fulghum.htm

Gardner, M. (1981). ¡Ajá! Inspiración Labor Barcelona

Guedj, Denis. El Teorema del Loro. Editorial Anagrama Barcelona 2000

Juster Norton. La recta y el punto. Un romance matemático. Editorial Fondo de Cultura Económica México 2005

Malba Tahan. El Hombre que calculaba. Barcelona 1996 Editorial Verón

Marin Rodríguez, M. El valor del cuento en la construcción de conceptos matemáticos. Revista Números 39 (1999), 27-38

Marin Rodríguez, M. (2006). Proyecto Kovaleskaya. Investigación matemático- literaria en el aula de Primaria. Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia. Secretaría General de Educación. Centro de investigación y documentación Educativa (CIDE)

Marin Rodríguez, M. Contar las matemáticas para enseñar mejor. Matematicalia: revista digital de divulgación matemática de la Real Sociedad Matemática Española, Vol 3, nos. 4-5 (oct- dic 2007)

Marin Rodríguez, M. El valor matemático de un cuento. Sigma 31 (2007)

Marin Rodríguez, M. Las Matemáticas de una novela. Sigma 29 (noviembre 2006)

NCTM: Principios y Estándares para la Educación Matemática. SAEM THALES, Sevilla 2004

Plascencia Cruz, I. En el país de la Reina Equilátera -Números Revista de didáctica de las matemáticas Volumen 37, marzo de 1999, páginas 29-36

Ramírez Uclés, R. La lectura como recurso didáctico en matemáticas. Curso Iberoamericano de formación permanente de profesores de matemática. 2011-2012

Roldán Castro, I. Teatromático Editorial. Nivola 2002

Serrano, E. ¡Ojalá no hubiera números! Editorial Nívola Madrid 2002

Solé, Isabel. Competencia lectora y aprendizaje Revista Iberoamericana de Educación Monográfico Número 59 Mayo – Agosto 2012

Zapico, Irene. Matemática en su salsa- Editorial Lugar - 2009

ANEXOS

Los textos seleccionados en el proyecto Kovalevskaya son:

Para 5º de primaria:	Para 6º de primaria:
La selva de los números. Ricardo Gómez editorial Alfaguara	Póngame un kilo de matemáticas. Carlos Andradas SM
La magia más poderosa. Carlo Frabetti editorial Alfaguara	¡Cuánta geometría hay en tu vida! Rosa Mª Herrera SM
Ulrico y las puertas que hablan Carlo Frabetti editorial Alfaguara	Malditas matemáticas. Carlo Frabetti Alfaguara
Ulrico y la llave de oro. Carlo Frabetti editorial Alfaguara	El señor del cero. Mª Isabel Molina Alfaguara
Ulrico y la flecha de cristal. Carlo Frabetti editorial Alfaguara	Teatromático. Ismael Roldán Nivola
Ojalá no hubiera números. Esteban Serrano Nivola El mundo secreto de los números. Ricardo Gómez SM	El hombre que calculaba Malba Tahan Editores Mexicanos Unidos
Tanto para 5º como para 6 º	
La divulgación de las matemáticas en la prensa Luis Balbuena	
Historia de las Matemáticas. J. L Carlavilla y otros Proyecto Sur	
Esas mortíferas mates. Kjartan Poskitt Editorial Molino	
El curioso incidente del perro a medianoche Mark Haddon Salamandra	
Más mortíferas mates. Kjartan Poskitt Editorial Molino	
Esas endiabladas mates. Kjartan Poskitt Editorial Molino	
Potencias de diez P Morrison et al Biblioteca Scientific American	

El cuestionario que a continuación se transcribe consta de 11 preguntas:

Las matemáticas me parecen:	Divertidas Difíciles Un rollo Horribles Fáciles Interesantes
La clase de matemáticas me pone	Triste Contento /a Indiferente Nervioso /a Aburrido /a Preocupado /a

Para ser bueno /a en matemáticas se necesita	Ser muy listo /a Estudiar muchas horas Tener profesor particular Saber razonar
Lo que más me gusta de las matemáticas es:	
Lo que menos me gusta de las matemáticas es:	
Lo más difícil para mi en matemáticas es:	
Lo más fácil para mi en matemáticas es:	
Podría aprender más matemáticas si:	Atendiese más en clase Estudiase mas horas Supiese de qué van Hiciese más problemas Preguntase siempre las dudas Fuese más listo /a
Para hacer los problemas yo:	Los discuto con mis compañeros /as Espero a que los resuelva el profesor /a Pido ayuda a un adulto o amigo /a Cojo lápiz y papel y me pongo a pensar No contestan
Selecciona todas aquellas frases con las que mas te identifiques	Sólo saben matemáticas los empollones Utilizo las matemáticas a diario Hablar de matemáticas con un amigo /a es genial Sólo leo libros de matemáticas cuando me obligan Cualquiera puede aprender matemáticas Solo utilizo las matemáticas en clase Hablar de matemáticas con un amigo /a es de locos Me gusta encontrar cosas de matemáticas en mis lecturas Las matemáticas solo sirven para aprobar el curso No contestan
Para mi las matemáticas son:	Razonamiento Hacer cuentas Hacer problemas Memorizar cosas que no entiendo
Cuando alguien dice "¡Me gustan las matemáticas¡ ", pienso:	Está loco Es muy inteligente Está fardando Igual que a mi No sabe lo que dice ¿Cómo lo conseguirá?

	No contestan
Para mi las matemáticas:	No sirven para nada
	Son fundamentales para encontrar trabajo de mayor
	Están por todas partes
	Solo sirven para que no te timen en las cuentas
	Me ayudan a pensar mejor
	Sólo sirven para hacerte sufrir
Si yo fuera profesor de matemáticas, lo que haría en clase sería:	

RECREAR PARA RE-CREAR

Sergio González Vetey
sergioleogonzalez@hotmail.com
IFD "Rosa Silvestri" de Salto-Uruguay

Tema: Formación de maestros
Modalidad: Taller
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras claves: modelo didáctico afectivo y contextual, desafío intelectual, niveles de comprensión, cultivo de las mentes en el S. XXI.

Resumen

Las producciones de estudiantes magisteriales de primer año, referidas a un problema de numeración, constituyen testimonio de una experiencia exitosa en formación docente, realizada bajo ciertas condiciones en el marco de un modelo didáctico constructivista.

El análisis didáctico de las actividades que generaron los procedimientos de resolución representados, es eje de la metodología de taller, generadora de aportes diversos enriquecedores de su dinámica.

Propuesta la interpretación de la sigla MODDIACC, se abre un nuevo espacio de reflexión sobre conceptos que sustentan las condiciones antedichas. Sus proyecciones, objetivo concreto de la propuesta, posibilitarán integrar, en el acto de enseñar, condiciones favorables para el desarrollo armónico de niveles de comprensión de los alumnos.

"Sostenemos que en esta realidad adversa y diversa en la que hoy nos toca vivir, hay conocimiento acumulado que nos permite contornear algunas condiciones que abren la posibilidad de jugar otro juego dentro de la escuela." (Patricia Sadovsky, 2005).

Introducción

En los comienzos de la segunda década del S XXI, los profesionales de la educación sabemos como aprenden nuestros alumnos, y disponemos de aportes teóricos que nos orientan en la elección de metodologías de enseñanza que armonizan con la elaboración de los objetos matemáticos.

No ignoramos la complejidad de la enseñanza de la matemática, pero es válido el esfuerzo de crear mejores condiciones en las instituciones educativas, para incluir a todas las personas en procesos de enseñanza que potencien las capacidades que todo ser humano tiene para aprender.

Con esa intencionalidad se plantea esta propuesta, cuya modalidad provoca la participación de todos los cursantes, para que sus diversos aportes posibiliten enriquecer la producción colectiva y hacer proyecciones para su autonomía profesional en la tarea docente.

El sumario siguiente se registra también, con respectivas leyendas, en el medio visual PPT, recurso importante para el desarrollo armónico de la actividad, que además sostiene el contexto problematizador, a la vez que atractivo, por esquemas y situaciones que incluye:

1ª parte

1. Objetivo
2. Marco conceptual
3. Estudio de representaciones. Situación 1 →
4. Condiciones. Situación 2 →

------------------------*RECREO*-----------------------------

2ª parte

5. Proyecciones. Situaciones 3 y 4.Cierre. →
6. Bibliografía
7. Anexo: Registros. Esquema.

DINÁMICA DE TALLER

1-Objetivos

1. Promover un nuevo sentido de enseñar, que atienda a la relación cíclica entre afectos y aprendizajes matemáticos.
2. Favorecer el desarrollo armonioso de los niveles de comprensión.

2-Marco conceptual

"Lo que la educación debe impartir es un íntimo sentido del poder de las ideas, de la belleza de las ideas y de la estructura de las ideas, junto con un cuerpo particular de conocimientos relacionados con la vida del ser al que pertenecen".

Alfred North Whitehead

El precedente concepto de educación, cuyo autor es el matemático, filósofo y sociólogo Alfred Whitehead, y aportes de la Didáctica Fundamental, sostienen una propuesta de taller basada en aspectos esenciales referidos a la construcción de las ideas y a la vida del educando, resignificados en esta naciente segunda década del Siglo XXI:

Las fases de la actividad se programaron atendiendo a las orientaciones de Ezequiel Ander-Egg, respecto a finalidades, caracterización y estructura de esta modalidad pedagógica innovadora.

Tanto las intervenciones del docente conductor, como las proyecciones que el taller supone, tienen sustento en las siguientes ideas claves:

a) análisis didáctico por Irma Saiz;
b) desarrollo de las mentes en el S. XXI, por Howard Gardner, con predominancia de la mente disciplinar;
c) la idea de contexto, la construcción del contexto personal y la importancia de la afectividad por Gómez-Chacón;
d) categorías de actividades matemáticas universales por Alan Bishop;
e) las representaciones como significantes de niveles de comprensión por Duval, y por Godino y colaboradores tan destacados como Batanero, D'Amore, Font y Recio;
f) las concepciones sobre la Matemática y la complejidad de su enseñanza, por Patricia Sadovsky;
g) modelos didácticos por Astolfi.

3-Estudio de representaciones

1º) Luego de la presentación de docente y cursantes, se informa sobre objetivos, marco conceptual y desarrollo del taller.

<u>Situación 1</u>

Como apertura de la actividad se propone el análisis de producciones de alumnos magisteriales de primer año, referidas a la resolución de un problema de numeración.

Se informa a los presentes que en una primera actividad con los estudiantes, luego de propuesto y resuelto individualmente el problema, se recogieron todos los trabajos y se efectuó un breve cierre destacando las diferentes "formas de hacer" observadas.

Una segunda actividad se gestionó como un espacio de reflexión, generado por la valoración, exposición, confrontación y análisis de las producciones seleccionadas.

2º) Equipos de trabajo, con no más de cuatro integrantes, estudian la documentación entregada, con el enunciado del problema y los registros de los procedimientos.

3º) Los equipos expresan sus interpretaciones sobre las diferentes maneras de resolución y los conocimientos puestos en juego.

Para confrontar sus aportes con las actuaciones de los estudiantes, se exponen nuevamente los planteos, acompañados por las explicaciones de los estudiantes y notas del docente, en las placas del medio visual.

4º) Se organiza un nuevo espacio de producción colectiva, ordenando el análisis didáctico de las actividades que generaron las producciones, conforme a los siguientes aspectos: contenido matemático, objetivo, finalidades de los alumnos, dificultades, procedimientos de resolución, variables didácticas, validación de las respuestas, fases de aprendizaje, duración temporal.

4-Condiciones

El docente conductor del taller señala algunos elementos que a manera de criterios didácticos orientaron sus intervenciones: secuenciación, fluida comunicación, clima de bajo riesgo, libertad de trabajo grupal, valoración de los registros, acuerdo productivo desde las interacciones, institucionalización consensuada y modelización.

Se estimula la opinión de los cursantes respecto a los puntos expresados. El “descubrimiento” de los conceptos claves que los sustentan, surge de una nueva situación, que consiste en la interpretación de una sigla, por los mismos grupos.

<u>Situación 2</u>

Se muestra en una placa la interrogante: ¿MODDIACC?

Se espera que en pocos minutos los cursantes expresen sus interpretaciones. De no ser así, con algunas pistas o señales significativas, el conductor desbloqueará la tarea asignada. Ej.

MO- - -D---DI---A---C--- C. . .para definir. . .

La explicitación del significado de la sigla, determinará un contexto de comunicación favorable para reflexionar sobre conceptos que sostienen condiciones dadas.

---RECREO---------------------------------------

5-Proyecciones

A continuación se exponen sucintamente los contenidos debatidos, que, integrados a las intervenciones docentes, enriquecen la gestión en el marco de un modelo didáctico provocador del desafío intelectual, afectivo, contextual y por tanto constructivista:

<u>Análisis didáctico</u> -Es el instrumento esencial mediante el cual el docente planifica sus actividades y decide su gestión..Se aprecia su valor en las intervenciones: a priori en la planificación de la situación didáctica, durante la gestión de clase, en el análisis a posteriori y en períodos de evaluación. Posibilita la armonía entre objetivos, metodología y contenidos.

<u>Las mentes en el S XXI</u>-Howard Gardner afirma que se deben cultivar cinco tipos de mentes, de cuyo desarrollo incluso expresa que depende "la supervivencia de nuestro planeta". Afirma que "sabemos lo suficiente para desarrollar una educación capaz de crear personas con estas mentalidades":

- Disciplinar, supone el dominio, en este caso, del pensar matemático y las diferentes formas de ampliar sistemáticamente la información
- Sintética, implica saber resumir con precisión la gran cantidad de información y utilizarla con utilidad.
- Creativa, para resolver con originalidad y funcionalidad las situaciones que se presentan en los diferentes ámbitos de la vida.
- Respetuosa, para ser tolerantes y convivir en paz con quienes son diferentes a nosotros, sea en su aspecto físico, actuaciones o maneras de pensar o sentir.
- Ética, implica educarnos para vivir, en un mundo, como dice Gardner, marcado por el desinterés y la integridad, con la responsabilidad de lograr ese objetivo.

La matemática es una forma muy especial de pensar que ha creado el ser humano. Su enseñanza puede lograr el desarrollo de esas cinco mentes, si constituye el eje de tal propósito, estimulando la creatividad y la síntesis en los procesos de resolución de problemas, proyectándose hacia, y en, el respeto y la ética desde la conquista del conocimiento.

<u>Actividades matemáticas universales</u>-Alan Bishop, a partir de sus investigaciones definió cinco categorías de actividades, que en todo grupo social realizan las personas al ocuparse de tareas matemáticas en diferentes contextos:

- Contar, incluye a los números, sus operaciones y sus representaciones, así como pautas y modelos que posibilitan el acceso al álgebra.

- Localizar, implica conocimientos espaciales, organización de espacios y aspectos geográficos de la geometría.
- Medir, se refiere los trabajos con magnitudes y cantidades, sistemas de medida y su uso en diversas actividades humanas.
- Diseñar, esencialmente es la construcción de formas diversas, estudio de sus propiedades y relaciones, nuevo aspecto de la geometría.
- Jugar, actividad humana que realizamos las personas con cualquier edad y en todo lugar; es problemática porque ofrece situaciones que exigen superar obstáculos para lo cual es necesaria la elaboración de la solución con creatividad y conocimiento.
- Explicar. Describir, argumentar, probar un hecho y la manera de como ocurre, tiene un singular valor en la sociedad actual; dentro de la matemática explicar supone probar conjeturas, demostrar teoremas, derivar corolarios.

Es posible atender y también proponer estas actividades, incluso preparar un currículo centrado en ellas, pues muchas se refieren directamente a contenidos usualmente presentes en programas de la educación formal.

<u>Construcción del contexto personal</u>-La planificación y gestión de actividades exige una clara y si es posible fluida comunicación con todos los alumnos, a los efectos de la construcción del contexto personal "en el que se entretejen afecto y cognición", dice Gómez Chacón, para asumir favorablemente el desafío conceptual de una propuesta.

- Contexto es la "unión de cosas que se enlazan y entretejen"
- El contexto personal es "la representación cognitiva mediante la cual la persona adscribe su significado personal a la tarea y desde el que se comprende el proceso de resolución de un problema"

Buenos serán los aprendizajes matemáticos, si los contenidos sostienen procesos de sucesivas contextualizaciones y descontextualizaciones, pero mejor aún su calidad, si el alumno construyó un contexto personal favorable para la construcción del saber.

<u>Dominio afectivo</u>-Extenso rango de sentimientos y humores considerados como algo diferente de la pura cognición, cuyos descriptores básicos son:

- Creencias, basadas en experiencias y que orientan concepciones.
- Actitud, predisposición positiva o negativa con una componente cognitiva subyacente, una afectiva que acepta o rechaza la tarea o materia, y una intencional hacia cierto comportamiento

- Emociones, respuestas organizadas que incluyen diversos aspectos del ser humano (psicológicos, fisiológicos, cognitivos, motivacionales, experienciales).

En experiencias educativas valiosas, el alumno desarrolla una inteligencia emocional favorable a las actividades matemáticas porque los estímulos que usualmente le generan tensiones, inciden positivamente en su capacidad de aprender.

<u>Niveles de comprensión</u>-El sentido de la actividad matemática se genera en el contexto institucional. La renovada relación personal con el objeto de conocimiento equivale a su comprensión, esto es apropiarse de los elementos que componen su significado:

i) situaciones de uso del objeto;

ii) propiedades, características y relaciones con otras entidades;

iii) lenguaje y representaciones para situaciones, propiedades y relaciones.

La comprensión es parcial y progresiva, pero además en diferentes niveles:

1. un nivel intuitivo u operatorio, que incluye la realización de las tareas que requiere el problema para su resolución;
2. un nivel declarativo o comunicativo, correspondiente a la descripción de las acciones, en la secuencia respectiva al orden de su ejecución;
3. un nivel argumentativo o validativo, caracterizado por la justificación de los procedimientos;
4. estructural o institucionalizado, en el cual el objeto matemático es identificado y convenido, se hace público y perteneciente a la teoría o por lo menos jerarquizado en una red conceptual.

Esencialmente. . .

1º) "Lo esencial, pues es construir una situación didáctica, estado del sistema didáctico, concebida de manera tal que lleve al alumno a superar un obstáculo analizado", nos dice Astolfi.

Debe aspirarse así al progreso intelectual del alumno en toda situación, sea de acción, formulación, validación o institucionalización, incluidas en el proyecto pedagógico.

2º) Se transforma la función docente, con la integración de los contenidos analizados, definiendo en actitud, comunicación y acción un modo de enseñar matemática más atractivo a la vez que eficaz, para el logro de aprendizajes de calidad.

Bibliografía

ANDER-EGG, E. (1991) El taller, una alternativa de renovación pedagógica. Buenos Aires: Ed. Magisterio del Río de la Plata.

ASTOLFI, J-P. (2000) Aprender en la escuela. Ed. Dolmen. Santiago de Chile.

BISHOP, A. (2000). “Enseñanza de la Matemática: ¿Cómo beneficiar a todos los alumnos?” en Matemática y Educación. Ed. Graó. Barcelona

GARDNER, H. (2005) Las cinco mentes del futuro. Ed. Paidós. Buenos Aires.

GODINO J. (1996) Significado y comprensión de los conceptos matemáticos en L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), Proceedings of the 20th. PME Conference (Vol 2, pp 417-424) Valencia.

GÓMEZ CHACÓN, I. (1998) Matemáticas y contexto. Ed. Narcea. Madrid.

SADOVSKY, P. (2005): Enseñar Matemática hoy. Ed. Libros del Zorzal. Buenos Aires.

SAIZ, I. (2004) Curso de Perfeccionamiento en Enseñanza de la Matemática para Formadores del Área Magisterial. Análisis didáctico de actividades: una herramienta para el docente. ANEP-CODICEN. Montevideo.

Anexos

<u>Situación1</u>

Hallar cuatro números naturales que suman 650

R1.

600:4=150
50=11+12+13+14
161+162+163+164=650

R2.

650	2	
0	325	2
	1	162

. . 162+163+164=389

650-389=161

161+162+163+164=650

R3.

650	4
2	162

Solución: 161, 162, 163, 164

161+162+163+164=650

R4.

650-6=644 644:4=161
161+1=162
162+1=163
163+1=164

R5.

a + b+c+d=650
a +(a+1)+(a+2)+(a+3)=650
4a+6=650
a= (650-6):4
a=161

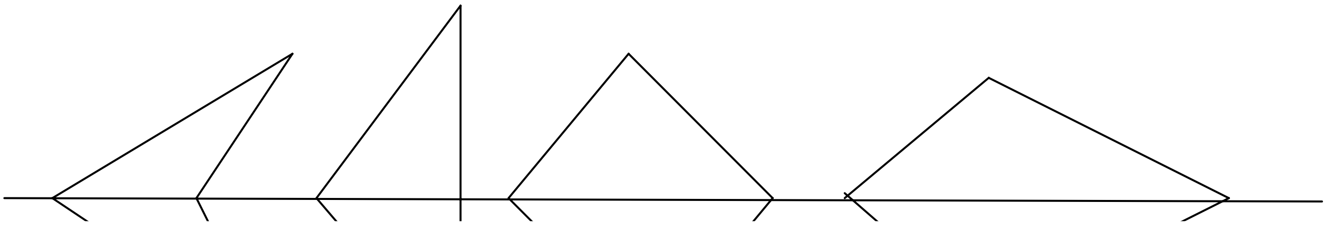
Solución: 161, 162, 163, 164

Situación 2

¿MODDIACC?

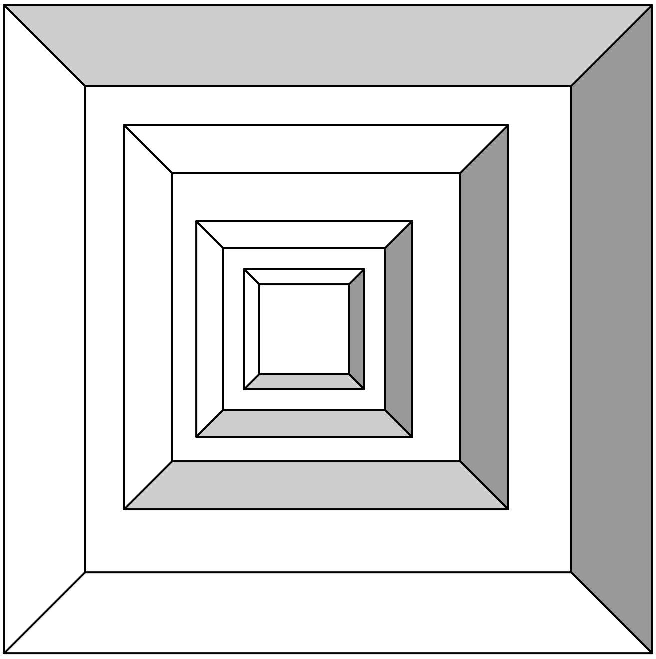
Situación 3

A qué se parece? (1)



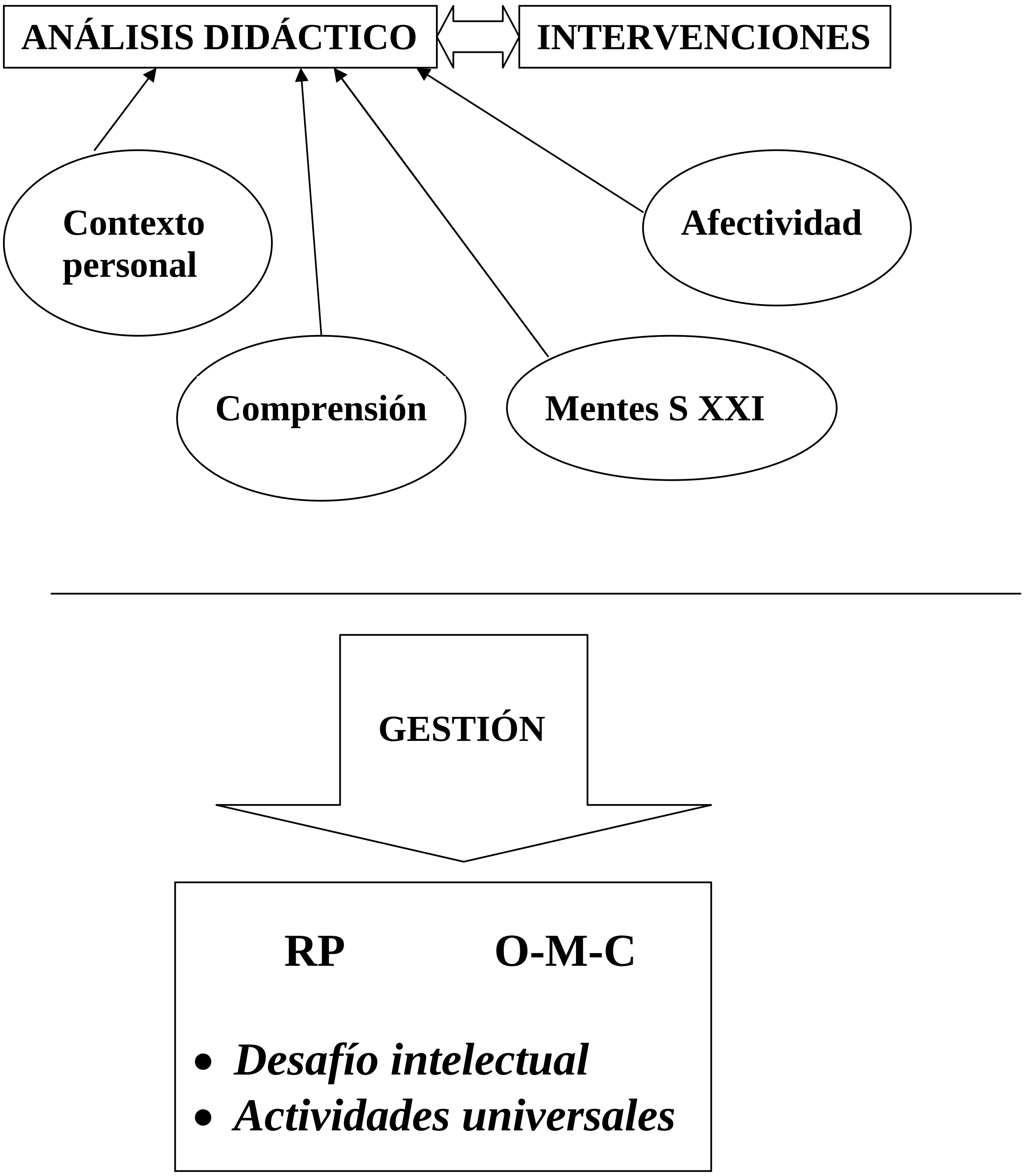
Situación 4

¿A qué se parece?(2)



Esquema

***Hacia un nuevo sentido de enseñar:* MODDIACC**



Aproximación al diseño de una situación didáctica (Propuesta optativa en el cierre)

Se proponen algunas sugerencias para la preparación y gestión de una situación didáctica, en el marco de un modelo didáctico afectivo y contextual constructivo.

1. Considérese, por ejemplo, una actividad de conteo en un grupo de nivel inicial.

   El estudio del contenido puede determinar como objetivo-contenido al ritmo, factor cognitivo importante para aprender a contar.

2. La situación didáctica estará entrada en el eje disciplinar, y es posible organizarla de modo que se estimule la creatividad y que en su dinámica aparezcan elementos referidos al respeto y la ética, transversales en los programas escolares.
3. Si la situación es de formulación, habrá un estímulo ineludible a la explicación e incluso razonamientos de prueba y argumentación de procedimientos de resolución. Por ejemplo un grupo solicita a otro determinada cantidad de piezas para un juego, sin explicitar el número. . .
4. Sin dudas que son variables necesarias el material y la organización de los grupos, pero es decisivo el dominio numérico y el mensaje a elaborar y a comprender, para motivar los procedimientos. Las intervenciones del docente referidas al propio mensaje, deben instrumentarse con claridad y "casi como en un juego", en el contexto ameno que se construye.
5. Por último, la institucionalización, por lo menos parcial, a partir del rescate de los procedimientos, hasta con breves ejemplos de conteo con ritmo de objetos presentes o no, también tiende a construir una regularidad y promover el pensamiento sintético.

El análisis didáctico posibilitará la planificación y operacionalización de la actividad, Pero, toda transformación del modo de enseñar, depende exclusivamente de la profesionalidad del docente y su continuo perfeccionamiento, que hoy supone integrar los contenidos debatidos en el taller, en beneficio de los buenos aprendizajes matemáticos de sus alumnos.

REFLEXIÓN Y DISCUSIÓN EN TORNO A LA MATEMÁTICA

Fabiana Lordoguin –Alejandra Pollio
flordoguin@gmail.com - apole3@gmail.com
Instituto de Profesores Artigas – Uruguay

Tema: Formación de Profesores y Maestros
Modalidad: Taller
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras claves: matemática – pregunta – reflexión

Resumen

La enseñanza de la matemática nos presenta múltiples desafíos a los que uno se enfrenta día a día, esto no nos deja tiempo, a veces, para pensar en la Matemática misma.

Adrián Paenza en un artículo de Página 12 que se titula ¿Qué es la matemática? Nos plantea:

"Si hoy parara a una persona por la calle y le preguntara ¿qué es la Matemática? probablemente contestaría que es el estudio o la ciencia de los números "

¿Has hecho alguna vez esta prueba? ¿Te has planteado esta pregunta alguna vez? ¿Te la han hecho tus alumnos? ¿Qué respuesta, si la tiene, te darías o les darías a tus alumnos?

El trabajo del taller consistirá en concentrarnos, reflexionar y discutir entorno a esta pregunta, sin pretender dar una respuesta; tomando algunas lecturas como elementos de partida del taller.

Introducción

La enseñanza de la matemática nos presenta múltiples desafíos a los que uno se enfrenta día a día, y nos deja poco tiempo, a veces, para pensar en la Matemática misma. Sin embargo, las concepciones que tenemos los docentes acerca de ella, influirán en nuestras estrategias didácticas y determinarán nuestras prácticas.

Adrián Paenza en un artículo de Página 12 que si titula ¿Qué es la matemática? Nos plantea:

"Si hoy parara a una persona por la calle y le preguntara ¿qué es la Matemática? probablemente contestaría que es el estudio o la ciencia de los números "

¿Has hecho alguna vez esta prueba? ¿Te has planteado esta pregunta alguna vez? ¿Te la han hecho tus alumnos? ¿Qué respuesta, si la tiene, te darías o les darías a tus alumnos?

¿Qué es la Matemática?,…. ¿es una actividad humana?,¿ es una creación del hombre, o, existen por sí mismas?, ¿está en la naturaleza?, ¿es resolver problemas?, ¿es una ciencia?, ¿ es un lenguaje?, ¿es un arte?, ¿es una forma de entender la realidad?

Pertinencia de la propuesta

Numerosas investigaciones han señalado que, la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática están influenciados por las creencias y concepciones que, tanto estudiantes como profesores y la sociedad en general, tienen acerca de la naturaleza de esta disciplina.

En este sentido, Thompson (1992), citado por Flores (1998), plantea que "Una concepción del profesor sobre la naturaleza de las matemáticas puede verse como creencia, concepto, significado, regla, imagen mental y preferencia, consciente o inconsciente del profesor en relación a las matemáticas. Éstas creencias, conceptos, puntos de vista y preferencias, constituyen los rudimentos de una filosofía de las matemáticas". También, citando a Ponte (1994b), explica que las concepciones pueden ser vistas como el plano de fondo, como organizadoras de los conceptos. Ellas constituyen cuadros conceptuales que desempeñan un papel semejante a los presupuestos teóricos de los científicos. Las concepciones condicionan la forma de abordar las tareas, (...). Estrechamente ligadas a las concepciones están las actitudes, las expectativas y el entendimiento que cada uno tiene de lo que constituye su papel en una situación dada"

En nuestra tarea cotidiana, nos preocupa sobre manera ser rigurosos en nuestras clases, que nuestras planificaciones están lo suficientemente pensadas y los conceptos tratados con la profundidad adecuada. Lo que no debemos perder de vista además, es la propia esencia de la disciplina que estamos trabajando.

Esta reflexión nos permitirá la exploración de las distintas perspectivas sobre la Matemática. Una revisión que busca permitir renovación de nuestra mirada de la Matemática, que expanda y enriquezca nuestro desarrollo profesional el cual aportaría a nuestra práctica docente.

Por tanto creemos relevante generar esta instancia, buscando instalar en los participantes algunos elementos que promuevan tanto sea un debate, como una renovación o la consolidación de su propia creencia sobre la Matemática.

Desarrollo del Taller

En el taller promoveremos la reflexión y la discusión en torno a ¿Qué es la Matemática?, sin pretender dar respuesta a esta pregunta. Se intentará generar un espacio de reflexión que permita a los asistentes, la construcción, o reconstrucción, de una concepción personal acerca de la Matemática.

Tanto la reflexión como la discusión estarán guiadas por algunos documentos que utilizaremos como insumos de trabajo.

Revisar las definiciones que han dado matemáticos y educadores matemáticos, acerca de la Matemática, nos permitirá reflexionar acerca de su naturaleza y ello nos ayudará a reconstruir nuestra visión personal.

En la siguiente actividad se trabajará con el documento "Citas", donde aparecen diferentes definiciones de la Matemática, atribuidas a matemáticos, hombres de ciencia, educadores matemáticos y escritores.

ACTIVIDAD 1

a. Realiza la lectura del documento "Citas" y elige una de ellas. Coméntala con tus compañeros de equipo.
b. Entre todos los integrantes del equipo, seleccionen dos citas que estén vinculadas y expliquen, qué idea transmiten.

Para la siguiente actividad, presentaremos el capítulo 3 "La amplitud de la Matemática en Stewart, I (2007), Cartas a una joven matemática. En este libro, el investigador y divulgador de la matemática Ian Stewart explica, a una talentosa joven interesada en estudiar Matemática, aquellas cuestiones que a todos nos hubiese interesado saber en épocas de estudiante. Así, trata, en un formato de "cartas", cuestiones que van desde las esencialmente filosóficas hasta las más prácticas.

ACTIVIDAD 2

a. En el texto se presentan distintas visiones de la filosofía de la Matemática. ¿Tú te identificas con alguna de ellas?
b. El autor examina diversas definiciones de las matemáticas y finalmente llega a una conclusión propia con la que se encuentra moderadamente satisfecho. Expone tu visión de la matemática.

Bibliografía

- Flores Martínez, P. (1998). Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza. Editorial COMARES. Universidad de Granada. España
- Giusti, E. (2000). La naissance des objets mathématiques, Ellipses Éditions Marketing, Paris
- Paenza, A. (2006). "¿Qué es la matemática?", en el diario Página 12. (*http://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/index-2006-03-01.html*)
- Santaló, L.(1986). La enseñanza de la matemática en la escuela media, Editorial Docencia, Argentina 1986
- Stewart, I. (2007). Cartas a una joven matemática. Editorial Crítica. Pp.23-38 Madrid.

TALLER SOBRE CURVAS DE PEANO EN EL GEOGEBRA

María Inés Urbina Amores
ducosurbina@yahoo.com
Centro Regional de Profesores del Suroeste, Uruguay

Tema: Formación de Profesores y Maestros
Modalidad: Taller
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras Claves: Geogebra, Curvas de Peano, Fractales

Resumen

Se exhibirá una temática del SXX y se desea que los concurrentes experimenten un acercamiento más a la herramienta informática cuyo uso es hoy ineludible en la Educación Matemática. Se aspira luego de una sucinta presentación de las Curvas de Peano, desarrollar un taller donde se representarán las primeras iteraciones de algunos ejemplos con el uso del GeoGebra. Estas curvas fractales poseen un diseño geométrico basado en el concepto de autosemejanza, que conlleva una singular belleza visual allende del potente resultado matemático: que una curva "llene un cuadrado". Se realizarán los comentarios pertinentes acerca de límites, recurrencia, inducción, completitud, densidad, continuidad y dimensión fractal entre otros. El recurso de la Geometría Dinámica, se adapta a la recursividad y facilita la visualización. Se propenderá a generar otras curvas libradas a la creatividad de los asistentes.

Introducción

El ***infinito*** es una palabra que utilizamos desde el primer año de enseñanza media pero su total dimensión se va gestando a medida el alumno avanza en su conocimiento matemático. Si le preguntamos a un alumno de primer año cuántos múltiplos de 3 hay o cuántos puntos tiene una recta, seguramente luego de una mirada inquisidora del docente responderá: infinitos. Es una palabra de uso corriente, que pertenece a su vocabulario activo.

Íntimamente ligado al concepto de infinito está el concepto de límite y lo asociado a lo infinitesimal, a la densidad y a la continuidad. Generalmente cuando en bachillerato se formaliza la definición de función continua, los ejemplos de discontinuidad ayudan a la formación del concepto, dado que la continuidad ha sido para el alumno lo corriente, y los casos de discontinuidad aparecen excepcionalmente. Comprender la completitud de la recta real implica concebir que pueden haber rectas "agujereadas" y se requiere de determinada abstracción para visualizarla. Desde el pensamiento ingenuo, no es natural pensar el infinito sin el continuo o la completitud.

La elección del tema está fundada por un lado por el lugar que ocupan en el pensamiento matemático de los *procesos iterativos*, asociados a las sucesiones, conceptos de inducción y convergencia y a su influencia en los métodos informáticos; y por otro la intención de tratar con temáticas del S XX, porque tenemos el deber de transmitir a nuestros alumnos que la Matemática es campo de conocimiento en expansión, que tiene preguntas abiertas y que en particular durante la segunda mitad del siglo pasado y lo que va de éste, ha constituido un momento privilegiado de la historia por su enorme volumen de producción.

Finalmente, la opción de un taller con el GeoGebra, se basa en que el docente asistente pueda aplicar al aula alguna actividad inspirada en estas curvas. La idea básica es hacer uso del botón *"herramienta"* y emprender la recursividad para algunos casos, en que la autosimilitud se reduce (en los casos a abordar en este taller) a transformaciones de semejanza.

Desarrollo del taller

Primera parte

Se expondrá sobre las curvas de Peano. Se enunciarán definiciones y proposiciones necesarias para comprender por qué siendo "curvas", éstas llenan el cuadrado. En otras palabras: son imágenes de funciones sobreyectivas del [0,1] en el [0,1]x[0,1]. En el anexo 1 de este documento se amplía esta información. Este concepto de "llenar el cuadrado" tiene eco en la definición de dimensión fractal que será tratada en el Anexo 3. Por último se exhibirán algunos ejemplos clásicos de estas curvas.

Segunda parte

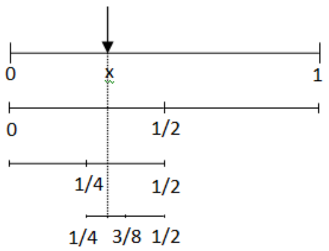
Con base en la autosomilitud (o autosemejanza como es el caso de la que vanos a abordar con los asistentes en el taller) y con la opción *Creación de nueva Herramienta* que proporciona el GeoGebra, se plantearán algunos primeros elementos de la sucesión de caminos cuyo límite es una curva de Peano. En particular esta curva es cerrada y esta versión fue planteada por Sierpinski. El análisis de esta curva se detalla en el Anexo2.

Anexo 1

Se busca en este apartado referir a las definiciones y proposiciones que fundamentan la existencia de las curvas de Peano. Se apela a nociones que el docente conoce y que se manejan en el aula de la enseñanza media superior.

- Proposición 1. En el Intervalo [0,1] hay infinitos números reales.

- Proposición 2. La intersección de todos los términos de una sucesión de intervalos cerrados encajados de números reales cuya longitud tiende a cero es un conjunto unitario.
  En particular, a través de un proceso dicotómico, afirmamos:
  $\forall x \in [0,1]$encontramos una sucesión de intervalos encajados
  que verifica $\forall x \in [0,1], \{x\} = \bigcap_1^\infty I_n$.



$I_1 = [0, 1/2]$

$I_2 = [1/4, 1/2]$

$I_3 = [1/4, 3/8]$

$$\{x\} = \bigcap_{n \in IN} I_n$$

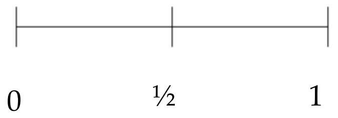
❖ Definición 1. Dos conjuntos son *coordinables* o *equipotentes* si existe una función biyectiva de uno en el otro. Se dice que ambos poseen el mismo cardinal.

- Proposición 3. Los conjuntos [0,1] y [0,1]x[0,1] son coordinables.

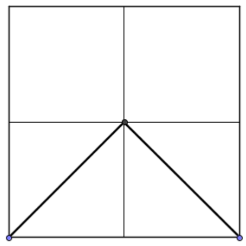
❖ Definición 2. Dados dos puntos x e y de un espacio E, llamamos *camino* en E que une x con y, a una función continua $f\colon [a,b] \to E$ de algún intervalo cerrado [a,b] de la recta real de modo que $f(a) = x$ y $f(b) = y$.

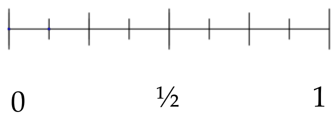
Vamos a construir una sucesión de caminos del [0,1] en el [0,1]x[0,1], cuyo límite será una función continua sobreyectiva [0,1] en el [0,1]x[0,1].

Las siguientes imágenes ilustran los primeros términos de esta sucesión:

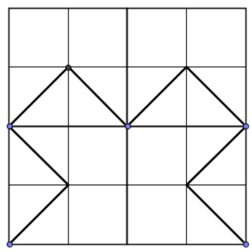


f1

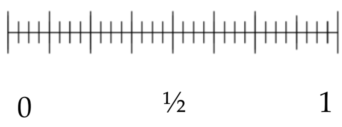


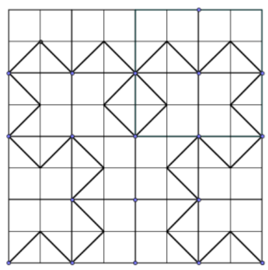


f2



f3

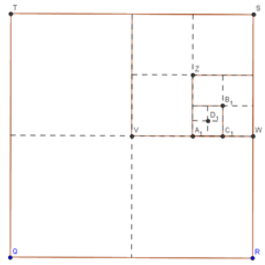




- <u>Proposición 4.</u> La proposición2, se extiende para el caso de cuadrados encajados cuyo lado tiende a cero:

$$\forall (x,y) \epsilon [0,1] x [0,1], \quad \{(x,y)\} = \bigcap_{n=1}^{\infty} C_n$$

donde C_n es el cuadrado elegido en el n-ésimo paso, en que cada cuadrado se divide en 4 y se elige uno al que pertenece dicho punto.



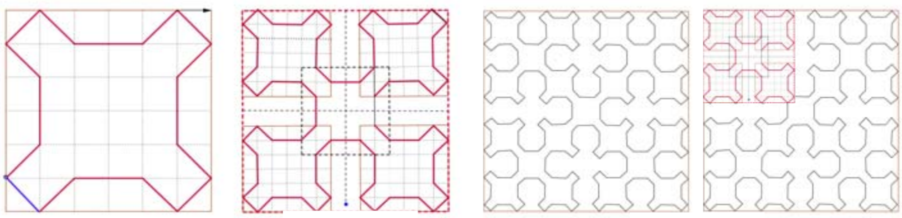
Se concluye:

- ✓ Las imágenes de los elementos del conjunto $A_j = \left\{x\epsilon[0,1]: x = \frac{k}{2^j}, 0 \leq k \leq 2^j\right\}$ a través de las funciones $f_n, \forall n \in N,\ n \geq j$ se verifica que $f_j\left(\frac{k}{2^j}\right) = f_n\left(\frac{k}{2^j}\right)$.
- ✓ El conjunto $A = \bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ es denso en [0,1].
- ✓ El conjunto $\bigcup_{j=1}^{\infty} f_j\left(A_j\right)$ es denso en [0,1]x[0,1].
- ✓ Existe una función límite $f: [0,1] \rightarrow [0,1] \times [0,1]$.

  Definida una distancia en el conjunto de dichas funciones, el espacio resultante es completo. Se demuestra además que la sucesión de caminos planteada es una sucesión de Cauchy con esa métrica.
- ✓ La función f es sobreyectiva.

Anexo 2

Algunas consideraciones sobre la curva cuyas primeras iteraciones se plantearán en actividad de taller:



Paso 1 Paso 2 Paso 3

En el primer paso, se divide el cuadrado [0,1]x[0,1] en 36 pequeños cuadrados, dividiendo cada lado en 6 segmentos iguales. Seleccionando los segmentos correspondientes se obtiene la primera figura.

En el segundo paso, "se unen" cuatro de estas figuran con una central, para lo cual se divide al lado del cuadrado [0,1]x[0,1] en 2.6+2= 14 segmentos iguales.

En el tercer paso, "se unen" cuatro de estas segundas figuras con una central de la primera iteración. Para ello, se divide al lado en 2x14+2= 30 segmentos iguales.

La sucesión de números en que hay que dividir cada lado es recurrente, definida por:

$a_1 = 6, \quad a_{n+1} = 2.a_n + 2$

Esta sucesión creciente es divergente y verifica $\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$. Lo interesante a los efectos de proceso iterativo de construcción, es calcular las razones de semejanza que llevan de un paso al siguiente: $\frac{14}{6}, \frac{30}{14}, \frac{62}{30}, \ldots$

Anexo 3

Acerca de la dimensión fractal

Las consideraciones sobre la dimensión fractal que aquí se presentan son informales. Se apunta a que intuitivamente se pueda identificar un número real con una figura del plano enclidiano. Se va a proveer de una fórmula para calcular esta dimensión. Se utilizará el lenguaje coloquial para definir la sucesión de figuras.

En primera instancia vamos a aceptar que una curva del plano tiene dimensión 1 y que el cuadrado [0,1]x[0,1] tiene dimensión 2. En cada iteración, llamaremos k_n, $0 < k_n < 1$, a la razón de semejanza que surge de pasar de la figura F_n a la figura F_{n+1}; y sea A_n el coeficiente de aumento del número de segmentos al pasar de la figura F_n a la figura F_{n+1}. La dimensión fractal se calcula: $\lim_{n\to\infty} \frac{L(A_n)}{L\left(\frac{1}{k_n}\right)}$. En los fractales más conocidos estas dos sucesiones son constantes. El análisis de los ejemplos clásicos ayudará a la comprensión del concepto.

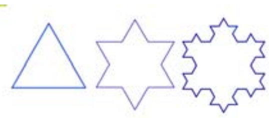
Ejemplo 1: Triángulo de Sierpinski

Paso 1: un triángulo equilátero, F_1.

Paso 2: Se divide cada lado en 2 segmentos iguales y se elimina el triángulo central, obteniendo F_2, que está compuesta por 3 triángulos equiláteros.

Paso 3: En cada uno de los triángulos de F_2, mediante el mismo procedimiento se elimina el triángulo central, obteniendo F_3, que consta de 9 triángulos equiláteros.

En este caso $\forall n,\ n \in N,\ k_n = \frac{1}{2}\ ,\ A_n = 3$, luego la dimensión fractal es $\frac{L3}{L2}$.



Ejemplo 2: El copo de nieve de Koch

Paso 1: Dado un triángulo equilátero, se consideran sus lados, a los que les llamamos F_1.

Paso 2: Se divide cada lado en 3 segmentos iguales, se elimina el segmento central, y se construyen los otros dos lados de los triángulos equiláteros que se forman sobre estos segmentos de modo que sean exteriores al triángulo inicial, obteniendo así F_2, que está compuesta por 12 segmentos.

Paso3: Sobre cada uno de los segmentos se repite el procedimiento.

En este caso $\forall n,\ n \in N,\ k_n = \frac{1}{3}\ ,\ A_n = 4$, luego la dimensión fractal es $\frac{L4}{L3}$.

Ejemplo 3: La curva de Sierpinski a iterar con el GeoGebra

Paso 1: La figura consta de 20 segmentos, 8 de longitud $\frac{1}{6}$ y 12 segmentos de longitud $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Paso 2: Ya calculamos $k_1 = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$. Consta de 84 segmentos, 40 de longitud $\frac{k_1}{6}$ y 44 de longitud $\frac{k_1\sqrt{2}}{6}$ de donde $A_1 = \frac{84}{20} = \frac{21}{5}$.

Paso 3: Calculemos: $A_2 = \frac{83.4+8}{84} = \frac{340}{84} = \frac{85}{21}$.

Si p_n es la sucesión que cuenta el número de segmentos de la figura n-ésima, ésta queda definida recurrentemente por $p_1 = 20$, $p_{n+1} = 4(p_n-1)+8$ (se hace este planteo en virtud de la figura) de donde $p_{n+1} = 4(p_n+1)$y luego $A_n = \frac{p_{n+1}}{p_n} = \frac{4(p_n+1)}{p_n} \to 4$ si $n \to \infty$ dado que $p_n \to \infty$. Por otro lado $k_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2(a_n+1)}{a_n} \to 2$, si $n \to \infty$ dado que $a_n \to \infty$.

Ahora podemos calcular la dimensión fractal:$\lim_{n\to\infty} \frac{L(A_n)}{L\left(\frac{1}{k_n}\right)} = \frac{L4}{L2} = 2$ y no es de extrañar obtener este resultado, ¡porque la curva llena el cuadrado!

Bibliografía

Fagella, N. & Jarque, X. (2007). *Iteración compleja y fractales.* Barcelona: Vincens Vives.

Aguilera, N. (1995). *Un paseo por el jardín de los fractales.* Buenos Aires: Red Olímpica.

Munkres, J. (2002) *Topología.* Madrid: Prentice Hall.

Braun, E. (1996). *Caos, fractales y cosas raras.* México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Mandelbrot, B. (1977) *The fractal Geometry of Nature* .New York: W. H. Freeman and Company.

Stewart, I. (2005) *De aquí a infinito. Las Matemáticas de hoy*. Barcelona: Crítica.

VISUALIZAR, CONJETURAR Y DEMOSTRAR UTILIZANDO EL SOFTWARE GEOGEBRA

Margot Madama – Mary Curbelo
margot.madama@hotmail.com marycur5771@hotmail.com
Liceo "José Alonso y Trelles" de la ciudad de Tala, Uruguay.

Tema: Uso de tecnologías.
Modalidad: T (Taller)
Nivel educativo: Medio (de 11 a 17 años)
Palabras clave: Geometría dinámica; observación.

Resumen

La interpretación geométrica en sala de informática permite al estudiante reinterpretar, afianzar y elaborar los conceptos dados en clase sobre el tema y descubrir características o propiedades de los mismos, ya que el alumno cuenta con un número mayor de casos a observar pues moviendo puntos, descubre propiedades, conjetura en torno a ellas, para luego demostrarlas utilizando el software Geogebra. La misma tiene la ventaja de otorgar mayor significado a las situaciones algebraicas presentadas, creando un fuerte vínculo entre álgebra y geometría. En el taller se presentarán distintos trabajos que hemos propuesto en primer y segundo ciclo de Enseñanza Secundaria para que los participantes realicen dichas actividades y así crear un ambiente de opinión y discusión que enriquezca los trabajos entusiasmando a los participantes en el uso de esta herramienta. Luego se propondrá crear una actividad en Geogebra que permita visualizar e inferir propiedades para luego demostrarlas utilizando el software

Introducción

La interpretación geométrica en sala de informática permite al estudiante, además de desarrollar habilidades de visualización, reinterpretar, afianzar, y elaborar los conceptos dados en clase sobre el tema y descubrir características o propiedades de los mismos, ya que el alumno cuenta con un número mayor de casos a observar pues moviendo puntos, descubre propiedades, conjetura en torno a ellas, para luego demostrarlas utilizando el software Geogebra. La misma tiene la ventaja de otorgar mayor significado a las situaciones algebraicas presentadas, creando un fuerte vínculo entre álgebra y geometría.

La utilización del programa permite agilidad, ya que se aumenta la cantidad de casos que se pueden observar, además de generar mayor certeza con que se puede trabajar el tema. De esta forma la observación de imágenes implica un trabajo no rutinario, lo cual no significa que no se realice un trabajo manual, pues éste también es importante y necesario.

La exploración informal de relaciones geométricas por construcción y medición con lápiz y papel, consumen demasiado tiempo (y son relativamente inexactas), esas figuras construidas son "estáticas" y uno tiene que redibujar la figura o ser capaz de visualizar cómo podría cambiar de forma. El dinamismo de las figuras que se construyen con el software Geogebra, facilita la visión global de un problema, el desarrollo de conceptos ya que en la visualización experimentan y descubren regularidades que, con el trabajo manual, requeriría mucho más tiempo y esfuerzo. Con éste tipo de programa las figuras geométricas pueden construirse por medio de acciones y en un lenguaje que son muy próximos al que se usa en el universo del " lápiz y papel", con la ventaja de poder realizar construcciones complejas para luego modificarlas. Una vez creadas, estas figuras pueden redibujarse moviendo sus elementos básicos directamente mientras se mantienen las propiedades que se les han dado explícitamente.

De esta forma el trabajo en Geogebra permite estimular la observación, la experimentación y la generalización, así como la elaboración de conjeturas, su verificación experimental, permitiendo que el alumno no se pierda en construcciones intermedias y su posterior demostración.

ACTIVIDADES CREADAS PARA TRABAJAR CON GEOGEBRA

ACTIVIDAD 1:

Unidad: Geometría: Método de los lugares geométricos.

Tema: Ángulo inscripto en una circunferencia. Ángulo al centro

Curso: 4° año

Objetivos: * Observar que los puntos del plano que ven a un segmento bajo un ángulo constante es un arco capaz. * Definir ángulo inscripto en una circunferencia y ángulo al centro a partir de su construcción. * Deducir y justificar la propiedad que relaciona ángulo inscripto y ángulo al centro que abarca el mismo arco.

Actividad previa: Antes del siguiente trabajo, se les presenta a los alumnos un problema y una actividad en Geogebra dónde, a partir de ellas, deducen la definición de arco capaz y justifican que es un lugar geométrico.

Ficha de trabajo: Ángulo inscripto y ángulo al centro: una relación particular

PRIMERA PARTE: En busca de una propiedad

*Eliminar ejes (vista-ejes)

1.- Construir una circunferencia de centro O y dos puntos A y B en ella (Circunferencia dado su centro y uno de sus puntos. Para llamar O a su centro: señala el punto A y con el secundario elige: renombra. Para hallar otro punto A en la cfa selecciona: punto en objeto y señala la cfa)

2.- Construir el ángulo ACB con C en uno de los arcos de la cfa anterior, medirlo y comprobar que el ángulo ACB siempre mide igual cuando C varía en un mismo arco AB (para ello busca punto en objeto y señala la cfa para encontrar C, traza las semirrectas CA y CB con: semirrecta por dos puntos y mide el ángulo convexo que esas dos semirrectas determinan con: ángulo , si te da la medida del ángulo no convexo ACB señala las semirrectas en orden contrario, luego mueve el punto C con: elige y mueve).

3.- Podemos afirmar entonces que**:**

EL ______________________________ DE LOS PUNTOS DE UNO DE LOS SEMIPLANOS DE BORDE [A,B] QUE SON VÉRTICES DE ÁNGULOS QUE MIDEN α Y CUYOS LADOS PASAN POR A Y B ES ____________________________ DE SEGMENTO AB Y ÁNGULO α

4.- ¿Qué nombre recibe un ángulo convexo cuyo vértice pertenece a una circunferencia y sus lados son secantes a ella? ________________________________

(Puede servirte de ayuda el libro con el que trabajamos en clase: Matemática 4)

5.- Construir el ángulo AOB y medirlo (si el punto C elegido está en el mayor arco de cuerda AB debes medir el ángulo AOB convexo, pero si C pertenece al menor arco de cuerda AB, el ángulo AOB es el no convexo)

6.- ¿Qué nombre recibe un ángulo cuyo vértice es el centro de una cfa? _________

7.- ¿Cómo es el ángulo AOB con respecto al ACB? _____________________

Puede servirte de ayuda calcular el doble de α.

8.- Podemos decir entonces que:

LA MEDIDA DE UN ÁNGULO ___________ EN UNA CIRCUNFERENCIA ES IGUAL A LA _________ DE LA MEDIDA DEL ÁNGULO __________ QUE ABARCA EL MISMO ARCO.

<u>**SEGUNDA PARTE**</u>: Demostración de la propiedad

* Archivo-nuevo-no guardar

1.- Construir una circunferencia de centro O, los puntos A, B y C en ella (elige C en el arco mayor AB), las semirrectas CA, CO y CB, OA y OB.

2.- Definir el punto E, intersección de la semirrecta CO y la cfa (intersección de dos objetos y señalar ambas). Observa que el punto C aparece como D en la vista gráfica, para que vuelva a aparecer como C: en vista algebraica dar un clic sobre D.

3.- Medir los ángulos convexos $A\hat{C}O$, $O\hat{C}B$, $A\hat{O}E$ y $E\hat{O}B$. Observa que el tercer ángulo es el doble del primero y que el cuarto el doble del segundo.

4.- Medir los ángulos convexos $O\hat{A}C$ y $C\hat{B}O$.

5.- ¿Por qué miden lo mismo los ángulos $A\hat{C}O$ y $O\hat{A}C$? ____________________________

¿Y los ángulos $C\hat{B}O$ y $O\hat{C}B$? ____

6.- ¿Por qué el ángulo $A\hat{O}E$ es igual a la suma de $A\hat{C}O$ y $O\hat{A}C$?____________________

¿Por qué el ángulo $E\hat{O}B$ es igual a la suma de $C\hat{B}O$ y $O\hat{C}B$?______________________

7.- De la parte 5 y la 6 podemos concluir que: $A\hat{O}E$ = __ $A\hat{C}E$ y que $E\hat{O}B$ = __ $E\hat{C}B$

Por lo tanto: **AOB = __ ACB** Lo que comprueba la propiedad de la primera parte

8.- Comprobar que la propiedad es válida cualquiera sea la posición de D.

(En la ficha de los alumnos aparece la guía para realizarlo)

ACTIVIDAD 2:

Unidad: Álgebra-Funciones

Tema: Funciones racionales

Curso: 4° año

Objetivos: *Retomar y aplicar a una función racional dada por su gráfico los conceptos de: función, raíz y signo. *Explicar el concepto de dominio de una función y cómo se encuentra el mismo a partir de su gráfico, además cómo obtener la raíz y el dominio a partir de la expresión de la función racional dada. *Observar, conjeturar y fundamentar cómo hallar: dominio, raíz, signo, corte con Oy y asíntotas de una función racional a partir de su gráfico.

Ficha de trabajo: Estudio de la función racional

PRIMERA PARTE: Analizando un gráfico realizado en Geogebra

1.- En la barra de entrada escribe la función: $f(x) = (3x - 6)/(x + 1)$ y presiona enter

2.- Observando el gráfico obtenido: i) explicar por qué corresponde al de una función, ii) indicar cuál es el dominio de la misma, la raíz y el signo. iii) Observando la expresión analítica de la función, ¿cómo crees que puedes hallar el dominio de la función? ¿y la raíz? iv) Traza las rectas: y = 3, x = -1 y observa que ninguna de la "ramas" del gráfico las cortan.

<u>SEGUNDA PARTE</u>: Trabajo en Geogebra

1.- Crear los deslizadores: a, b, c y d (Deslizador y hacer clic en la vista gráfica donde irá el deslizador, selecciona un rango entre -10 y 10 en cada uno de los cuatro deslizadores y "aplica".

2.- En la barra de entrada escribe la función: f(x) = (a x + b)/(c x + d) y presiona enter

3.- Mueve los deslizadores para: a=4, b=-8, c=1 y d=-1 con: elige y mueve.

4.- Traza las rectas y = 4, x = 1 (en barra de entrada escribe: y = 4 y presiona enter, luego x = 1 y enter. Puedes volver a desplazar el gráfico, alejarlo o acercarlo)

5.- Señala un punto sobre la hipérbola que quedo dibujada (Nuevo punto y señalar la hipérbola)

6.- OBSERVACIONES:

Observando el gráfico de la función f / f (x) = $\frac{4x-8}{x-1}$ que dibujaste contesta:

a) ¿Todos los valores de x tienen imagen? ________ Mueve el punto A y observa sus coordenadas en la vista algebraica, ¿es posible que A tenga abscisa 1? ______________

¿Cómo puedes hallar ese valor teniendo la expresión de f? ________________________

Decimos que el dominio de la función f es: __________ y escribimos: **D (f) = R – { 1 }**

b) ¿Cuál es la raíz de la función? ________ Mueve el punto A hasta que coincida con el punto de corte de la hipérbola con el eje x, ¿cuáles son sus coordenadas? __________

¿Cómo puedes hallar ese valor teniendo la expresión de f? ________________________

c) Escribe el signo de f según el gráfico _______________________________________

d) ¿Cuál es el corte con el eje Oy? __________ ¿Cómo puedes hallar ese valor teniendo la expresión de f? ____

e) ¿Qué sucede con el comportamiento de la función cuando x toma valores muy grandes en valor absoluto? ____

Escribimos: $\underset{x \to \pm\infty}{f(x) \to}$ y se lee: f de x tiende a ___ cuando x tiende a mas o menos infinito

Decimos que la recta y = 4 es una asíntota horizontal (A.H.: y = 4)

f) ¿Qué sucede con el comportamiento de la función en las cercanías de la recta x = 1?

____

Escribimos: * f (x) → y se lee: f de x tiende a _____ cuando x tiende a

$x \to 1^{+}$ 1 por derecha

* $f(x) \to$ y se lee: f de x tiende a _____ cuando x tiende

$x \to 1^{-}$ a 1 por izquierda

Decimos que la recta x = 1 es una asíntota vertical (A.V.: x = 1)

10.- Realiza el estudio efectuado en la parte anterior con la función $f \,/\, f(x) = \frac{3x-6}{x+1}$

<u>ACTIVIDAD 3:</u>

<u>Unidad</u>: Geometría analítica del espacio.

<u>Tema</u>: Ecuación cartesiana de planos en distintas posiciones.

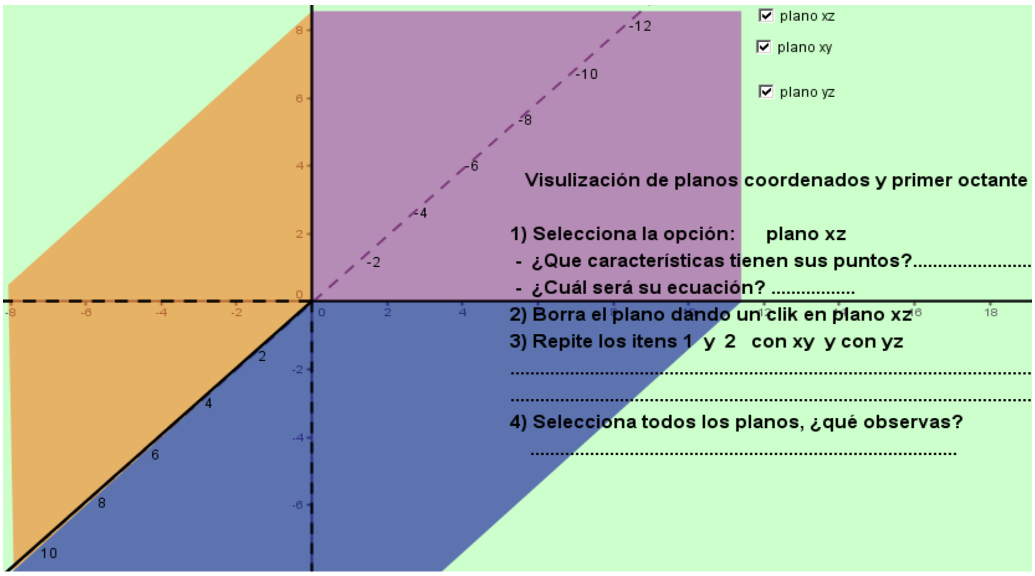
<u>Curso</u>: 5° año, Matemática 1, Núcleo Común.

<u>Objetivos</u>: *Visualizar e inducir ecuación del plano en diferentes posiciones en el espacio y aplicarlo luego a cuerpos cuyas caras son planas.

<u>Representación de planos. Ecuación cartesiana de un plano según su ubicación en el plano</u>

<u>Visualización de planos coordenados, primer octante y planos paralelos a los coordenados. Ecuaciones de cada plano</u>.

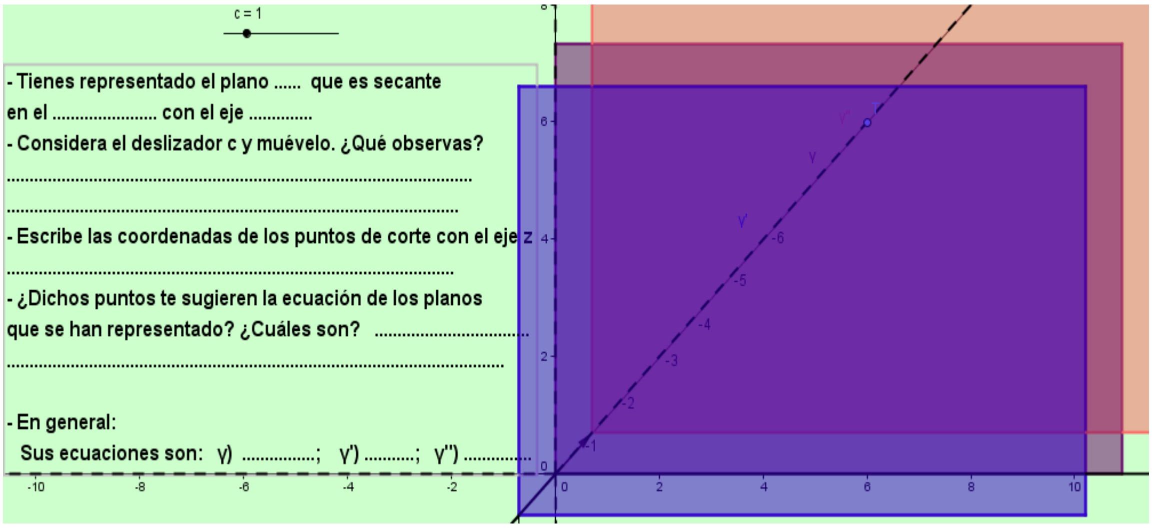
Para ello busca la actividad: 1) realizada en geogebra:



<u>Visualización de los planos paralelos a los coordenados y deducción de ecuación</u>:

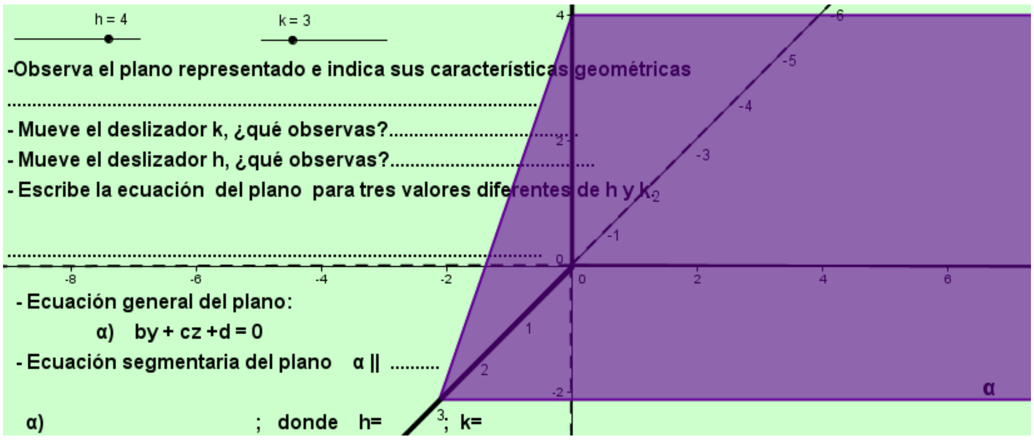
Para ello busca las actividades: 2); 3); 4); 5) creadas con el software Geogebra.

A modo de ejemplo se muestra la ficha 3:

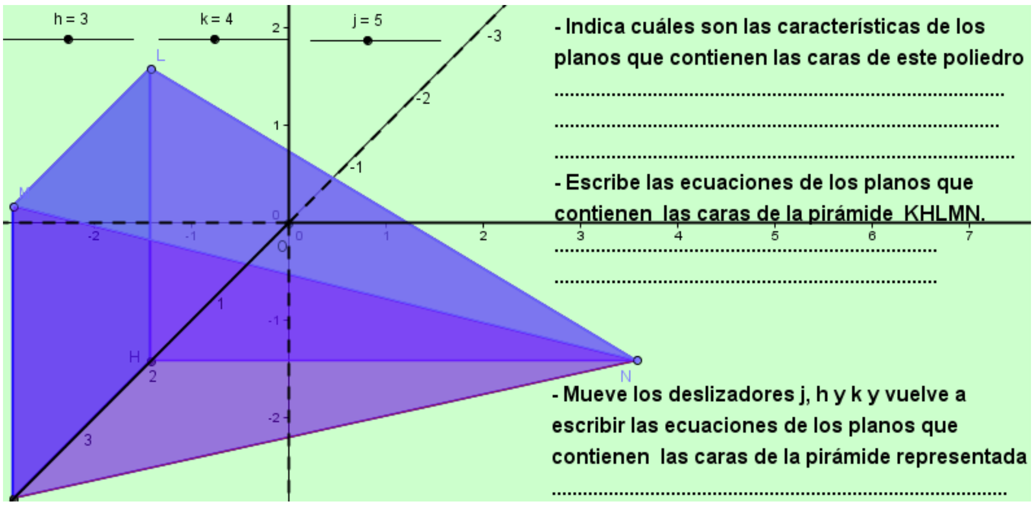


<u>Visualización de los planos secantes a dos o tres ejes coordenados</u>: Deducción de su ecuación. (Para ello busca las fichas: 6); 7); 8); 9) creadas en Geogebra).

A modo de ejemplo se muestra la ficha 6:



<u>Ejercicios: (fichas 10 y 11)</u> (A modo de ejemplo ficha 11)



<u>ACTIVIDAD 4</u>:

Unidad: Geometría del triángulo.

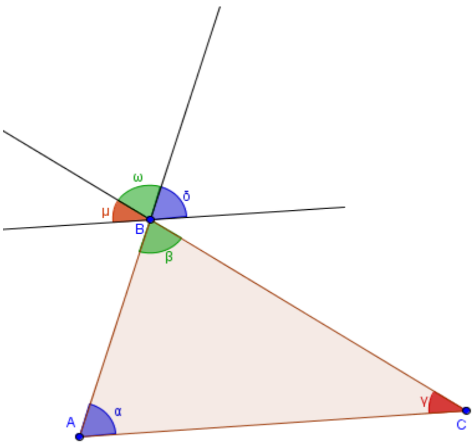
Tema: Propiedades relativas a ángulos de un triángulo

Curso: 2° año

Objetivos: *Observar, deducir y demostrar propiedades sobre suma de ángulos internos de un triángulo, relación entre ángulo interno y su correspondiente ángulo externo y teorema del ángulo externo.

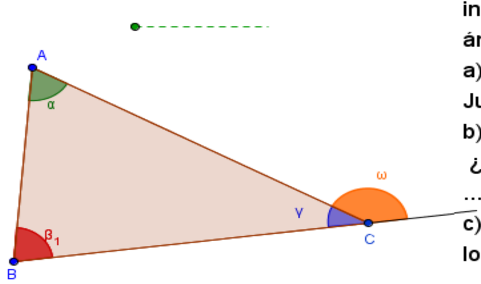
Suma de los ángulos internos de un triángulo.

- Primero se trabaja con una ficha donde se deduce la propiedad a través de mediciones y sumas de ángulos internos del triángulo.
- Luego se trabaja con la ficha 4 para su demostración apoyándonos en el software Geogebra.



Se ha representado un triángulo ABC y se han indicado sus ángulos interiores.
Mueve el deslizador que tienes en la parte superior.
¿Qué se ha representado?...
....
....
¿Qué relación encuentras entre los ángulos azules? justifica
....
¿Y los marrones?Justifica ....
¿Y los verdes? Justifica...
¿Cuánto es μ + ω + δ? Justifica ....
¿Qué puedes decir acerca de la suma de los ángulos interiores de un triángulo? ....

Relación entre ángulo internos y sus correspondientes ángulos externos. (ficha 5)



Se ha representado un triángulo ABC, se han indicado sus ángulos internos y uno de los ángulos externos del mismo.
a) ¿Cuál es la suma del ángulo azul con el ángulo anaranjado? Justifica. ....
b) Mueve el deslizador que encuentras en la parte superior.
¿Qué observas?..
....
c) Busca alguna relación entre el ángulo externo indicado y los ángulos internos del triángulo no adyacentes a él
. ...,
d) Conclusión:..
e) Vamos a demostrarlo:
$\alpha+\beta+\gamma=$ ....
$\gamma+\omega=$..
Como γ es el mismo en ambos casos, se concluye que: $\omega=\alpha+\beta$

LA IMPORTANCIA DE LAS CONJETURAS EN NUESTRA FORMACIÓN

Jimena Lemes
jimenalemes@gmail.com
Instituto de Profesores Artigas

Tema: Historia de la Matemática
Modalidad: T
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Conjeturas, desarrollo del pensamiento científico, números transfinitos.

Resumen

El taller se divide en dos instancias. En la primera instancia, participan tres de mis estudiantes del año anterior presentando cada uno, una conjetura a trabajar, contando su propia experiencia de clase.

Se muestran distintas opiniones del por qué incluir historia de la matemática en nuestros cursos. Los problemas que se exponen son conjeturas, por lo tanto no tienen todavía una demostración. El choque de verse frente a problemas abiertos, genera sentimientos de todo tipo: sobre la posición del docente frente a una clase y frente a lo dinámico de la matemática en sí misma.

Dejando esta situación en evidencia, comenzamos la segunda instancia: "la clase como laboratorio". En ésta se espera que el público experimente algunos de estos sentimientos con la conjetura de Cantor.

La idea de este taller nace por dos razones fundamentales, mostrar por un lado una metodología de "clase-laboratorio", en la que se motiva a la construcción matemática de los conceptos y a generar un pensamiento científico, con dudas, discusiones, uso de contraejemplos, etc… y no solo a dar contenido exclusivamente matemático.

También quiero compartir mi interés por el desarrollo del concepto del infinito, en el que terminé por leer trabajos sobre el matemático George Cantor.

Desde nuestro rol es fundamental poder transmitir que la construcción de la matemática no es de un día para el otro, ni es perfecta desde que se imagina hasta que se crea, y por supuesto que tampoco está terminada. El hecho de ir descartando casos, probando, tomando distintos caminos, evaluando los resultados, justificando cada respuesta… Y disfrutando más del camino, antes que de la gloria del llegar, hace el quehacer de la matemática.

Esta experiencia se desarrolla en un 5to año de la orientación físico-matemática, en el curso de matemática II, luego de haber trabajado con los temas: número natural, inducción completa, divisibilidad. Tiene una carga horaria de 5 horas semanales de 35 minutos cada una. Se esperaba que tuvieran herramientas del tipo: demostraciones por inducción completa, búsqueda de contraejemplos, discusiones e intercambio de opiniones, justificación de razonamientos.

Para este objetivo trabajaremos con tres conjeturas y distintos materiales:

- Conjetura de los primos asociados o primos gemelos.
- Conjetura de Collatz.
- Conjetura de Goldbach.

Luego se presentan las posturas de la NTCM, Miguel de Guzmán, Fried, Tzanakis y Arcavi relacionadas a la integración de la historia de la matemática en nuestras clases.

A partir de aquí, debo confesar mi interés personal. Quería mostrar el trabajo de los chiquilines, a partir de la importancia de las conjeturas y sus aportes. Pero también me interesaba el infinito, su concepción y su desarrollo histórico. En un momento logré concentrarme en el trabajo que desarrolló Cantor gracias a la conjetura que dejó planteada.

A partir del desarrollo del concepto de infinito durante siglos, pueden verse las distintas motivaciones de diferentes generaciones de matemáticos, sus historias de vida, sus concepciones filosóficas y sus posturas. En fin, la historia de la matemática humanizando teoremas, poniendo caras y naturalizando teorías abstractas.

En esta segunda instancia del taller, se introduce el concepto de número transfinito como el cardinal de un conjunto infinito. Se observa porqué N, Z y Q poseen la misma cardinalidad, recorriendo distintos momentos históricos y cuestionamientos. Se discute sobre la cardinalidad de R, y se cuestiona sobre la existencia de un conjunto infinito "intermedio" hasta llegar a la conjetura de Cantor.

Referencias bibliográficas

- Mankiewicz, R. (2005). *Historia de las matemáticas. Del cálculo al caos.* Barcelona: Paidós
- Apóstolos, D. (2005). *El Tío Petros y la conjetura de Golbach*. Barcelona: Ediciones B
- Tzanakis, C., Arcavi, A., et al. (2000) *Integrating history of mathematics in the classroom.*
- Gaussianos
  http://gaussianos.com/numeros-primos-gemelos-y-demas-familia/
  http://gaussianos.com/la-conjetura-de-collatz/
  http://gaussianos.com/el-malephicio-del-infinito/#more-1505
  http://gaussianos.com/la-diagonalizacion-de-cantor/ Consultado 12/2011
- George Cantor y la teoría de conjuntos transfinitos
  http://www.cayocesarcaligula.com.ar/Textos/Cantor/georg_cantor_y_la_teoria_de_transfinitos.htm Consultado 12/2011

¿QUÉ TIENEN EN COMÚN LOS LOGARITMOS, FIBONACCI, LAS ELECCIONES NACIONALES, LOS ESTADOS DE CUENTAS Y UN SEÑOR LLAMADO BENFORD?

Gustavo Aguilar – Ramón Sellanes
gustavo@geogebra.org.uy – proferamon@adinet.com.uy
Instituto de profesores 'Artigas' –Montevideo Uruguay

Tema: Pensamiento probabilístico-estadístico
Modalidad: Taller
Nivel educativo: No específico
Palabras clave: Logaritmos, aplicaciones. Benford, sucesiones.

Resumen

Iniciando con la historia de los logaritmos, se intentará entender por qué eran tan útiles e importantes que algunos matemáticos dedicaron su vida entera a calcular una tabla de logaritmos. Se mostrará para qué se usaban, se calcularán a modo de ejemplo algunas multiplicaciones y potencias utilizando una tabla de logaritmos.

Unido a los logaritmos se hablará de cómo surge una ley muy extraña, que choca con la intuición: la "ley de Benford". Se enunciará dicha ley, se expondrá una parte teórica y ejemplos en casos y aplicaciones de la ley de Benford en las matemáticas y la vida cotidiana. Como ejemplo se verificará que hay sucesiones numéricas que cumplen dicha ley. Además se mostrarán variadas aplicaciones de esta ley como ser: controlar estados de cuentas y resultados de elecciones nacionales.

Una breve introducción histórica

El descubrimiento de los logaritmos, está asociado a la necesidad de facilitar los cálculos trigonométricos de fundamental importancia para las investigaciones astronómicas aplicables a la navegación, y el cálculo de las riquezas acumuladas en lo que se refiere a las reglas de interés compuesto.

Los logaritmos fueron inventados con el propósito de facilitar las cuentas, así para realizar una multiplicación o división de dos números con la ayuda del logaritmo pasamos a sumar o restar otros números, y sabido es, que es más fácil sumar o restar que multiplicar o dividir.

Los orígenes del descubrimiento o invención de los logaritmos se remontan hasta Arquímedes en la comparación de las sucesiones aritméticas con las geométricas. Para comprender mejor esto hagamos la siguiente tabla.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	8	16	32	64	128	256	512

A los números de la primer sucesión, que es aritmética, los llamamos *logaritmos*; a los de la segunda sucesión, que es Geométrica, los llamamos *antilogaritmos.*

La regla de Arquímedes, según expresa Hoeben, dice que "*para multiplicar entre sí dos números cualesquiera de la sucesión de abajo, debemos sumar los dos números de la sucesión de arriba situados encima de aquellos dos. Luego debe buscarse en la misma sucesión de arriba dicha suma. El número de la sucesión inferior que le corresponda debajo será el producto deseado*".

Esta comparación de dos sucesiones vuelve a aparecer en el siglo XVI, en los trabajos del matemático alemán Miguel Stifel. La tabla dada por él contiene los enteros desde –3 hasta 6, y las correspondientes potencias de 2.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
1/8	¼	½	1	2	4	8	16	32	64

A los números de la sucesión superior los denominamos *exponentes.*

Pero para ser realmente aplicables los logaritmos al cálculo numérico, le faltaba a Stifel todavía un medio auxiliar importante, las fracciones decimales; y solo cuando se popularizaron éstas, después del año 1600, surgió la posibilidad de construir verdaderas tablas logarítmicas.

En una parte de su libro Stifel hace la siguiente observación: "*Se podría escribir todo un libro nuevo sobre las propiedades maravillosas de esos números, pero debo ponerme coto a mí mismo en este punto y pasar de largo con los ojos cerrados*". Mas adelante agrega: "*La adición es la sucesión aritmética correspondiente a la multiplicación en la geométrica, lo mismo que la sustracción en aquella corresponde a la división en ésta. La simple multiplicación en la sucesión aritmética, corresponde a la multiplicación por sí mismo, potenciación en la geométrica; y la división en la primera corresponde a la extracción de la raíz en la segunda, algo así como la división por dos, corresponde a la extracción de la raíz cuadrada*".

Por ejemplo si se tuviera que multiplicar 2 por 16, solo tendría que sumar los números de la sucesión aritmética que se halla encima de éstos, es decir 1 y 4, obteniéndose 5. Debajo de éste encontramos el número 32 de la sucesión geométrica, que es el resultado de la multiplicación. Para efectuar una división se realiza una sustracción. Así 256 dividido 32, se hace 8-5=3, debajo del cual se ve el número 8, que es el resultado de la división. La potenciación llamada por Stifel "*multiplicación por sí mismo*", se efectúa por la suma "*consigo mismo*" del correspondiente número aritmético. Es decir, para 4^3 se suma tres veces el número 2, que es el correspondiente en la sucesión aritmética del número 4. O sea 2+2+2=6 debajo del cual encontramos el 64, lo que significa que este número es el cubo de 4. La radicación se obtiene mediante la división. Así la raíz cúbica de 64, se obtiene dividiendo el número 6, que es el correspondiente número aritmético de 64, por 3. Es decir 6/3=2, debajo del cual encontramos el 4.

Además de Stifel, otros matemáticos también abordaron el tema; durante la última parte del sigo XVI, Dinamarca llegó a ser un importante centro de estudios sobre problemas relacionados con la navegación. Dos matemáticos daneses, Wittich y Clavius, mediante la fórmula descubierta por Vieta: $sen\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}=\frac{senx+seny}{2}$ y el uso de tablas trigonométricas para abreviar los cálculos, convirtieron un producto en una suma.

Este recurso de cálculo sirvió probablemente de inspiración al escocés John Napier, cuyo nombre latinizado es Neper, en la deducción de un método más sencillo. Formó una serie geométrica con una razón muy próxima a 1. Es decir en lugar de potencias de 2 como usaba Stifel, utilizó como razón $1\text{-}10^{-7}$. El espacio entre potencias sucesivas de dicho número es muy pequeño. Por ser un número menor que 1 su serie geométrica va hacia atrás desde un número grande a otros cada vez más pequeños. De hecho él empieza con 10^7 y luego lo multiplica por potencias sucesivas de $1\text{-}10^{-7}$. Si escribimos Naplog x para el logaritmo neperiano de x, éste tiene la curiosa propiedad de que

$$Nap\log 10^7 = 0$$

$$Nap\log 10^7(1-10^{-7}) = 1$$

Así sucesivamente. El logaritmo neperiano satisface la ecuación: $Nap\log(10^7 xy) = Nap\log(x) + Nap\log(y)$

Esto puede utilizarse para agilizar los cálculos, porque es fácil multiplicar o dividir por una potencia de 10, pero no es elegante. No obstante, es mucho mejor que la fórmula trigonométrica de Vieta.

La siguiente mejora llegó de la mano de Henry Briggs, éste reemplaza el concepto de Napier por una más simple: el logaritmo de base 10. $y = \log_{10} x$, que satisface la condición $x = 10^y$. Ahora

$$\log_{10} xy = \log_{10} x + \log_{10} y$$

Si queremos hacer una multiplicación que involucre números con varios dígitos por ejemplo $153{,}7822 \times 433{,}5$, primero buscamos los logaritmos en una tabla de dichos números y los sumamos, luego haciendo el antilogaritmo obtenemos el producto deseado, salvo por una imprecisión en la última cifra.

$$\left.\begin{array}{l}\log_{10} 153{,}7822 = 2{,}18690607 \\ \log_{10} 433{,}5 = 2{,}636989102\end{array}\right\} \xrightarrow{+} 4{,}823895172 \overset{Anti\log}{\Rightarrow} 66664{,}58376$$

Este algoritmo, si uno adquiere práctica en el uso de las tablas de logaritmos es más fácil que hacer las multiplicaciones.

Los logaritmos hicieron posible que los matemáticos hicieran cálculos de forma rápida y exacta. Veinte años de esfuerzo, por parte de un matemático, en un libro de tablas ahorraron decenas de miles hombres-años de trabajo posterior. Los beneficios de una idea tan simple han sido incalculables.

El propósito al mencionarlos, más allá del reconocimiento merecido, es para comprender el extendido uso de las tablas de logaritmos para todos los cálculos, y comprender el descubrimiento de una ley empírica a la cual nos referimos en el siguiente párrafo.

Ley de Newcomb-Benford

En 1881 el astrónomo y matemático inglés Simon Newcomb observó que las primeras páginas de las tablas de logaritmos que se encontraban en la biblioteca universitaria estaban más gastadas que las últimas. Como estas páginas están relacionadas con los números cuyos primeros dígitos son pequeños (1,2,...etc.), concluyó correctamente que la frecuencia con que aparecían los diferentes dígitos era distinta y enunció verbalmente una relación o ley logarítmica: “*la ley de probabilidad de ocurrencia de números es tal que las mantisas de sus logaritmos son equiprobables*”.

El asunto fue rápidamente olvidado hasta 1938, cuando Frank Benford, un físico de la compañía General Electric, se dio cuenta del mismo patrón en el desgaste de las hojas de las tablas de logaritmos, y estudió 20.229 números provenientes de 20 muestras de todo tipo: constantes físicas, pesos atómicos de los elementos químicos, longitudes de ríos, estadísticas de béisbol, direcciones de personas, incluso cifras sacadas de portadas de revistas. A partir de estos datos extraídos del mundo real, comprobó que la probabilidad de que un número en una serie de datos comience por el dígito *d* es:

$$P(D_1 = d) = \log_{10}(1 + d^{-1})$$

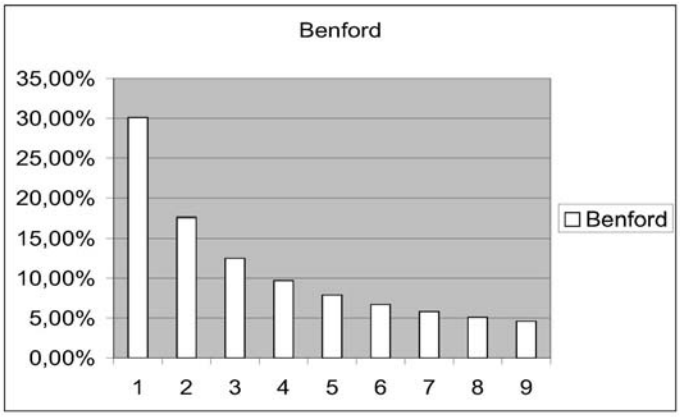
Donde D_1 representa la variable aleatoria *"primer dígito"* y *d* es un dígito cualquiera entre 1 y 9.

Lo anterior es una distribución de frecuencia ya que

$$\sum_{d=1}^{d=9} \log_{10}(1 + d^{-1}) = \log_{10} \prod_{d=1}^{d=9} \left(\tfrac{d+1}{d}\right) = \log_{10} 10 = 1$$

En porcentajes las frecuencias son:

D1	Benford
1	30.1%
2	17.6%
3	12.5%
4	9.7%
5	7.9%
6	6.7%
7	5.8%
8	5.1%
9	4.6%



La ley se sigue cumpliendo si cambiamos las unidades de medida, es decir es invariante frente a multiplicaciones por constantes no nulas, por ejemplo el largo de los ríos lo podemos pasar de kilómetros a pulgadas y la ley se sigue cumpliendo, la superficie de los países de kilómetros cuadrados a millas cuadradas, o yardas cuadradas y seguirá cumpliendo la ley.

Una manera de interesante de convencerse del cumplimiento de dicha ley es la siguiente: supongamos que la distribución del primer dígito sea uniforme, es decir que todos los dígitos aparecerán en la misma cantidad. Y como debe ser invariante frente a multiplicaciones entonces cuando multipliquemos por 2 por ejemplo, todos los números que empezaban con 1 ahora comenzarán con 2 o 3. Pero para todos los que empezaban con 5,6,7,8, y 9, al multiplicar por 2, empezarán todos con 1, esto sugiere que si la distribución de los dígitos era uniforme, entonces después de multiplicar por 2 deja de ser uniforme. El patrón que debe mantenerse es uno que tenga mayor frecuencia inicial el 1, seguido del 2 y así sucesivamente.

La ley de Benford se generaliza para los dígitos siguientes, segundo, tercero, etc. De la siguiente manera, para el segundo dígito:

$$P(D_2 = d) = \sum_{k=0}^{k=9} \log_{10}(1 + \frac{1}{10k + d})$$

No importa tanto la expresión, sino lo que importa observar son los valores que muestran en la siguiente tabla

d	$P(D_1 = d)\,\%$	$P(d_2 = d)\,\%$	$P(D_3 = d)\,\%$	$P(D_4 = d)\,\%$
0		12	10.18	10.02
1	30.1	11.4	10.14	10.01
2	17.6	10.9	10.1	10.01
3	12.5	10.4	10.05	10.01
4	9.7	10	10.02	10
5	7.9	9.7	9.98	10
6	6.7	9.3	9.94	9.99
7	5.8	9	9.9	9.99
8	5.1	8.8	9.86	9.99
9	4.6	8.5	9.83	9.98

Como se puede ver en los dígitos tercero o cuarto la distribución es aproximadamente la uniforme.

Aplicaciones

Esta ley solo pasaría a ser un interesante resultado anecdótico si no tuviera alguna aplicación. El Contador y Matemático Mark Nigrini, quien actualmente trabaja en

Dallas, hizo la primera aplicación práctica de la ley de Benford. La idea que usó es que, si alguien está tratando de falsificar datos, inexorablemente tendrá que inventar algunos números. Cuando lo haga, según afirman algunos estudios psicológicos, la tendencia es a que la gente, usará con más frecuencia los números que empiezan con 5, 6 o 7, y no tanto los que empiezan con 1 o 2. Esto es suficiente para violar la ley de Benford y por tanto quedar en evidencia, lo que podría ser usado, por los gobiernos para decidir hacer una auditoria de esos números. Aunque la ley no es infalible, servirá para determinar los posibles sospechosos. Como comentario anecdótico los primeros que usaron los experimentos de Nigrini, aprovecharon para poner a prueba la declaración de impuestos de Bill Clinton. Y se concluyó que, si bien había más redondeos que los esperados, no parecía habar ningún fraude al fisco.

La percepción de la credibilidad de los estados financieros de la información de inversiones de los mercados se encuentra en estos últimos años en su punto más bajo, debido a los estados financieros de hace unos años de las empresas como Enron, WorldCom, Tyco, Global Crossing. Esto aumenta la responsabilidad de los auditores para elaborar de forma más eficaz y eficiente los procedimientos de auditoría para la detención de fraude. Esto ha favorecido el uso sofisticado de herramientas estadísticas, como el análisis digital usando la ley de Benford, que se ha visto facilitado a su vez por el aumento de técnicas de auditora asistida por ordenador.

Otra aplicación reciente de la ley de Benford ha sido el análisis de las elecciones electorales que se ha llevado a cabo en distintos países.

Referencias bibliográficas

- Paenza, A.(2007). *Matemática….¿Estás ahí? Episodio 3.* SigloXXI Editores Argentina S.A.
- Miller Steven & Takloo Ramin (2006). *An Invitation to Modern Number Theory* Princeton University Press.

PENSAR GEOMÉTRICAMENTE

Ariel Fripp – Carlos Varela
arielfripp@gmail.com - carvar@adinet.com.uy
Uruguay

Pensamiento geométrico
T
Primaria (6 a 11 años), Formación y actualización docente.
Geometría – Actividades – Análisis didáctico

Resumen

En este taller, los autores del libro PENSAR geométricaMENTE (Grupo Magró Editores) trabajarán distintos aspectos vinculados a la Enseñanza de la Geometría en la Escuela Primaria. Se pretenderá sintetizar las ideas fundamentales expresadas en el libro:

- *Mitos y realidades sobre la Enseñanza de la Geometría*
- *Tipos de actividades geométricas*
- *Análisis didáctico de actividades*

En primer lugar se analizarán las creencias que tienen los docentes sobre la Geometría y su implicancia en las prácticas de enseñanza. Posteriormente se presentarán algunas de las actividades del libro y las producciones de los alumnos. Los participantes reflexionarán sobre el análisis de las actividades que los autores presentan. Por último y a partir de la reflexión realizada, se propondrán actividades para que los talleristas analicen autónomamente.

1.- Mitos y realidades sobre la Enseñanza de la Geometría

"Creemos que hay un modo de estudiar geometría que permite que los alumnos desarrollen un modo de pensar, propio de la matemática, que solo existe si la escuela lo provoca y al que creemos que todos los alumnos tienen derecho a acceder. Es la relación con el saber la que está en juego." (Sadovsky *et al*, 1998).

Compartimos la expresión de Patricia Sadovsky cuando sostiene que hay un modo de estudiar Geometría que se relaciona, en los docentes, con una forma de enseñar Geometría. Y en esa forma se traslucen ciertas creencias sobre esta disciplina.

En este taller nos parece interesante poder discutir algunas creencias instaladas en el pensamiento de los docentes. Consideramos que esa discusión podría contribuir a explicitar la concepción de enseñanza de la Geometría que poseen algunos maestros uruguayos.

Nuestro trabajo con docentes de Educación Inicial y Primaria, tanto en su formación básica así como en su formación en servicio, nos ha permitido reconocer estas creencias:

Creencia 1 – *La Geometría nos rodea, la Geometría está en todas partes.*

Creencia 2 – *Los objetos geométricos tienen características físicas.*

Creencia 3 – *Son muchos los nombres que hay que aprender en Geometría.*

Creencia 4 – *Trabajar con áreas, perímetros y volúmenes es trabajar Geometría.*

Creencia 5 – *Enseñar Geometría es muy difícil porque esta disciplina es muy abstracta.*

Creencia 1 – *La Geometría nos rodea, la Geometría está en todas partes.*

En una entrevista con una docente, ella manifiesta: *"obviamente yo arranco de la naturaleza para que ellos entiendan que figuras tenemos en todos lados y que somos unos copiadores. Entonces después traemos los típicos cuerpos de madera"*. Esta concepción, que sabemos es sostenida por muchos docentes, tiene una fuerte implicancia en las habituales prácticas de enseñanza. Si la Geometría rodea al niño, exigiría al maestro proponer actividades que permitan que los alumnos la descubran o actividades en las cuales el maestro se las muestre.

Creencia 2 – *Los objetos geométricos tienen características físicas.*

Es común escuchar expresiones como las siguientes: *"los cuerpos redondos son aquellos que ruedan"; "la base de un cuerpo es donde éste se apoya"; "los prismas ocupan un lugar en el espacio"*. ¿Qué tienen en común estas afirmaciones? Todas ellas consideran a las figuras geométricas como objetos físicos. Sabemos que los objetos geométricos son por sí mismos creaciones ideales del hombre y no tienen más existencia que en la representación mental de cada uno de los individuos.

Creencia 3 – *Son muchos los nombres que hay que aprender en Geometría.*

Todas las disciplinas tienen una colección de nombres a aprender. Consideramos que la Geometría no es la excepción. Pero sí cabe destacar en esta creencia, la preocupación de los docentes por asociar la enseñanza de la Geometría casi exclusivamente a la enseñanza de nombres.

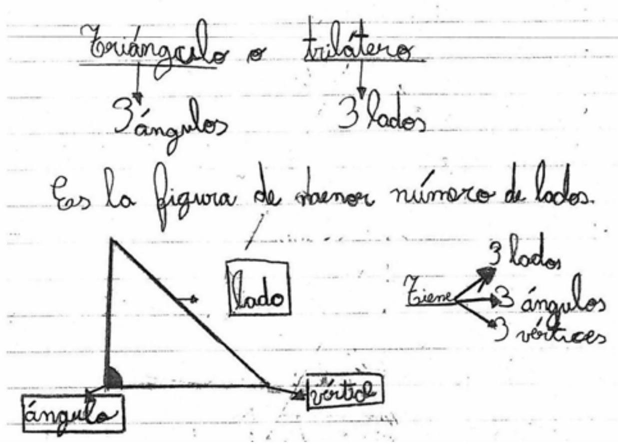
Creencia 4 – *Trabajar con áreas, perímetros y volúmenes es trabajar Geometría.*

Es usual encontrar en algunos libros de texto, propuestas que asocian el trabajo de Geometría con el cálculo de áreas o perímetros.

Creencia 5 – *Enseñar Geometría es muy difícil porque esta disciplina es muy abstracta.*

¿Cómo es posible que se considere la Geometría como una disciplina muy abstracta si para muchos docentes, los objetos geométricos les rodean? ¿No será que aquellos docentes que han profundizado en el estudio de esta disciplina y reconocen el carácter ideal de sus conceptos, encuentren muy difícil la enseñanza de ellos en la educación primaria?

2.- Prácticas de enseñanza.

Prácticas usuales de enseñanza de la Geometría	Ejemplos	Creencias que sostienen las prácticas
Prácticas ostensivas	El docente muestra una caja de jugo y dice: *"Este es un prisma"*	La Geometría nos rodea, la Geometría está en todas partes. Los objetos geométricos tienen características físicas.
Prácticas nominalistas		Los objetos geométricos tienen características físicas. Son muchos los nombres que hay que aprender en Geometría. Enseñar Geometría es muy difícil porque esta disciplina es muy abstracta.
Prácticas vinculadas a la	• (4to. Grado) *Dibuja un cuadrado de 5cm de lado y calcula su perímetro.*	Trabajar con áreas, perímetros

medida	• (5to. Grado) *Dibuja un cuadrado de 5cm de lado y calcula su perímetro. Expresa su área en* dm^2. • (6to. Grado) *Dibuja un cuadrado de 5cm de lado. Este cuadrado es la base de un prisma cuya altura mide 12cm. Calcula el volumen de ese prisma.*	y volúmenes es trabajar Geometría.

3.- Tipos de actividades geométricas

A partir de las particularidades que presenta un problema geométrico, hemos caracterizado las propuestas que apuntan a desarrollar un pensamiento geométrico en:

a) Actividades de representación: llamamos actividad de representación a aquella en la cual se encuentra involucrada esencialmente la representación física de una figura geométrica.

b) Actividades de copia: las actividades de copia son un caso particular de las llamadas actividades de representación. Entendemos por actividades de copia a las que exigen reproducir una figura dada.

c) Actividades de comunicación: esta categorización se basa en ciertas características de las situaciones de formulación o comunicación planteadas por Brousseau cuando clasifica las situaciones didácticas.

d) Actividades de clasificación: en Geometría cuando se clasifican figuras según un criterio determinado, se procede a agruparlas en subconjuntos donde sus integrantes poseen la cualidad que se está considerando como criterio de clasificación.

e) Actividades con legajos: llamaremos legajo de una figura geométrica a aquel texto donde se explicitan las características que se conocen de una figura.

4.- Análisis didáctico de actividades.

En este taller se enfatizará la importancia de tener claro el contenido programático que se quiere enseñar al momento de planificar una actividad de Geometría. Se analizarán las posibles variables didácticas a tener en cuenta en el desarrollo de la actividad y su relación con los procedimientos de resolución de los alumnos así como las intervenciones docentes a realizar.

El esquema a trabajar en el taller, respetará los siguientes puntos:

1) Resolver una actividad geométrica
2) Explicitar el contenido geométrico a trabajar
3) Analizar las variables didácticas a tener en cuenta
4) Pensar los posibles procedimientos de resolución de los alumnos
5) Planificar algunas intervenciones docentes
6) Diseñar un espacio de trabajo que habilite retomar y remarcar aquellos conocimientos que circulen en la clase.

Bibliografía

BKOUCHE, R. ; CHARLOT, B. ; ROUCHE. N. *Faire des Mathématiques: le plaisir du sens.* Conferencia pronunciada por B. Charlot en Cannes, en marzo de 1986. Disponible en < http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/epistemologia_charlot.pdf>

BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H.; VARELA, C. 2008. *Estudiar Matemática en 4º.* Montevideo: Ediciones Santillana S.A.

BROUSSEAU, G. 1987. *Didáctica de las Matemáticas y cuestiones de Enseñanza: proposiciones para la Geometría.* Sciences de l'Education 1-2

BROUSSEAU, G. 2007. *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

DE VILLIERS, M.D. 1994. *The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals, For the Learning of Mathematics, Vol. 14, Nº 1.*

EISNER, Elliot. 1998. *La escuela que necesitamos*. Buenos Aires: Amorrortu.

FRIPP, A.; RODRIGUEZ RAVA, B. 2005. *Trazados sí…Pero ¿cómo?...y, ¿Para qué?* En Beatriz Rodríguez Rava y Alicia Xavier de Mello, El Quehacer Matemático en la Escuela. Montevideo: Fondo Editorial Queduca.

FRIPP, A. 2011. *Las operaciones en la escuela primaria. Escenario para hacer matemática.* Montevideo: Ediciones Santillana S.A.

FRIPP, Ariel; VARELA, Carlos. 2011. *PENSAR geométricaMENTE.* Montevideo: Grupo Magró Editores.

GALVEZ, G. 1985. *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria.* Tesis doctoral. Director de Tesis, Guy Brousseau. DIE. México.

GALVEZ, G. 1994. *La didáctica de las matemáticas.* En Cecilia Parra e Irma Saíz (comps.) 1999. Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. Buenos Aires: Paidós.

PONCE, H. 2003. *Enseñar Geometría en el primer y segundo ciclo. Diálogos de la capacitación.* Secretaría de Educación. Ciudad de Bs.As.

SADOVSKY, P *et al*. 1998. *Documento de actualización didáctica Nº5, Matemática, Segundo Ciclo de la EGB. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.*

POR QUÉ Y CÓMO USAR SOFTWARE EDUCATIVO PARA LA APROPIACIÓN DE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS

Mercedes Villalba - Adriana López
mercedes.villalba3@gmail.com; lopezadriana36@gmail.com
Institutos Normales de Montevideo, Uruguay

Tema: Pensamiento geométrico
Modalidad: Taller
Nivel: actualización y formación docente
Palabras clave: geometría, Geogebra, construcción, validación

Resumen

Se trata de poner en práctica la idea de que aprender matemática implica "hacer matemática", involucrando a los aprendices en una activa participación intelectual. Consta de dos partes: una de resolución matemática y la otra de análisis didáctico. Se trata de una construcción, a partir de un protocolo dado, que implica la necesidad de buscar propiedades, conceptos, relacionarlos, poner en juego sus conocimientos, seleccionar los adecuados y elaborar otros nuevos. Se da una primera instancia de exploración, una segunda instancia de formulación de conjeturas y una tercera de argumentación matemática. Un aspecto del análisis didáctico es el "hacer geometría", a partir de la metacognición de los propios procesos cognitivos desarrollados en la primera parte del taller. Otro aspecto a considerar es el uso de software educativo como herramienta para desplegar esta forma de enseñar: no es la idea utilizar la computadora por novedad y que, en esencia, continúe el enfoque tradicional ostensivo y nominalista en la enseñanza de la geometría. La cuestión radica en plantear propuestas que problematicen los contenidos y habiliten la elaboración de conjeturas: eso tiene que ver con el proceso de producción que habilita el software y la gestión de clase que realiza el docente.

Propuesta de Taller para Magisterio

Utilizamos el software GeoGebra

1ª parte:

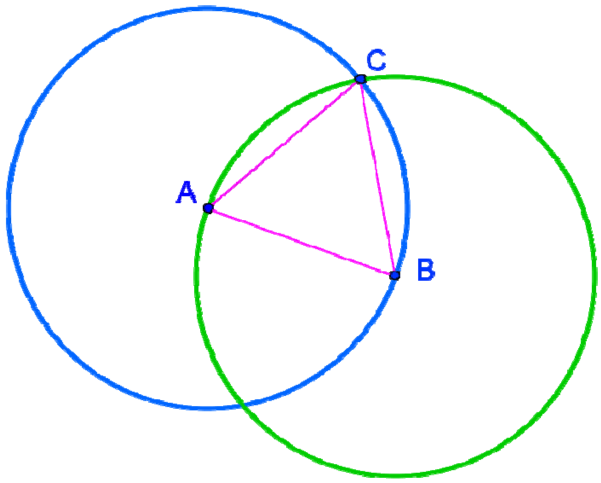
Modalidad de trabajo: binas

Consigna:

> Construye una circunferencia de centro A que pase por el punto B.
>
> Construye otra circunferencia de centro B y radio [AB].
>
> Muestra la intersección de ambas circunferencias y selecciona uno de los puntos (C).
>
> Traza el triángulo ABC y lo clasificas por sus lados. Justifica con argumentos matemáticos tu respuesta.

Análisis de procedimientos de resolución

Un camino posible:



Una vez que los participantes llegan a la construcción que se les pidió en la propuesta de trabajo, un camino posible es medir los lados del triángulo y constatar que son iguales por lo cual el triángulo es equilátero.

Pueden también medir los ángulos y llegar a la conclusión de que el triángulo es equiángulo.

Un análisis interesante para realizar cuando cada grupo plantee su argumentación es el siguiente:

a) Si el triángulo tiene los lados iguales ¿tendrá sus ángulos iguales? ¿puedo saber cuánto mide cada uno sin realizar la medición? ¿Qué propiedades se ponen en juego?

   Si de la medición resulta que los ángulos son iguales ¿se puede asegurar que los lados son de igual medida?

b) Luego del análisis se concluye que si un triángulo es equiángulo es también equilátero; asimismo el que sea equilátero implica la igualdad de ángulos.

   Esta relación entre equilátero y equiángulo ¿se cumple para los demás polígonos?

Esta relación suele estudiarse casi exclusivamente en triángulos, por lo cual el alumno a nivel escolar asocia los términos “equilátero” y “equiángulo” solo a las figuras triangulares y no a otros polígonos, entonces es importante ampliar el conjunto de figuras donde se aplica este conocimiento y delimitar la validez de las propiedades estudiadas. El cuadrado es un polígono equilátero y equiángulo mientras el rombo es equilátero pero no equiángulo. El rectángulo es equiángulo pero no equilátero.

Con estos contraejemplos se puede concluir que una propiedad no implica que la otra deba cumplirse: el polígono equilátero no tiene por qué ser equiángulo y viceversa (salvo en triángulos).

Es importante destacar la validez de utilizar contraejemplos para argumentar que una propiedad no se cumple para un determinado conjunto de elementos.

Este procedimiento utilizado para poder clasificar el triángulo utiliza la medición para constatar si son iguales o diferentes sus lados y/o ángulos. ¿Podríamos utilizar la Geometría para validar esta constatación sin recurrir a la medida o es imprescindible valerme de otra área del conocimiento matemático?

<u>Otro camino posible:</u>

Una alternativa de argumentación para clasificar el triángulo ABC como equilátero es demostrar la igualdad de sus lados, poniendo en juego conceptos geométricos.

Los puntos B y C son puntos de la circunferencia de centro A y radio [AB], entonces los segmentos AB y AC son iguales. Como C y A pertenecen a la circunferencia de centro B y radio [AB] los segmentos AB y BC son iguales.

Dichos segmentos: AB, AC, BC, por construcción, son radios de circunferencias de igual radio, por lo tanto tienen la misma medida.

¿Qué avala estas igualdades? Utilizar la circunferencia - como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto llamado centro - asegura que todos los segmentos cuyos extremos sean el centro de una circunferencia y un punto de dicha circunferencia, son iguales.

Otra alternativa de justificación de la igualdad de los tres segmentos es que, al ser una relación de equivalencia, se cumple la propiedad transitiva, por lo tanto:

Si [AB] = [AC] y [AB] = [BC] puedo concluir, por la propiedad transitiva de la igualdad, que [AC] = [BC], con lo cual puedo asegurar que el triángulo ABC es equilátero.

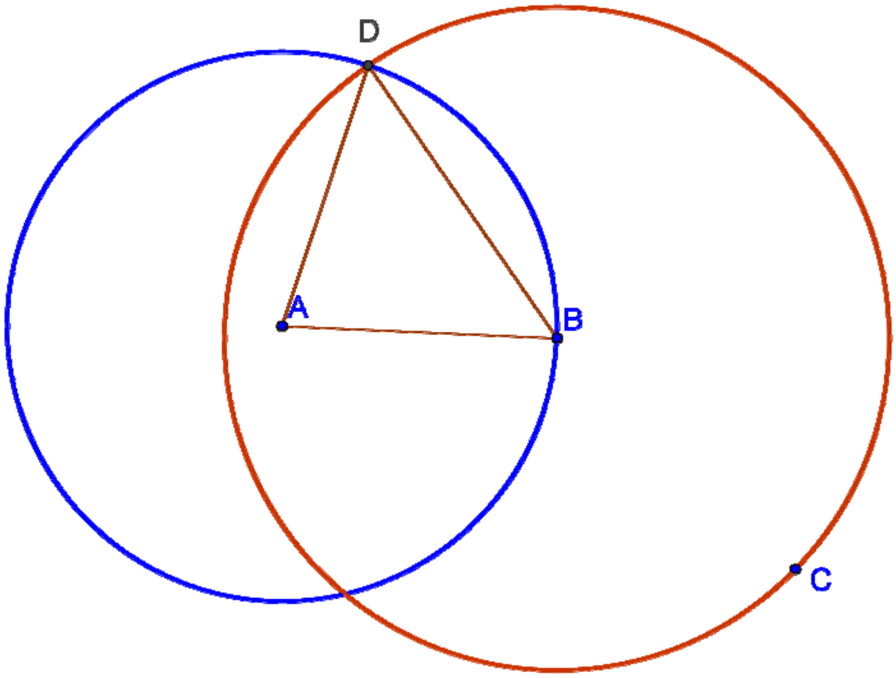
Es importante, en nuestro trabajo docente, lograr que el alumno explicite qué propiedades, conceptos o relaciones está utilizando para avalar sus conjeturas. No alcanza con que "se dé cuenta" de la solución, lo realmente importantes es descubrir la matemática que está atrás, y poder explicitarla en los argumentos utilizados. Es sorprendente ver alumnos que, desde muy temprana edad, pueden formular argumentos válidos y es necesario exigirlo en todo el ciclo escolar. El tipo de argumentación depende de los conocimientos que tenga y el nivel que esté cursando, pero todo alumno puede "demostrar" sus conjeturas.

Si se comparan los dos procedimientos se constata que, en este segundo caso, la validación de la respuesta dada se basa en las propiedades que se ponen en juego y no en una constatación empírica o lo que "el ojo dice". Prevalece lo deductivo sobre lo experimental: aunque lo experimental sea parte del proceso, no finaliza en él.

2ª parte:

Consigna:

> Investiga qué tipo de triángulo se forma si el radio de la circunferencia de centro B es diferente a [AB]. Representa distintos ejemplos y escribe tus conjeturas. Busca argumentos que avalen las conclusiones que planteas en este nuevo caso.



Esta nueva situación plantea el dominio de validez de la propiedad trabajada. Nueva experimentación, nuevas construcciones, nuevas conjeturas, nuevas validaciones: el triángulo será isósceles pero no equilátero.

Parte de lo ya planteado se podrá utilizar, ya que los segmentos AB y AD serán iguales porque son radios de la circunferencia de centro A, pero el segmento BD no es igual porque es radio de la circunferencia de centro B, radio que debe ser diferente a [AB]. Por lo tanto, el triángulo será isósceles pero no equilátero.

¿Se podrá determinar la medida de los ángulos? ¿Y la medida de los lados?

Se puede deducir cuáles son los ángulos iguales, pero no cuánto miden. La diferencia con el caso anterior es que la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo - igual a un llano - no me permite deducir cuánto mide cada uno. ¿Qué dato sería suficiente para poder conocer la medida de cada uno de los ángulos interiores de dicho triángulo?

En la nueva construcción, el radio BC queda determinado por el punto B (que pertenece a la circunferencia de centro A) y el punto C variable. Al explorar en la construcción se puede mover el punto C, obteniéndose diferentes triángulos ¿qué cambios hay en la figura? Si se muestran las medidas de los lados y ángulos, se ve cómo varía la superficie, los ángulos y lados, pero se mantienen las relaciones entre los mismos, o sea siempre dos lados y dos ángulos iguales, a mayor lado se opone mayor ángulo, a lados iguales se oponen ángulos iguales, el lado diferente siempre es el segmento determinado por los puntos B y D (siendo B un punto de la circunferencia de centro A y también el centro de la otra circunferencia; y D un punto de intersección de las circunferencias). Estas regularidades observadas en los incontables casos que permite la construcción con Geogebra, favorecen el establecimiento de conjeturas que están ahora en mejores condiciones de validar, debido al proceso de familiarización con las propiedades que se ponen en evidencia.

Es posible ahora plantear la posibilidad de adelantar qué tipo de triángulo se forma con los centros de dos circunferencias secantes cualesquiera (que no cumplan los requisitos anteriores) y uno de sus puntos de intersección. Se trata del camino inverso, o sea que se propone establecer una hipótesis, basada en los procesos de construcción conceptual de las instancias previas, y utilizar GeoGebra como una herramienta de afiliación o de confrontación con las mismas.

Proponemos una variable didáctica para la elaboración de los conceptos trabajados: en lugar de solicitar una construcción, partimos de una construcción ya realizada, donde se representa la longitud variable del radio con un deslizador y se habilita la interpretación de los algoritmos de construcción y la elaboración de hipótesis de las propiedades que hemos estudiado. Además se pone en juego la condición de existencia del triángulo y los casos en que las circunferencias no se intersecan, de modo de visualizar las relaciones interfigurales de forma más amplia y global. Para ello utilizamos el applet que alojamos en el sitio oficial de GeoGebra:
http://www.geogebratube.org/student/m15593

En este taller lo que se pretende es trabajar matemática, específicamente geometría, entonces ¿qué es hacer matemática?
Hacer matemática implica una actividad intelectual del alumno, que se involucre en el desafío de resolver un problema, que incluya un trabajo exploratorio, la búsqueda de ejemplos, la elaboración de conjeturas basadas en propiedades, conceptos y relaciones estudiadas, la formulación de argumentos, sostenerlos y ser capaces de debatir, pero también de escuchar y entender las validaciones de los otros, reconocer los propios errores y reestructurar sus ideas en pos del avance conceptual. (Itzcovich, 2007)
Por lo dicho anteriormente debemos reflexionar sobre qué implica enseñar: al decir de Patricia Sadovsky "*enseñar es asumir la responsabilidad de sostener el conocimiento como un espacio de producción, debates e intercambios*" (Itzcovich, 2005, contratapa).
Para Delia Lerner (1992):

> Enseñar es plantear problemas a partir de los cuales sea posible reelaborar los contenidos escolares y es también proveer toda la información necesaria para que los niños puedan avanzar en la reconstrucción de esos contenidos. Enseñar es promover la discusión sobre los problemas planteados, es brindar la oportunidad de coordinar diferentes puntos de vista, es orientar hacia la resolución cooperativa de las situaciones problemáticas. Enseñar es alentar la formulación de conceptualizaciones necesarias para el progreso en el dominio del objeto de conocimiento, es propiciar redefiniciones sucesivas hasta alcanzar un conocimiento próximo al saber socialmente establecido.

> Enseñar es - finalmente - promover que los niños se planteen nuevos problemas que no se hubieran planteado fuera de la escuela.

Esta actividad está pensada para trabajar con GeoGebra. ¿Qué ventajas tiene el uso de software educativo para la enseñanza, entendida como la acabamos de caracterizar?

Las construcciones aquí permiten de manera más sencilla y dinámica explorar distintas construcciones, trazando circunferencias con distintos radios para representar una cantidad importante de casos que ayuden a la elaboración de conjeturas o para constatar si las conclusiones a las que se arriba se pueden extender o no. Las construcciones adquieren movimiento, permiten ser transformadas al mover los puntos y ver lo que cambia y lo que permanece, permite investigar de forma dinámica y sencilla. Pensemos cuánto tiempo y esfuerzo se debería dedicar si se tuvieran que realizar construcciones con regla y compás, en desmedro de la focalización en las regularidades que se van descubriendo a partir de un sinnúmero de casos diferentes.

Pero el software por sí solo no asegura, ni siquiera habilita la mejorara en la enseñanza de la Geometría si la propuesta se limita a una serie de pasos a seguir en forma predeterminada por el docente, dejando al alumno el rol de ejecutor de algoritmos que conducen a la única respuesta esperada como correcta, sin darle la oportunidad de explorar, equivocarse, discutir con sus pares, preguntar en base a lo elaborado, volver sobre sus pasos, tal como un verdadero "hacedor" de matemática.

No se trata de mostrar el saber del docente y registrarlo con términos técnicos, sino de favorecer procesos de construcción colaborativa para la elaboración de conceptos cuyos nombres deben estar plenos de significado.

Referencias bibliográficas

Itzcovich, H. (2005) *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Itzcovich, H. (coord.) (2007) *La Matemática escolar*. Buenos Aires. Aique Educación.

Lerner, D. (1992) La enseñanza y el aprendizaje escolar. Alegato contra una falsa oposición. En J. Castorina et al, *Piaget -Vigotsky: Contribuciones para replantear el debate*, pp. 69-118. Argentina: Paidós.

Ochoviet, C. y Olave, M. (2006) *Matemática 4*. Montevideo. Editorial Santillana.

LOS PARÁMETROS DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA ($y = mx + b$) EN UN AMBIENTE DINÁMICO

Teresa Bernal Díaz - María Teresa Rojano Ceballos
dany_tere40@yahoo.com.mx - rojanot@gmail.com
CINVESTAV-IPN, México - CINVESTAV-IPN, México

Tema: Algebra y tecnología
Modalidad: Taller
Nivel: Básico (secundaria)
Palabras claves: Parámetros, representación, ecuación de la recta.

Resumen
Se busca que los profesores discutan la importancia que tiene lograr que un alumno pase del registro gráfico al algebraico o viceversa, ya que la investigación que aquí se reporta muestra que presenta dificultades cuando se trabaja con lápiz y papel. En este taller con el apoyo de la tecnología (computadora) y el software Cabri-Géomètre, se pretende que los profesores indaguen cómo los alumnos pueden pasar de un registro al otro y observar las dificultades que presentan en este proceso. Uno de los objetivos a alcanzar es confirmar lo planteado por Duval (2002) quien afirma que el uso de la tecnología ayuda al alumno a desarrollar la habilidad de visualización matemática, y que valoren que la geometría dinámica puede ayudar a comprender el significado de los parámetros (pendiente y ordenada al origen) en el registro gráfico y al mover la gráfica se observan los cambios que ocurren en dichos parámetros.

Introducción

En varios estudios se reportan resultados relacionados con las dificultades que tienen los alumnos en la comprensión de nociones tales como las de incógnita, variable y número general cuando se inician en el estudio del álgebra (Kieran, 1989, y Filloy y Rojano, 1989). Sin embargo, la literatura sobre el aprendizaje de la noción de parámetro es escasa, aunque existen estudios de este tema basados en experimentos de enseñanza con alumnos no principiantes de nivel bachillerato o universitario (por ejemplo, Yerushalmy y Chazan, 2000, y Bloedy-Vinner, 2001). Por otra parte, los parámetros están presentes desde los programas de educación secundaria; la experiencia docente en este nivel escolar ha hecho evidente que los estudiantes tienen dificultades con el empleo simbólico de esta noción, sobre todo por la falta de referentes significativos para ellos.

Tomando como referencia los antecedentes encontrados. Nuestro interés se centro en investigar la conceptualización de los parámetros en sus fases iniciales; es decir, cuando los estudiantes se enfrentan por primera vez al manejo (simbólico) de éstos. En los planes y programas de matemáticas de la educación secundaria de México, uno de los primeros encuentros de los estudiantes con los parámetros se da en el tema de la ecuación de una recta, en donde *m* y *b* son la pendiente y la ordenada al origen respectivamente. De acuerdo con Bleady-Vinner (2001), en este caso específico, una buena comprensión de los parámetros de una recta, les permitirá a los estudiantes acceder a los conceptos de sistemas de ecuaciones lineales (familias de rectas) y los métodos algebraicos y geométricos de resolución de dichos sistemas.

Problema de investigación

La finalidad de esta investigación sobre parámetros en álgebra es profundizar en el análisis de los procesos de conceptualización de los estudiantes cuando trabajan con parámetros en la ecuación de la recta, a través de dos tipos de representaciones, la algebraica y la geométrica, en un ambiente dinámico. Para esta tarea de profundización se tomaron como punto de partida los resultados reportados por Bloedy–Vinner (2001) sobre las dificultades que enfrentan estudiantes de bachillerato para distinguir entre los parámetros y las incógnitas, entre los parámetros y las variables, y sobre la importancia de la noción de parámetro como condición necesaria para que los alumnos accedan a la noción de familias de funciones. También se incorporan los resultados de los estudios de Hoyos (1996), Bernal (2006) y Lara (1995) sobre la importancia de proveer de fuentes de significado a los parámetros, a partir del contexto geométrico y de la interacción entre representaciones en un ambiente de geometría dinámica.

Propósito específico del estudio

Diseñar y poner a prueba una secuencia didáctica que favorezca la conceptualización de los parámetros en alumnos de tercer grado de educación secundaria y que a su vez los introduzca a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, mediante la interacción con distintos registros en el ambiente de geometría dinámica y así sentar las bases hacia la discriminación entre parámetros e incógnitas.

Preguntas de investigación

1**.-** ¿Qué influencia tiene el trabajo en ambiente de geometría dinámica como fuente de significados para la representación de los parámetros en los casos de la ecuación de una recta ($y = mx + b$) y de sistemas de ecuaciones lineales?

2.- En particular, ¿qué papel desempeña la experiencia con la variación de parámetros (representación simbólica) y su correspondiente interpretación gráfica (representación), estando vinculadas estas representaciones en el ambiente computacional?

3.- En términos de la teoría de Duval, ¿qué papel desempeña la conversión entre registros, en su versión virtual en la construcción de significados, de objetos algebraicos?

4.- ¿Qué influencia tiene el trabajo con distintas representaciones de los parámetros y de las ecuaciones lineales en la distinción que puedan hacer los alumnos entre parámetros e incógnitas específicas?

5. ¿Qué influencia tiene la asignación de significado geométrico a la representación literal de los parámetros en el aprendizaje de métodos geométricos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales?

Marco teórico

Para el aprendizaje de las matemáticas es importante el uso y manejo adecuado de símbolos y representaciones, así como la coordinación de registros, el conocimiento conceptual de múltiples representaciones semióticas y la definición de variables considerando diferentes registros de representación. Duval (1998) afirma que la palabra "representación" se emplea con frecuencia bajo su forma verbal "representar". Un objeto matemático puede estar representado por símbolos, trazos y figuras. También afirma que jamás se debe confundir a los objetos matemáticos con su representación. La distinción entre un objeto y su representación es un punto estratégico para la comprensión de las matemáticas.

El funcionamiento cognitivo del pensamiento humano es inseparable de una diversidad de registros semióticos de representación. Se llama semiosis a la aprehensión o a la producción de una representación semiótica, y noesis a la aprehensión conceptual de un objeto (Duval, 1998). No hay noesis sin semiosis: no se debe enseñar las matemáticas como si la semiosis fuera una operación menos aceptable con respecto a la noesis.

Duval (1998) hace notar que para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación **debe permitir las tres actividades** cognitivas fundamentales ligadas a la semiosis:

1.- **La formación** de una representación identificable como una representación de un registro dado: el dibujo de una figura geométrica, la elaboración de un esquema y la escritura de una fórmula.

2.- **El tratamiento,** que es la transformación al interior de un registro. El cálculo es una forma de tratamiento propio para las escrituras simbólicas.

3.- **La conversión,** que es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de determinada información de un registro a otro; es una transformación externa relativa al registro de representación de partida.

Duval menciona que la conversión de las representaciones resultaría por sí misma desde el momento en que alguien ya es capaz de formar representaciones en registros diferentes y de efectuar tratamientos sobre las representaciones tales como construir una gráfica, escribir una ecuación y sustituir en ella los valores numéricos de las variables.

Los criterios de **congruencia** fueron importantes para el análisis de las actividades de la investigación que aquí se presenta:

> Aludiremos a la **no congruencia** la cual es inherente a la variedad heterogénea de los registros; cuando hay **congruencia** entre la representación de partida y la de llegada, la conversión es trivial y casi podría ser considerada, intuitivamente, como una simple codificación. (Duval, 1998c, pp. 247 – 249).

Los procesos de conceptualización y visualización también se consideran de importancia en el sustento teórico para efectuar el análisis de las actividades que se reportan en este documento. La **conceptualización** implica una coordinación de registros de representación: “La comprensión (integradora) de un contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación, esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de conversión” (Duval, 1998, p. 186). Por otra parte, “[l]a **visualización** se refiere a una actividad cognitiva que es intrínsecamente semiótica; es decir, ni mental ni física […] La visualización está basada en la producción de una representación semiótica” (Duval, 1999, p. 14). Duval (1999) afirma que para desarrollar la visualización se requiere un entrenamiento específico para cada registro, sin reducirlo a un entrenamiento de construcción; es decir, se deben considerar las reglas del registro y de las matemáticas.

Método

Este estudio es de corte cualitativo: para documentar y analizar los procesos de estudiantes sobre la conceptualización de los parámetros de la ecuación de la recta.

Desarrollo

A partir de los planteamiento realizados en Bernal, T. (2011), este taller consta de cuatro actividades, las cuales están fundamentadas en las tres vías diferentes para interpretar una representación gráfica debidas a Duval (1994).

1) **Vía del punteo.**

En esta vía:

- *por referencia a dos ejes graduados, una pareja de números permite identificar un punto (e inversamente un punto se traduce a una pareja de números);*
- *queda limitada a los valores particulares y a los puntos marcados en el plano de referencia;*
- *es preferida cuando se trata de trazar la gráfica correspondiente a una ecuación de primer y segundo grado,..., o de leer las coordenadas de un punto interesante (punto de intersección o un máximo).*

2) **Vía de extensión del trazo efectuado.**

En esta vía:

- *el individuo se atiene a los datos del trazo y no toma en cuenta las variables visuales pertinentes de la representación gráfica;*
- *el tratamiento queda orientado hacia la búsqueda de valores particulares, sin que uno tenga que detenerse sobre la forma de la escritura algebraica.*

3) Vía de interpretación global de las propiedades de las figuras.

En esta vía:

- *el conjunto trazo / ejes forma una imagen que representa el "objeto" descrito por una expresión algebraica;*
- *toda modificación de esta imagen que entrañe una modificación en la escritura de la expresión algebraica correspondiente determina una variable visual pertinente para la interpretación de la gráfica;*

- *es importante identificar todas las modificaciones pertinentes de esta imagen, es decir, ver las modificaciones conjuntas de la imagen y de la forma de su escritura algebraica. Esto se desprende de un análisis de congruencia entre dos registros de representaciones de un objeto o de una información. Con esta vía ya no estamos en presencia de la asociación "un punto una pareja de números", sino de la asociación "variable visual de la representación – unidad significativa de la escritura algebraica".*

Esta vía se vuelve necesaria cuando se trata de partir de la representación gráfica para encontrar, por ejemplo, la ecuación correspondiente o para utilizar el concepto de pendiente o el de dirección.

Los propósitos de las actividades (que se impartirán en dos sesiones) son los siguientes:

Actividad Uno

Propósito: obtener la ecuación de la recta a partir del análisis de la gráfica.

Actividad Dos

Propósito: explorar una familia de gráficas de la forma $y = mx + b$, donde se varía el parámetro ordenada al origen b o la pendiente m**.**

Actividad Tres

Propósito: Analizar la pendiente y ordenada al origen de una recta.

Actividad Cuatro

Propósito: Identificar las variables visuales.

Conclusiones

El manipular las rectas con el software Cabri-Géomètre les ayuda a los alumnos a tener una mejor visualización del comportamiento de los parámetros m y b (Duval, 1992).

Se espera que con las actividades que efectúen los maestros puedan apoyar a sus alumnos a:

- La identificación de los parámetros de pendiente y de ordenada al origen (m y b) y de esta manera el alumno logre pasar del registro gráfico al algebraico y viceversa.

- Que el alumno pueda diferenciar a un parámetro de una incógnita y a un parámetro de una variable.
- Llegar a la resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Referencias Bibliográficas

Bernal, T. (2006). *Estudio Exploratorio con estudiantes de tercer grado de secundaria para hallar el significado de los parámetros m y b en la ecuación de la recta ($y = mx + b$), utilizando Cabri–Géomètre*. (Tesis de Maestría, no publicada). Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Bernal, T. (2011). *Hacia la conceptualización de parámetros en álgebra en la secundaria: El papel de la geometría dinámica y los registros gráfico y algebraico.* (Tesis de Doctorado no publicada). Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Bloedy–Vinner, H. (2001). The analgebraic mode of thinking–The case of parameter. En Ponte, J.D. & Matos, J. F. (Eds.), *Proccedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematic Education*, (Vol. 2. pp. 82–95). University of Lisbon Portugal.

Duval, R. (1992). Gráficas y ecuaciones. En Cambray, R; Sánchez, E; & Zubieta, G. *Antología en Educación Matemática*. (pp. 124–139). Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Hitt, F. (Ed.), En. *Didáctica, Investigaciones en Matemática Educativa II.* Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Artes Gráficas Univalle. (Traducido por Myriam Vega Restrepo).

Filloy, E. & Rojano, T. (1989). Solving Equations: The Transition from Arithmetic to Algebra. *For the Learning of Matematics*. *9*(2), 19–25 (June), Quebec.

Hoyos V. (1996). *La transición del pensamiento algebraico procedimental básico al pensamiento algebraico analítico*. (Tesis doctoral, no publicada). Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Kieran, C., Boileau, A. & Garançon, M. (1989). Proceses of mathematization in algebra problem solving within a Computer environment: A functional approach. En Maher, C.A.; Goldin, G.A. & Davis, R. B. (Eds.), *Proceedings of the 11th Conference for the Psychology of Mathematics Education. North American*, PME-NA, Annual Meeting. (Vol.1, pp. 26-34). Montreal. Canada.

Lara, N (1995). *Resolución de sistemas de ecuaciones lineales*. (Tesis de maestría, no publicada). Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Yerushalmy, M. & Chazan, D. (2000). Flux in school algebra: Curricular change, graphing, technology, and research on student learning and teacher knowledge. En English L. (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 725-755). Mahwah, USA: Lawrence Erlbaum.

A JUVENILIZAÇÃO NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: QUAL A FORMAÇÃO DOCENTE PARA ESTA ESCOLA ABREVIADA?

Rosalina Vieira dos Anjos – Denise Nascimento Silveira
rosalinadosanjos@gmail.com – silveiradenise13@gmail.com
Universidade Federal de Pelotas – Brasil

Tema: Formación de profesores y maestros
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: EJA, juvenilização, formação docente

Resumen

A temática dessa comunicação trata da Educação de Jovens e Adultos (EJA), mais especificamente sobre a formação de professores – inicial e continuada – para atender essa demanda, em função do crescimento do contingente de jovens e adolescentes no Rio Grande do Sul, que buscam esse programa para completar ou abreviar seus estudos conforme pesquisa do governo estadual. A EJA constitui-se em uma modalidade da educação básica nas etapas do ensino fundamental e médio, conforme a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996), a qual estabeleceu a redução da idade de acesso para quinze (15) e dezoito (18) anos, respectivamente, para o Ensino Fundamental e o Médio. Essa diminuição da idade alterou sensivelmente o perfil dos sujeitos da EJA. Temos agora os adolescentes, que muitas vezes representam a maioria em uma sala de aula, os jovens e os adultos juntos, em outro momento de escolarização (MONTANA, 2010). Nessa perspectiva, consideramos que se faz necessário encontrar um caminho para apresentar outra Matemática a esses alunos ou, ainda, que nós educadores mudemos a nossa postura, buscando desenvolver uma Matemática que possibilite ao aluno "estabelecer uma associação relevante entre o que se ensina e o mundo real" (BASSANEZI, 2009).

1. A Educação de Jovens e Adultos

> A sociedade educa o educador num processo sem fim e de complexidade. Já dissemos que o saber tem caráter exponencial e isso não somente na existência histórica coletiva senão também na formação pessoal do educador.
>
> Álvaro Viera Pinto

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) no Brasil tradicionalmente tem apresentado um caráter estritamente compensatório e quase que exclusivo dos desprovidos de valor social, segundo assinalado por Haddad no Encontro Latino-Americano sobre Educação de Jovens e Adultos Trabalhadores, em 1993:

> É este marco condicionante – a miséria social – que acaba por definir as diversas maneiras de se pensar e realizar a Educação de Jovens e Adultos. É uma educação para pobres, para jovens e adultos das camadas populares, para aqueles que são maioria nas sociedades do Terceiro Mundo, para os

> excluídos do desenvolvimento e dos sistemas educacionais de ensino. (Haddad, 1994, p. 86)

As ações definidas para a EJA configuram-se como campanhas ou movimentos, em geral desenvolvidos a partir de políticas públicas das esferas de governo (municipal estadual ou federal). Porém, essas políticas nem sempre atingem as causas do problema, perdem-se na descontinuidade administrativa e estão impregnadas de significativas fragilidades no trabalho pedagógico. Os currículos, conteúdos, métodos e materiais didáticos utilizados tendem a reproduzir inadequadamente os modelos voltados às crianças e aos adolescentes.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (BRASIL, 1996) reserva os artigos 37 e 38 para a EJA, nos quais determina que o poder público viabilize e estimule o acesso e a permanência do trabalhador na escola, e reduz a idade de acesso para quinze (15) e dezoito (18) anos, respectivamente, para o Ensino Fundamental e o Médio. Esta diminuição da idade acarreta sérios problemas, pelo afastamento dos jovens com quinze (15) anos do ensino regular. Essa perspectiva esta presente no recorte do texto de Fonseca quando aponta que

> não é, pois, surpreendente que a maioria das redes públicas que se propõem a oferecer EJA esteja diante de contradições de difícil enfrentamento, por incluir nessa modalidade de ensino não apenas jovens e adultos, mas também um número significativo, não raro majoritário, de alunos adolescentes inseridos em seus projetos de EJA [...] porque estão *fora de faixa* (faixa etária *adequada* à série que está cursando). (2002, p. 23)

Esse outro perfil dos sujeitos da EJA, sujeitos não-crianças, apresenta outros aspectos a serem considerados no processo ensino-aprendizagem, pois se antes os educadores já se ressentiam de uma formação específica para trabalhar com a EJA, agora esse sentimento se intensifica, pois temos agora um outro sujeito: o adolescente acima de 14 anos.

Uns, após reprovações, atraídos pelo aligeiramento e aceleração da EJA, buscam esse ensino no turno da noite, outros *convidados* pelas próprias escolas a se transferirem para o noturno, no dizer de Arroyo (2007): “antes as escolas mandavam para a EJA os adolescentes com problemas de aprendizagem, agora os mandam por problemas de indisciplina, de violência. Outra visão da EJA está em jogo”.

Nesse contexto, é importante considerar também que o Parecer que estabeleceu as diretrizes curriculares para a EJA destaca que na atual LDB desaparece a noção de Ensino Supletivo existente na Lei nº 5.692/71. O Ensino Supletivo passa a denominar-se Educação de Jovens e Adultos. A alteração vocabular de **ensino** para **educação** denota uma ampliação de conceito. Enquanto o termo "ensino" se restringe à mera instrução, o termo "educação" é muito mais amplo, compreendendo os diversos processos de formação (SOARES, 2002, p. 12).

Salienta esse parecer que a EJA é uma *modalidade* da educação básica, nas suas etapas: fundamental e média. O termo modalidade expressa um modo próprio de ser. A EJA tem, assim, um perfil próprio, uma feição especial, uma forma peculiar de ser. Nesse sentido, constituindo-se, então, como modalidade, a EJA apresenta sim um aspecto de regularidade, não mais de *suplência*, pois os seus sujeitos não-crianças buscam um resgate na sua formação escolar.

Na 67ª plenária do Fórum Mineiro de Educação de Jovens e Adultos, realizada na Faculdade de Educação da UFMG, no dia 29 de junho de 2007, Arroyo, ao fazer um balanço da EJA, destacou uma primeira constatação:

> Parece-me que ao longo desses últimos anos, cada vez a juventude, os jovens e os adultos populares estão mais demarcados, segregados e estigmatizados. Não está acontecendo o que se esperava, ou seja, que esses jovens fossem se integrando, cada vez mais, na juventude brasileira. Ao contrário, penso que o que está acontecendo é que as velhas dicotomias, as velhas polaridades da nossa sociedade (e um dos polos é o setor popular, os trabalhadores, e agora nem sequer trabalhadores) não estão se aproximando de uma configuração mais igualitária, ao contrário, estamos em tempos em que as velhas polaridades se distanciam e se configuram, cada vez mais, com marcas e traços mais específicos, mais diferentes, mais próprios. Mais distantes. A juventude popular esta cada vez mais vulnerável, sem horizontes, em limitadas alternativas de liberdade. (Arroyo, 2007)

Essa perspectiva mostra-se preocupante, pois ao analisarmos alguns documentos e orientações legais, percebemos que a tendência predominante apresenta uma oferta de conteúdos curriculares que nem sempre tem relação com as vivências/experiências dos estudantes. Essa condição nos remete ao pensamento de Fernandes (2008) quando, por suas pesquisas, aponta que um grande desafio para a Pedagogia trata da necessidade de criação de vínculos no sentido ético, ou seja, como compromisso "[...] significa prometer-se com o outro, e ao fazê-lo, prometer-se consigo mesmo, na difícil e necessária tarefa da convivência humana (p. 148)".

Segue a autora afirmando que "A identificação do que é significativo para os alunos cria vínculos entre eles e entre eles e o professor, por dentro das experiências e do próprio conhecimento que trazem de si e da vida (p.148)". Complementamos esse pensamento considerando o compromisso dos docentes como a base da exigência ética na formação, tanto inicial como continuada, que passa pela produção de sentidos[1], no comprometimento com o que é significativo para os estudantes.

Ao aproximar essa compreensão de Fernandes (2008) com a de Vieira Pinto (2010, p. 31), de que "a educação é o processo pela qual a sociedade forma seus membros à sua imagem e em função de seus interesses", acreditamos, então, que o processo permanente de formação se traduz nas possibilidades da prática educativa dialógica da perspectiva freireana considerando que "[...] o diálogo sela o ato de aprender que nunca é individual, embora tenha uma dimensão individual. O diálogo é, em si, criativo re-criativo" (FREIRE e SHOR, 1987, p. 13-14).

2. E a Formação do Professor de EJA

Debruçar-se sobre a preparação do educador é profissionalizar uma modalidade que há bem pouco tempo caracterizava-se por campanhas, movimentos nacionais, voluntariado, suplência, e até mesmo considerada de categoria inferior. Se, para qualquer nível de ensino, a questão da capacitação docente é primordial,

> Com maior razão, pode-se dizer que o preparo de um docente voltado para a EJA deve incluir, além das exigências formativas para todo e qualquer professor, aquelas relativas à complexidade diferencial desta modalidade de ensino. Assim esse profissional do magistério deve estar preparado para interagir empaticamente com esta parcela de estudantes e de estabelecer o exercício do diálogo. Jamais um professor aligeirado ou motivado apenas pela boa vontade ou por um voluntariado idealista e sim um docente que se nutra do geral e também das especificidades que a habilitação como formação sistemática requer. (PARECER CNE 11, 2000, p. 56)

No entanto, essa área da educação – dos jovens e adultos – não tem recebido uma ampla atenção por parte de muitos cursos de formação. Segundo os dados do INEP, em 2003, dos 1.306 cursos de Pedagogia existentes no País, apenas 16 ofereciam habilitação em educação de jovens e adultos (SOARES, 2006, p. 285).

Tendo como referências os estudos de Charlot (1996), Arroyo (2001), Soares (2007), alem dos já citados e o pensamento freireano, é fundamental que o processo de formação do educador de EJA – inicial e contínuo – desenvolva um olhar atento às especificidades que constituem os sujeitos jovens e adultos – a sua identidade cultural.

---

[1] A expressão produção de sentidos esta fundamentada na idéia de Marilena Chaui: o mundo suscita sentidos e palavras, as significações levam à criação de novas expressões lingüísticas, a linguagem cria novos sentidos e interpreta o mundo de maneiras novas (CHAUI, 1998, p.149).

O educador não pode perder de vista que o sujeito de EJA, além da dimensão individual, é muitas vezes um trabalhador em atividade informal ou até desempregado, que busca na formação alguma saída para seu futuro. E a questão se complexifica na atualidade com a presença cada vez maior de adolescentes, ou seja, a juvenilização desse público que tenta recuperar ou abreviar sua permanência na Escola.

Os jovens nas turmas da EJA, nesse novo contexto escolar, procuram uma maneira mais rápida e acessível de concluir seus estudos, uma vez que muitos não tiveram quem lhes incentivasse os estudos na idade própria. A juvenilização da EJA surge nas salas de aula a partir dos anos 1990, quando novas estruturas socioeconômicas começam a se consolidar.

Segundo Brunel (2004), o professor precisa estar preparado para ouvir a realidade de seus alunos: "O professor que trabalha na EJA precisa estar aberto para um ouvir mais personalizado. Levar em conta a idade do aluno, sua situação financeira, seus sonhos, seus medos, sua posição de filho(a), de neto(a), de pai, de mãe, de esposo(a) para poder compreender a sua fala" (BRUNEL, 2004, p. 25).

Percebemos, através das pesquisas (SOARES, 2007, BRUNEL, 2004) e de trabalhos do Ministério da Educação pelas ações da SECADI – Secretaria da Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão – junto a DPAEJA – Diretoria de Políticas de Alfabetização e Educação de Jovens e Adultos, que muitos dos jovens que frequentam a EJA são provenientes das classes populares. Estes jovens são motivados principalmente pelo desejo de retomar os estudos que foram interrompidos, muitas vezes, em decorrência da entrada no mercado de trabalho.

> "O novo público que frequenta a escola, sobretudo adolescente e jovem, passa a constituir no seu interior um universo cada vez mais autônomo de interações, distanciado das referências institucionais trazendo novamente, em sua especificidade, a necessidade de uma perspectiva não escolar no estudo da escola, a via não escolar (...)". (SPOSITO, 2003, p. 19-20)

Nessa especificidade também deve ser reconhecido que os sujeitos de EJA – mesmo adolescentes – já têm uma caminhada de vivências, por meio da qual incorporaram saberes para lidar com as situações de sua realidade. Assim, o educador pode orientar o processo ensino-aprendizagem tendo presente que "o contexto cultural do aluno trabalhador deve ser a ponte entre o seu saber e o que a escola pode proporcionar, evitando, assim, o desinteresse, os conflitos e a expectativa de fracasso que acabam proporcionando um alto índice de evasão" (GADOTTI e ROMÃO, 2011, p. 143).

Diante dessa realidade da juvenilização, voltamos para “velhas” questões: O que ensinar? Como ensinar? Christofoli (2012) interpreta o fenômeno como um sintoma de problemas na escola regular, que não está conseguindo lidar com a diversidade de idades em sala de aula adequadamente. E, nessa perspectiva nos voltamos, mais uma vez, para a abordagem de Vieira Pinto (2010, p. 41-45), que considera fundamental as seguintes noções associadas ao *conteúdo* da educação:

> a educação não deve se reduzir à transmissão escolar dos conhecimentos; o *conteúdo* da educação não está constituído somente [...] por aquilo que se ensina, mas incorpora a totalidade das condições objetivas que concretamente pertencem ao ato educacional; [...] o professor, o aluno, ambos com todas suas condições sociais e pessoais, as instalações da escola, os livros e os materiais didáticos, as condições locais da escola etc; o conteúdo da educação [...] não se pode considerá-lo como um volume estático, delimitado de conhecimentos, como se fora uma carga a ser transportada de um lugar a outro, porém é algo dinâmico, é fundamentalmente histórico, [...] é variável, não se repete e só se realiza parcialmente em cada ato educativo, pois cada aluno absorve diferentemente; o conteúdo não pode ser considerado desligado da forma.

Dessa forma a visão do autor nos aponta que é “função de seus fins sociais” e “tem que ser em cada caso aquela que se adapta ao conteúdo, isto é, à condição do educando, suas possibilidades imediatas de ascensão cultural”. E, como autoras desse ensaio, nossos estudos nos levam a acreditar que: primeiramente, muito temos que trilhar, pois não há fórmulas para a formação de professores e, todo e qualquer pensamento sobre a prática educativa, demanda todo um fundamentado cuidado ético que impregna a docência. E, para tanto, nos apoiamos nas palavras de Severino (2011, p. 132)

> Podemos nos dar melhor conta do sentido da formação, lembrando que ela envolve um complexo conjunto de dimensões que o verbo formar tenta expressar: constituir, compor, ordenar, fundar, criar, instruir-se, colocar-se ao lado de, desenvolver-se, dar-se um ser. É interessante observar que seu sentido mais rico é aquele do verbo reflexivo, como que indicando que é uma ação cujo agente só pode ser o próprio sujeito. Nesta linha, contrapõe-se às denotações de seus cognatos, por incompletude, como informar, reformar, e repudia outros por total incompatibilidade, como conformar, deformar. Converge apenas com transformar...

Nessa mesma perspectiva, em segundo lugar, trazemos o pensamento de Silveira (2008, p. 16)

> A palavra formação tornou-se uma palavra porosa, deixando permeabilizar-se no campo educativo tanto pelo discurso quanto pelo percurso, correndo o risco de banalizar-se como conceito. Defini-la não é tarefa fácil nem consensual, pois este é, talvez, o conceito mais polissêmico na terminologia pedagógica da atualidade. Mostra-se guarnecido de tantos matizes de significados e entrou em tantas diferenças históricas que já não é possível utilizá-lo de modo inequívoco.

Com esses pensares, sobre a formação docente, passamos para o próximo item desse texto.

3. Algumas considerações para não terminar esse ensaio

Pelo que expomos até aqui, percebemos que estamos em um campo de pesquisa que tem motivado inúmeras publicações, na tentativa de favorecer o estabelecimento de novas bases para essa temática. Não é tarefa fácil, mas muito necessária, para não nos deixarmos levar por modismos, mas, ao contrário, assumir a importância de nosso papel como educadores. E, assim interrompemos com as palavras de Vieira Pinto

> O caminho que o professor escolheu para aprender foi ensinar. No ato do ensino ele se defronta com as verdadeiras dificuldades, obstáculos reais, concretos, que precisa superar. Nessa situação ele aprende.

Referências bibliográficas

Arroyo, Miguel. (2007, agosto) Tema desenvolvido por ocasião da 67ª plenária do Fórum Mineiro de Educação de Jovens e Adultos. VEJ@ - Revista de Educação de Jovens e Adultos, v. 1, n. 0, p. 1-108.

Bassanezi, R. C. (2009). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.

Brasil. Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. *Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional.* Diário Oficial da União. Brasília, 20/12/1996.

Brunel, C. (2004). *Jovens cada vez mais jovens na educação de jovens e adultos.* Porto Alegre: Mediação.

Carrano, P. (2007). *Educação de Jovens e Adultos e Juventude: o desafio de compreender os sentidos da presença dos jovens na escola da "segunda chance”*. Revista Atual. Agosto. Rio de Janeiro.

Charlot, B. (1996). *Relação com o saber e com a escola entre estudantes de periferia.* Cadernos de pesquisa. nº 97. São Paulo. p. 47 – 63.

Chaui, Marilena. (1998). Marilena. *Convite à filosofia*. 12 ed.São Paulo: Ática.

Christofoli, Maria Conceição Pillon. (2012). *Jornal Zero Hora*. Publicado dia 02/07/2012. p.4-5. Porto Alegre - RS.

Di Pierro, M. C.; Joia, O.; Ribeiro, V. M. (2001, novembro). *Visões da Educação de Jovens e Adultos no Brasil.* Cadernos Cedes, Campinas, v. 21, n. 55, p. 58-77.

Fernandes, Cleoni Maria B. (2008). À procura da senha da vida – de – senha a aula dialógica? Em: Veiga, Ilma Passos Alencastro. *Aula: gênese, dimensões, princípios e práticas.* Capítulo 6 – p.145-165. Campinas: Papirus.

Freire, P. (1995). *A educação na cidade*. São Paulo: Cortez.

_________. (1997). *Pedagogia da autonomia. Saberes necessários à prática educativa*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

FREIRE e SHOR. (1987). *Medo e ousadia: o cotidiano do professor*. Rio de Janeiro, Paz e Terra.

Gadotti, M; Romão, J. (2011). *A educação de Jovens e Adultos: teoria, prática e proposta*. 12 ed. São Paulo: Cortez.

Guimarães, M. T. C.; Duarte, A. J. (2008). *Jovens da Educação de Jovens e Adultos (EJA): Escola e o Trabalho na Mediação entre o Presente e o Futuro.* In: Anais da 31ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED). Caxambu - MG.

Montana, D. G. (2010). *Os jovens na educação de jovens e adultos: acesso e permanência.* Trabalho de Conclusão (Especialização) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Morin, E. (2000). *Os sete saberes necessários à educação do futuro*. São Paulo: Cortez.

Severino, Antônio Joaquim. (2011). *Formação e atuação dos professores: dos seus fundamentos éticos.* Em: Severino, Francisca Eleodora Santos. *Ética e formação de professores.* Capítulo 6 p.130 – 149. São Paulo: Cortez.

Silveira, Denise N. (2008) *O estágio curricular supervisionado na escola de educação básica: diálogo com professores que acolhem estagiários.* Tese de doutorado, defendida em novembro de 2008, na UNISINOS – Universidade do Vale do Rio dos Sinos – São Leopoldo – RS.

Soares, L. J. G. (2002). *Educação de Jovens e Adultos*. Rio de Janeiro: DP&A.

______. (2007). *Do direito à educação à formação do educador de jovens e adultos*. In: Soares, L. Giovanetti, M. A. G. de C. & Gomes, N. L. (orgs). Diálogos na educação de jovens e adultos. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Spósito, M. P. *Violência coletiva, jovens e educação: Dimensões do conflito social na cidade*. In: Anais da 16ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED). Caxambu – MG.

Vieira Pinto, Álvaro. (2010) *Sete lições sobre educação de adultos*. 16 ed. São Paulo: Cortez.

A PRÁTICA DE ESCREVER NA AULA DE MATEMÁTICA: ALGUNS OLHARES

Aruana Sedrês – Denise Silveira
aruanasedres@gmail.com– silveiradenise13@gmail.com
UFPel – Brasil

Tema: Formação de profesores e mestres
Modalidad: CB.
Nivel educativo: não específico.
Palabras clave: Escrita, reflexão, aprendizagem.

Resumen

O artigo consiste de um recorte da pesquisa no curso de Mestrado em Ensino de Matemática (UFPel), onde abordo o desenvolvimento de uma forma de trabalho na sala de aula, que pretende construir relações matemáticas através da escrita. Com esta prática procura-se exercitar com o aluno outra forma de desenvolver conhecimentos matemáticos, tentando ressignificar a noção construída em diversos estudantes de que a Matemática consiste somente em cálculos. Dessa forma, a escrita matemática seria uma forma de registro que pode ser acessado e, assim, a ideia implícita na elaboração e na sistematização do conhecimento matemático não deve levar à dubiedade de interpretação. No Brasil, a escrita matemática vem se apoiado principalmente nos estudos de Powel e Bairral. Os estudantes no decorrer do tempo conseguem realizar a compreensão do modo como pensam e assim estabelecem relações entre diferentes significados e representações de uma mesma noção e/ou conceito. Por meio da ideia da produção textual na aula, são levados a desenvolver um processo com os princípios de metacognição. É importante deixá-los livres na escrita, pois assim sentirão que estão sendo valorizados e respeitados na sua maneira de ser e de pensar, caminhando para o processo da autonomia de escrita (FREIRE, 1996).

Introdução

O presente artigo consiste em uma seção de pesquisa - com vistas a que, futuramente, o relato desta experiência possa colaborar com outros grupos – apresentando uma proposta de prática que será base para uma reflexão no curso de mestrado em Ensino de Matemática (UFPel). Tal extrato aborda o desenvolvimento de uma forma de trabalho na sala de aula, que pretende construir relações matemáticas através da escrita. Com esta prática procura-se exercitar com o aluno outra forma de desenvolver conhecimentos matemáticos, tentando ressignificar a noção construída em diversos estudantes de que a Matemática consiste somente em cálculos.

Considerando a produção textual como uma das maneiras de comunicação, a escrita é capaz de coadjuvar os alunos a aprimorar compreensões, que poderão levá-lo à construção de conhecimento matemático, pois o estudante tem a possibilidade de usar habilidades de leitura, observação, interpretação, questionando algumas formas de abordagem usuais na escola.

Segundo Cândido (2007) o ato da escrita não é tão maleável como o da oralidade. Necessita-se de um planejamento para a recuperação da memória, uma vez que muitos comentários orais podem ficar perdidos sem o registro em forma de texto. Outra característica fundamental da escrita é a possibilidade de comunicação depois de algum tempo. Assim, escrever permite que além do próprio aluno, outras pessoas possam ter acesso ao que foi pensado, vivido e registrado. Dessa forma, a escrita matemática seria uma forma bem sofisticada de escrita, uma vez que a ideia implícita na elaboração e na sistematização do conhecimento matemático não deve levar à dubiedade de interpretação.

No Brasil, a escrita matemática vem se apoiado principalmente nos estudos de Powel e Bairral. Segundo POWELL (2001) e POWELL e BAIRRAL (2006), "a reflexão sobre as experiências matemáticas, mediada pela escrita, pode levar os alunos a pensarem criticamente sobre suas próprias idéias, desenvolvendo a cognição matemática e desencadeando também processos metacognitivos[1]."

Outra autora que desenvolve pesquisas nesta área é OLIVEIRA (1995), ela complementa a ideia anterior, destacando que a escrita favorece a construção da consciência metalingüística, pois, pela escrita, "o sujeito pode refletir e construir conhecimento explícito e a consciência metacognitiva, pela possibilidade de verificação do discurso escrito enquanto produto de pensamento, de objetivação da experiência pessoal".

2. Caminho Metodológico

[1] É importante salientar o conceito de metacognição que aqui se utiliza é aquele proposto por Ribeiro (2003) e Portilho (2004), os quais advogam que: "[...] inclui-se, ao conhecer o que se conhece, o conhecimento das capacidades e limitações dos processos característicos do pensamento humano e ainda, a capacidade de planificar e regular o emprego dos próprios recursos cognitivos. Em outras palavras, metacognição pode ser entendida como um processo que envolve a simultaneidade da tomada de consciência e do controle da própria cognição (autocontrole) que, por sua vez, como ressalta Wolfs (2000), nem sempre estão conectados. (DAMIANI, 2005, p.02)."

A pesquisa tem carater qualitativo, adotando principios de um estudo de caso, etnográfico (André, 2005). É importante ressaltar que a investigação que desenvolverei na sala de aula tem como metodologia a Engenharia Didática. O termo Engenharia Didática surgiu na França na década de 80, com a autora Michele Artigue. Ele foi criado na área da Didática da Matemática, através da ideia do trabalho de um engenheiro, ao qual tem que produzir algo sólido verificando todas as condições, para se ter possíveis soluções. Como a própria autora defende essa metodologia *"também exige enfretamento de problemas práticos para os quais não existe teoria prévia- momentos em que é preciso construir soluções" (Clotilde, 2005 p. 88)*

Ela é usada na investigação da sala de aula, pois está diretamente relacionada com o movimento entre o saber da prática do professor e as teorias que ainda não dão conta da realidade. Esta metodologia foi criada para atender duas questões, são elas:- a relação entre a pesquisa e o sistema de ensino, e – a compreensão entre as metodologias de pesquisa. Logo, ela visa um produto para o ensino, algo que una os conhecimentos teóricos com os conhecimentos práticos.

Os sujeitos da pesquisa de base empírica são alunos de 8ª série, de uma conhecida escola privada da cidade de Pelotas, RS, Brasil. E, a análise bem como aplicação de tal metodologia acontece há algum tempo. Neste período, foi possível compreender que os alunos percebem a escrita na sala aula como contribuinte para a aprendizagem de Matemática, pois ao organizarem as ideias e escrevê-las, realizam um exercício interpretativo que se mostra fundamental.

Pelas experiencias que tenho realizado com a escrita em todos os niveis, percebo que os estudantes no decorrer do tempo conseguem realizar a compreensão do modo como pensam e assim estabelecem relações entre diferentes significados e representações de uma mesma noção. Por meio da ideia da produção textual na aula, são levados a desenvolver um processo de metacognição.

Após os alunos construírem suas reflexões, o olhar de professora/ pesquisadora, realiza-se no sentido avaliativo, não valorizando somente o conteúdo, mas também suas relações com o que foi estudado e o cotidiano desses alunos. Em seguida, os alunos recebem um parecer sobre esta primeira escrita, inicialmente individual, mostrando o que poderia aprofundar e destacando as ideias bem sucedidas.

Nessas aulas, os alunos que se sentem motivados a ler suas reflexões para a turma, o fazem, assim constroem o espaço de discussão, afirmando a perspectiva de relação de trabalhos colaborativos na construção da aprendizagem. Esse espaço demarca melhor o que foi estudado, até mesmo construindo novas conexões entre teoria e prática, sendo uma outra oportunidade para a ressignificação do conhecimento.

Ao construírem uma escrita por período letivo, os aluno têm, até o final do ano, um conjunto de textos sobre o que foi estudado durante o ano letivo. Dessa maneira poderá ser feita uma avaliação mais próxima do que realmente aprenderam, e, assim, melhorar o trabalho de planejamento do professor para o próximo ano. Nessa escrita há um espaço em que os alunos podem dar sugestões sobre as aulas, facilitando e/ou favorecendo um melhor trabalho docente, dessa forma não haverá somente a visão do educador.

3. Resultados e discussões

Até o presente momento a pesquisa se dedica às leituras e ao reconhecimento de autores, que, da mesma forma como os inicialmente aqui citados, poderão subsidiar a aplicação desta prática. Ainda assim, as relações introdutoriamente estabelecidas já são indicativas de alguns resultados bem como algumas percepções já são notadas em função desta ser uma prática que já venho aplicando há alguns anos com estas turmas.

Esse processo de escrita percorre o ano letivo, sempre sendo aplicado nas últimas aulas do trimestre, pois neste momento o aluno já está apto a escrever sobre o que aprendeu (Sedrês, 2009). É importante deixá-los livres na escrita, pois assim sentirão que estão sendo valorizados e respeitados na sua maneira de ser e de pensar, caminhando para o processo da autonomia de escrita (FREIRE, 1996). Pode-se dizer que por meio da escrita o aprendiz articula suas ideias sobre o conhecimento matemático, bem como suas respostas afetivas a questões matemáticas em que estejam a inseridos.

Até o presente momento, as etapas que foram desenvolvidas na pesquisa têm demonstrado que o planejamento para a execução desta prática de sala de aula é essencial, além disso, deixar o aluno livre para escrever também colabora muito para que ele sinta-se autorizado a colocar seu olhar crítico sobre os conceitos trabalhados. Possibilidades que precisam ser ofertadas para que os envolvidos no processo tenham oportunidades de refletir sobre o que sabem, o que pensam, o que fizeram, o que farão de diferente em seu processo de aprendizado.

É exatamente nesta etapa de planejamento das aulas que o presente trabalho de professora/pesquisadora se encontra, apontando para uma posterior aplicação com os alunos da 8ª série[2], como prevê a *práxis* educativa freiriana (2005). Com movimento político constante em que a prática demanda um suporte teórico, e a teoria existe pela razão da prática.

Referencias bibliográficas

ANDRÉ, M. E. D. A. 2005. *Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional*. Brasilia: Liberlivro.

BRANDÃO, C. R. 2003. *A pergunta a várias mãos: a experiência da partilha através da pesquisa na educação*. São Paulo: Cortez.

BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas.** Coleção: Horizontes Pedagógicos. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217

CÂNDIDO, P. T. 2001. Comunicação em Matemática. In: Diniz & Smole (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.* Porto Alegre: Artmed. p. 15-28.

CLOTILDE, Vera. 2005. Engenharia didática: um referencial para a ação investigativa e para formação de profesores de matemática. Zetetiké, Unicamp. V.13, nº23-jan/jun.

COURA, F. C. F. *Matemática e Língua Materna: propostas para uma interação positiva*. Ouro Preto, MG, 2005. Monografia (especialização) – Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas.

DAMIANI, M. F.; GIL, R. L; PROTÁSIO, M. R. 2005. A metacognição como auxiliar o processo de formação de professoras: uma experiência pedagógica. In: IV Congresso Internacional de Educação. A Educação nas Fronteiras do Humano, São Leopoldo. Anais... São Leopoldo, UNISINOS, CD-ROM

FIORENTINI, D.; FREITAS, M. T. M. 2008. Desafios e potencialidades da escrita na formação docente em matemática Revista Brasileira de Educação v. 13 n. 37 jan./abr.

FREIRE, P. 1996. *Pedagogia da Autonomia*: saberes necessários à prática educativa. São Paulo, Paz e Terra.

______. *Pedagogia do Oprimido*. 2005. Rio de Janeiro, Paz e Terra.

[2] Considera-se relevante salientar que estes estudantes praticaram o exercício da escrita quando estavam também na 4ª série, como alunos da mesma professora/pesquisadora.

______. 2009. *Professora sim, tia não:* cartas a quem ousa ensinar. 1ed. São Paulo: Olho d'Água.

GIROUX, H. 1997. *Os professores como intelectuais*: rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Artmed,.

OLIVEIRA, M. K. de. 1997. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico.* São Paulo. Scipione.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. 2006. *A escrita e o pensamento matemático: Interações e potencialidades***.** Campinas-SP, Papirus.

SEDRÊS, Aruana. 2009. *Ensino e Formação de Professores: "Escritas Matemáticas, um novo olhar se forma*". Trabalho acadêmico apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Educação do Instituto Federal Sul-Rio-Grandense, como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Educação: Núcleo de Ensino e Formação de Professores.

À SOMBRA DOS DOCUMENTOS – POR UMA POLÍTICA DA DIFERENÇA

Adriani Mello Felix - Márcia Souza da Fonseca
adrianifelix@gmail.com – mszfonseca@gmail.com
Universidade Federal de Pelotas – UFPEL

Tema: Formação de professores e mestres
Modalidade: CB
Nível: Formação e atualização docente
Palavras-Chaves: Documentos Oficiais, Manual do Professor, Formação Docente, Ensino de Matemática.

Resumo
Este artigo integra uma pesquisa em curso que analisa documentos curriculares oficiais brasileiros, em relação às políticas de formação docente – orientações pedagógicas aos professores a partir dos discursos dos textos didáticos – para o ensino da matemática. Objetiva mostrar determinadas implicações educacionais que nos constituem quando estamos aprisionados a certas concepções de currículo, no caso, os parâmetros e as orientações curriculares para o ensino médio, sob o aspecto didático-pedagógico, e as orientações do manual do professor no guia do Programa Nacional do Livro Didático. As ferramentas de análise perseguem o pensamento de Foucault e Wittgenstein que entendem a linguagem como constituidora de diferentes práticas. O primeiro se refere aos jogos discursivos e o segundo, aos jogos de linguagem. A arqueologia de Foucault auxilia a buscar nos arquivos as regras que neste momento estão sancionando a verdade sobre conteúdos e formas de ensinar. O que remete ao segundo Wittgenstein, para quem os jogos de linguagem, bem como os discursos, representam regras estabelecidas por um grupo, constituem a sua linguagem com determinada finalidade.

A Leitura

Este artigo é parte integrante de uma pesquisa que estamos realizando em documentos oficiais, em relação às políticas curriculares para o ensino da matemática. O objetivo é mostrar como se formam discursivamente as práticas didático-pedagógicas propostas nos documentos. Também estendemos nossa análise às indicações do guia do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD 2012 no que diz respeito ao manual do professor. Entendemos que o discurso oficial só pode ser colocado em prática se tiver uma rede discursiva a seu serviço.

Buscamos nossas referências para esta análise em Foucault e Wittgenstein, por entender que os dois filósofos trabalham o campo da linguagem como um *jogo* que constitui ou representa diferentes práticas. Para o primeiro os jogos discursivos, para o segundo os jogos de linguagem. Utilizaremos a *arqueologia* no sentido Foucaultiano, para fazer a análise do discurso oficial. Buscaremos nos *arquivos* as regras que neste momento (histórico) estão sancionando a verdade sobre o que deve e como deve ser ensinado, vista como jogos de linguagem. Pensando a partir do pensamento desses dois filósofos, faremos uma análise de como está colocada a didática para o ensino da matemática e a questão da liberdade e da agência docente, segundo Pignatelli (1998), centrada na forma como o poder, a identidade e a subjetividade atuam no processo formativo do sujeito professor.

A Escritura

A reforma do currículo do ensino médio, prevista na Lei de Diretrizes de Base LDB lei 9394/ 96, e nos documentos oficiais como as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio DCNEM/98, deu origem a alguns documentos, porém são de nosso interesse as Bases Legais presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, PCNEM/99 vol.1 e as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio OCNEM/2006 vol. 2.

Passados praticamente 15 anos da implantação da LDB/96 encontramos um sistema educacional instaurado no Brasil não por um governo apenas, mas por um sistema que comanda a política econômica e educacional no país. Nesse sentido Veiga-Neto (2010), mostra que o Estado não é fonte central do poder, mas uma matriz em que cada indivíduo se auto-governa, se gerencia a si e aos outros na ação de dirigir condutas. Essa forma de poder encontra importância nos documentos curriculares oficiais para espalhar o discurso oficial, não como uma rede de poder vertical ou obrigatória, mas como um "parâmetro" de um currículo mínimo a ser cumprido.

Agora se os parâmetros não são obrigatórios, como fazer com que suas indicações acabem espalhando-se? Vemos duas formas básicas, os exames avaliativos e os livros didáticos. Certamente podem existir outras formas, mas talvez nenhuma tão eficiente em chegar ao professor e naturalizar tais discursos. Aí está o perigo; os elementos do poder não agem de forma condicional, mas acabam tornando-se naturais, as pessoas terminam absorvendo o discurso sem pensar o que nele está implicado. Assim, a questão da agência docente pode, segundo Pignatelli (2008), ser resumida às interpretações ou compreensões que os professores fazem da fala oficial, ou de como são oficialmente interpelados por esta fala. A seguir mostraremos a fala ou falácia oficial.

A Regra da Representação – Escutar sem falar

Aqui faremos uma rápida leitura dos propósitos do Ensino Médio inseridos nas bases legais do PCNEM/99, passando, a seguir, ao tema que realmente interessa neste estudo, que são os aspectos metodológicos para o ensino da matemática. As Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio DCNEM/98, que compõem parte do volume 1 dos Parametros Curriculares para o Ensino Médio PCNEM/99, valorizam o aprender a conhecer, a fazer, a viver, *a ser* e deixam claro que, pela indicação da LDB/96, o ensino deve estar baseado em competências e na formação para o trabalho. Inclusive os contextos mais importantes nos documentos são: O trabalho, a cidadania e a tecnologia.

O caráter preparatório para o trabalho que assume o novo ensino médio, consta das afirmações encontradas no texto oficial: **"**O trabalho é o contexto mais importante da experiência curricular no Ensino Médio*"* (Brasil, 1999, p.79). O avanço tecnológico acabou criando uma crise no mundo do trabalho com a falta de mão de obra especializada, assim o discurso das reformas curriculares voltam-se na produção de um sujeito mais competitivo e independente, com novas habilidades e competências mais flexíveis, otimizando as relações de produção.

Outro ponto forte presente nos documentos são as questões ligadas à cidadania, preocupações a serem trabalhadas nos temas transversais, que aparecem nos documentos para o ensino fundamental, mas a indicação é que seja trabalhado na contextualização e interdisciplinaridade tratadas no ensino médio. Na expectativa dos documentos são temas que devem debater as necessidades da sociedade contemporânea, mas as perguntas que fazemos são: Quais necessidades? Para qual sociedade?

Para finalizar a *tecnologia* forma a tríade discursiva dos documentos e sabemos que a mesma está relacionada ao desenvolvimento e independência de uma nação, pois o avanço tecnológico e o domínio de novas técnicas dependem de certa forma da educação. Talvez por este motivo seja citada tantas vezes como forma de fornecer ao educando um meio de compreender e dominar a tecnologia a sua volta. Especificamente em matemática, saber utilizar ferramentas como calculadoras e computadores de certa forma estaria inserindo o sujeito nos meios de produção contemporâneos.

A Natureza das Proposições Gramaticais – A Prática Regrada

Faremos uma breve análise do documento OCNEM 2006, vol.2, assinalando que embora este documento esteja voltado para a área de ciências da natureza e matemática, deteremos nossas análises apenas nas questões relativas à matemática, no que diz respeito propriamente as suas indicações à metodologia do ensino desta disciplina. Nesse documento inclusive há um capítulo direcionado à metodologia que aponta diretrizes de trabalho, com uma abordagem baseada em contrato pedagógico[1], contrato didático[2] e transposição didática[3], aparecendo intimamente ligada à contextualização e interdisciplinaridade e consequentemente ao ensino por competências.

Nessa proposta a modelagem matemática torna-se uma alternativa para a resolução de problemas, articulando-se com a possibilidade de trabalhar com projetos preferencialmente interdisciplinares. Se em documentos anteriores não havia uma orientação especifica para o desenvolvimento desses projetos, agora há, indicando que o professor estabeleça objetivos nos conteúdos trabalhados de forma a "provocar reflexões, facilitar recursos, materiais e informações, e analisar o desenvolvimento individual de cada aluno." (Brasil, 2006, p.85)

Segundo Cardoso (2008), agora o saber fazer já não basta, a tecnologia, por exemplo, tem duplo sentido; se a matemática deve capacitar o aluno ao uso de tecnologias também deve se valer das mesmas para a sua compreensão. "É importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática." (Brasil, 2006, p.87)

O documento, apesar de não trazer mudanças significativas em relação aos textos anteriores, traz uma discussão mais abrangente em relação aos conteúdos de matemática e a metodologia do professor com sugestões de atividades explicitas. O que talvez acabe contrariando os dois primeiros, pois centra o currículo nas disciplinas e não privilegia o currículo por competências e a interdisciplinaridade. Embora no caso da matemática nunca se fez claro sua integração com as outras disciplinas, apesar das indicações documentais. A matemática sempre serviu como ferramenta na compreensão das áreas, inclusive estando a sua distribuição de conteúdos de acordo com as necessidades das outras disciplinas da área das ciências da natureza.

---

[1] Contrato pedagógico – Baseado no acordo entre professor e aluno, ficando explicito no mesmo o papel de cada um dos envolvidos.

[2] Contrato didático- Tem caráter implícito, diz respeito aos objetos, nesse caso os matemáticos que estão em jogo no processo de ensino e aprendizagem. Precisam ser revistos toda vez que há rompimento entre uma das partes envolvidas, aluno-professor.

[3] Termo da escola francesa, proposto por Yves Chevallard. O saber cientifico sofre modificações até chegar na escola. Via de regra, sabemos que a matemática do matemático não é a mesma da sala de aula, nesse sentido temos o saber cientifico e o saber ensinado, que tem o professor como responsável por sua organização e reorganização.

Compreendemos que as orientações indicam à Matemática um valor instrumental, isto é, ela seria um conjunto de técnicas e estratégias úteis para resolver problemas da vida cotidiana, vida profissional e de outras ciências. Estratégia está relacionada a jogo, e aqui podemos comparar os jogos de linguagem de Wittgenstein construídos no interior desse discurso, onde os critérios de verdade estão na linguagem e não fora dela.

Em relação às metodologias didático-pedagógicas para o ensino da matemática escolar, transpor a matemática acadêmica, ou a do cotidiano em processo de fusão como insinuam os documentos, não é simples, pois essas diferentes "matemáticas" também participam de diferentes jogos de linguagem e, portanto, seus significados não convergem. Mantêm, no máximo, como diria Wittgenstein (2009), semelhanças de família.

Por estas razões, talvez pela própria formação dos professores ou por resistências dos mesmos, as orientações didático-pedagógicas do OCNEM/2006 parecem estar refletidas no PNLD 2012. A importância do manual do professor fica evidente quando este passa a ser quesito obrigatório para a aprovação de uma coleção. Essas indicações do manual acabam por tornar-se o currículo escrito que "promulga e justifica determinadas intenções básicas de escolarização, à medida que vão sendo operacionalizadas em estruturas as instituições" (Goodson, 1995, p.21), legitimando e justificando as intenções básicas para a educação, como veremos nas análises seguintes.

À Sombra das Regras – Os Paradigmas Pedagógicos

Os livros didáticos[4] principalmente a partir do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, agora estendido ao ensino médio, que de certa forma recontextualizam os discursos oficiais. Os livros contêm elementos implícitos ou explícitos que orientam e determinam as finalidades das políticas curriculares, como um manual, chamado pelo programa de guia do livro didático, uma espécie de diretriz para auxiliar o professor na escolha do livro. Tal guia faz um mapeamento de todos os livros aprovados pela comissão do PNLD, desta forma temos uma visão dos conteúdos e temas relevantes apontados nas coleções em relação à análise dos conteúdos, metodologia de ensino e aprendizagem, contextualização, linguagem e aspectos gráficos e editoriais e manual do professor.

[4] Quando mencionamos os livros didáticos nos referimos àqueles que compõem o componente curricular matemática.

Faremos aqui uma análise do guia em relação às exigências para aprovação[5] de uma coleção para uso do professor. Sabemos que a formação continuada no Brasil nem sempre é possível então esse material acaba sendo a única fonte de consulta disponível. Desta forma encontramos nos critérios da avaliação do componente curricular Matemática e no Manual do Professores as seguintes indicações:

1. Apresente linguagem adequada ao seu leitor – o professor – e atenda ao seu objetivo como manual de orientações didáticas, metodológicas e de apoio ao trabalho em sala de aula.
2. Contribua para a formação do professor, oferecendo discussões atualizadas acerca de temas relevantes para o trabalho docente, tais como currículo, aprendizagem, natureza do conhecimento matemático e de sua aplicabilidade, avaliação, políticas educacionais entre outros.
3. Integre os textos e documentos reproduzidos em um todo coerente com a proposta metodológica adotada e com a visão de Matemática e de seu ensino e aprendizagem preconizada na obra.
4. Não se limite a considerações gerais ao discutir a avaliação em matemática, mas oferecer as orientações efetivas do que, como, quando e para que avaliar, relacionando-as com os conteúdos expostos nos vários capítulos, unidades, seções.
5. Contenha, além do livro do aluno, orientações para o docente exercer suas funções em sala de aula, bem como propostas de atividades individuais e em grupo.
6. Explicite as alternativas e recursos didáticos ao alcance do docente, permitindo-lhe selecionar caso deseje, os conteúdos que apresentará em sala de aula e a ordem que serão apresentados.
7. Contenha soluções detalhadas de todos os problemas e exercícios, além de orientações de como elaborar e tirar melhor proveito das atividades propostas.
8. Apresente uma bibliografia atualizada para aperfeiçoamento do professor, agrupando os títulos indicados por área de interesse e comentando-os.
9. Separe, claramente, as leituras indicadas para os alunos daquelas recomendadas para o professor. (Brasil, 2011, p. 17)

Utilizando conceitos como regularidades discursiva de Foucault e regra de Wittgenstein, percebemos nos excertos acima a tentativa de legitimar o discurso presente nos documentos oficiais. Para Foucault (2007) a ideia de formação discursiva seria o sistema de regras colocado em prática para que um novo enunciado apareça, ou seja elaborado, sem deixar de pertencer ao mesmo discurso. Então pensando principalmente nos dois primeiros itens, seguidos dos itens 8 e 9, a importância dada à linguagem do manual do professor em relação ao aspecto formativo deixa clara a intencionalidade de "oficializar" o currículo. Por dois motivos básicos, primeiro o livro muitas vezes se torna o único material didático do professor e por esse motivo talvez não ofereça resistência efetiva de sua parte; segundo, o discurso ali produzido foi elaborado por alguém autorizado a falar sobre o assunto ou "Quem, no conjunto de todos os sujeitos falantes tem boas razões para ter esta espécie de linguagem?"

[5] Os livros que não cumpriram as exigências em relação ao manual do professor foram excluídos da lista de livros recomendadas pelo PNLD 2012.

(Foucault, 2007, p.56). Os autores dos livros são sujeitos que circularam por espaços institucionais que os autorizaram a falar ou a aconselhar o professor a agir de determinada forma ou a seguir determinadas regras.

Os itens 5, 6 e 7 sugerem um roteiro de conteúdos a serem ensinados, mesmo especificando que fica a critério do professor, sabemos como é difícil romper certas positividades e linearidades que a matemática impôs ao longo de sua história, o próprio Foucault afirma que "a matemática, única prática discursiva que transpôs de uma só vez o limiar da positividade, o de epistemologização, o da cientificidade e o da formalização", (Foucault, 2007, p.211). Assim em sua formação matemática o professor traz essa carga que constitui a idealização do campo do saber matemático e a forma como se relaciona com as outras ciências, sendo muito difícil não cumprir a ordem ou a lógica dos conteúdos apresentados nos livros didáticos.

Wittgenstein afirma que a prova matemática introduz paradigmas na linguagem, que nos fazem pensar em uma só direção. No item 7, a resolução detalhada de exercícios, sugere que se estamos dispostos a aceitar os paradigmas em função do que precisamos, esse conjunto de regras acaba sempre repetindo à mesma forma de ensinar matemática, à mesma maneira de fazer matemática. Isso impede o surgimento de novas narrativas, que dessas práticas deixem emergir outros saberes menos qualificados, mas que valorizem o saber e as práticas locais.

O Ato de Significar – Manter Viva a Pergunta

Finalizamos nossa análise problematizando os discursos produzidos pelas práticas dominantes seja dos discursos oficiais, seja dos livros didáticos ou de qualquer tipo de mídia que venha a constituir o sujeito professor. Questionar sobre essas práticas é ampliar as próprias narrativas, é construir significados dentro das diferentes formas de vida, é promover novas subjetividades, é não deixar a prática ser tomada pelo receituário didático-pedagógico.

Sobre o pensamento pedagógico que encontramos em nossas análises são tentativas de organizar o conhecimento voltado para o trabalho e a tecnologia. Encontramos em Larrosa (2010 a) o entendimento desses fatos ao colocar que a ciência moderna converteu a experiência em método, passando o conhecimento a uma acumulação de verdades objetivas. O texto pedagógico ainda segundo Larrosa (2010), nesse contexto fica submetido a um conjunto de regras, incorporados a gramática didática fazendo parte do discurso oficial.

Não temos a intenção de reinventar nem uma didática, nem uma epistemologia para o ensino de matemática, mas de produzir significados no interior dessa linguagem de forma que permita a reivindicação de outras identidades, complexas, múltiplas, " não podemos esquecer que as formas como falamos sobre o mundo, através das linguagens particulares e das teorias disponíveis, modelam amplamente nossa compreensão sobre porque e como as coisas são como são. Isso significa, mais uma vez, que nossas escolhas são linguisticamente determinadas."(Costa, 1998, p. 250).

Referências bibliográficas

Brasil - MEC – Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: bases legais*. Brasília: MEC / SEMTEC, 1999a.

__________MEC – SECRETARIA DA EDUCAÇÃO BÁSICA. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Vol. 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.* Brasília: MEC / SEB, 2006.

__________MEC – Secretaria da Educação Básica. *Guia do Programa de Livros Didáticos – PNLD 2012*. Brasília: MEC / SEB, 2011.

Cardoso, V. C. (2009) *A Cigarra e a Formiga: Uma reflexão Sobre a Educação Uma Reflexão Sobre a Educação Matemática Brasileira da Primeira Década do Século XX.* Tese de Doutorado. Campinas.

Costa, M. V. (1998) A pesquisa ação na sala de aula e o processo de significação. In: Silva L. H.. *A escola cidadã no contexto da globalização*, Capitulo 15, pp.239-256. Petrópolis: Vozes.

Ferre, N. P. de L.. (2001) Identidade, Diferença e Diversidade: manter viva a pergunta in: Larrosa, Jorge. Skliar, Carlos. *Habitantes de Babel: políticas e poéticas da diferença*, Capitulo 11, pp. 195-213 Belo Horizonte: Autentica.

Foucault, M. (2007) *Arqueologia do Saber.* 7 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária.

Foucault, M. (2011) *Microfísica do Poder*. Rio de Janeiro: Edições Graal.

Goodson, I. F. (1995) *Currículo: Teoria e História.* Petrópolis: Vozes.

Larrosa A, J. (2011) *Pedagogia Profana*. Belo Horizonte: Autêntica.

Larrosa, J. (2011a) Literatura, Experiência e Formação. In: Costa, Marisa Vorraber. *Caminhos Investigativos: novos olhares na pesquisa em educação,* Capitulo 6, pp. 129-156. Rio de Janeiro: Lamparina.

Lopes, A.C.(2007) *Currículo e Epistemologia***.** Ijuí: Ed. Unijuí.

Moreno, A. (1995)*Wittgenstein Através das Imagens***.** Campinas: UNICAMP.

Pignatelli, F.(2008). Que Posso fazer? Foucault e a Questão da Liberdade da Agência Docente. In: Silva, Tomaz Tadeu, *O Sujeito da Educação: Estudos Foucaultianos*, Capitulo 7, PP.127-154. Petrópolis: Vozes.

Veiga-Neto, A. (2011) *Foucault e a Educação*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Wittgenstein, L. (2009) *Investigações Filosóficas***.** 6º ed. Petrópolis: Vozes.

FORMAÇÃO CONTINUADA EM GEOMETRIA: UMA ANÁLISE DO PROJETO ENGEO

Dr. André Ricardo Magalhães – Maridete Ferreira-
Grace Baqueiro- Maria de Fatima Leal
andrerm@gmail.com– marideteferreira@yahoo.com.br –
gbaqueiro1@yahoo.com.br- fatimacl1@yahoo.com.br
UNEB - Universidade do Estado da Bahia - Brasil

Tema: 1. Formación de profesores y maestros
Modalidad: CB.
Nivel educativo: Formación y actualización docente.
Palabras clave: Cenários para Investigação, Ensino de Geometria, Formação Continuada, Resolução de Problemas.

Resumen

O projeto ENGEO - RESGATANDO O ENSINO DA GEOMETRIA NAS ESOLAS PÚBLICAS DE ALAGOINHAS E CATU, realizado no Brasil, foi elaborado pelos professores do curso de Matemática da Universidade do Estado da Bahia. Objetivou propiciar um processo de formação continuada em Geometria aos professores da rede pública das cidades de Alagoinhas e Catú. Baseado em pesquisa feita na Universidade, sobre as deficiências detectadas nos estudantes da mesma, descobrimos que as maiores lacunas na formação estudantil estava em Geometria Plana, Espacial e Analítica.O projeto teve três etapas. A primeira foi de definição das seqüências didáticas, baseadas nos estudos dos Cenários para Investigação de Skovsmose(2000) e resolução de problemas de Schonfeld(1985). Na segunda etapa, houve formação com 40 professores da rede pública. A terceira etapa foi avaliação do projeto, através de um evento com os professores que participaram da formação relatando que as técnicas empregadas na formação, surtiram efeito nas práticas docentes.

Introdução

No ano de 2007, nós professores do curso de Licenciatura em Matemática elaboramos um projeto intitulado RESGATANDO O ENSINO DA GEOMETRIA NAS ESOLAS PÚBLICAS DE ALAGOINHAS E CATU, cujo objetivo era criar um ambiente de pesquisa entre professores e discentes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia, sobre a Geometria Plana, Espacial e Analítica e, a partir daí, criar "modelos" para tais conteúdos.

Ao iniciarmos nossos estudos, constatamos que no Ensino Fundamental e Médio das Escolas Públicas das cidades de Alagoinhas e Catu, a grande maioria dos professores não consegue vencer o conteúdo programático da disciplina Matemática, principalmente os conteúdos geométricos, causando um déficit muito grande para os alunos, que são prejudicados até no dia-a-dia, pois muitos não sabem nem calcular uma simples área. Para uma melhor investigação, promovemos o I FÓRUM DO ENSINO DE GEOMETRIA NAS ESCOLAS PÚBLICAS DE ALAGOINHAS E CATU, onde reunimos mais de 40 professores e que após várias discussões, constamos que as nossas desconfianças tinham fundamento. Os professores sabem da importância da Geometria, porém encontram algumas dificuldades para seu resgate, que vão desde a falta de programas de aperfeiçoamento, até a falta de uma carga horária suficiente para trabalhar os conteúdos geométricos.

Desse projeto de extensão nasceu o curso de formação continuada em Geometria, com duração de 120 horas, frente à necessidade de estudar os conteúdos geométricos, propiciando aos professores da Rede Pública de Alagoinhas e Catu, compartilhar os conhecimentos e as experiências vividas por eles em sala de aula e também de criar modelos que facilite a aprendizagem dos seus alunos e assim dar o primeiro passo para que ocorra o resgate do ensino de Geometria das Escolas Públicas de Alagoinhas, Catu e cidades circunvizinhas.

O Projeto

O projeto visou resgatar o Ensino da Geometria nas Escolas Públicas das cidades de Alagoinhas e Catu, incentivando o aperfeiçoamento dos alunos das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização e suas chances nas provas das Olimpíadas, Vestibular, ENEM, Prova Brasil etc. Ademais também serviu de incentivo ao aperfeiçoamento dos professores da rede municipal e estadual das Escolas Públicas, através do uso de material concreto para facilitar a aprendizagem do aluno. Seguindo a linha de pensamento de D'Ambrósio (1999) que provoca a ação cidadã do professor na formação do estudante crítico reflexivo.

Associado ao uso de metodologias que estimulavam a construção dos conceitos geométricos e contribuíam para a melhoria da qualidade da educação básica, bem como promover a integração das escolas públicas de Alagoinhas e Catu com a UNEB-Campus II, o projeto se mostrou inovador e um desafio para todos envolvidos.

Durante o curso, os professores da rede pública reviram os conteúdos de Geometria Euclidiana Plana e foram motivados a criar modelos para o ensino dos mesmos. Esta abordagem tomou como base os trabalhos de Schonfeld(1985).

No primeiro encontro, foram formados os grupos e sorteados os temas que seriam apresentados. A cada encontro o grupo escolhido, apresentou o tema em forma de aula, onde era apresentada uma sequência de atividades objetivando a construção dos conceitos geométricos associados ao tema. Aos professores orientadores e demais participantes, coube discutir sobre as sequências de atividades e fazer sugestões.

Resultados

Ao final do curso foi realizado o II FÓRUM DO ENSINO DE GEOMETRIA NAS ESCOLAS PÚBLICAS DE ALAGOINHAS E CATU, que teve como objetivo avaliar os resultados do projeto e estimular a implantação de laboratórios de Matemática nas escolas.

No primeiro fórum constatamos, através de depoimentos dos professores, que um dos motivos de não incluírem os conteúdos geométricos em suas aulas era a falta de segurança em ministrá-los. Após o curso, alguns professores relataram que passaram a incluir os conteúdos geométricos nas aulas de Matemática.

O projeto ENGEO continua em execução e atualmente está sendo oferecido um curso de extensão em geometria para graduandos e graduados do curso de Licenciatura em Matemática com o propósito de discutir metodologias de ensino que busquem uma aprendizagem significativa dos conteúdos geométricos. Assim, buscamos continuar contribuindo para o resgate da geometria nas escolas públicas de Alagoinhas e cidades circunvizinhas.

Referencias bibliográficas

- D’Ambrosio, U. (1999). *Educação para uma Sociedade em Transição*. Papirus Editora, Campinas.
- Schonfeld, A. H.(1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Flórida, Academic Press.
- Skovsmose, O. (2000). *Cenários para investigação*. *Revista Bolema,* Nº 14, pp.66-91.
- Valente, J. A. (1997). O Uso Inteligente do Computador na Educação. NIED – UNICAMP. *Pátio - Revista pedagógica*. Ano 1, Nº 1, pp.19-21. Artes Médicas Sul.
- Veloso, E. et al.(2009). *A matemática na formação inicial de professores*. http://www.eduardoveloso.com/pdfs/marprof.pdf. Consultado: 10/11/2009.

PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN. SIMULACIONES DE PRÁCTICAS DOCENTES CON TICs

Astiz, M., Vivera, C., Valdez, G., Rocerau, M., Vecino, M., Pedrosa, M.
mastiz@mdp.edu.ar, cvivera@mdp.edu.ar, gvaldez@mdp.edu.ar
Universidad Nacional de Mar del Plata – Argentina

Tema: Formación de profesores y maestros – Uso de tecnología
Modalidad: Comunicación Breve
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras claves: Profesores en formación, prácticas docentes, TICs en el aula

Resumen

Al igual que Chile y Uruguay, Argentina ha puesto en marcha el programa Conectar Igualdad, que proporciona a estudiantes y docentes computadoras con este fin. Sin embargo, estos cambios no se reflejan aún en las aulas y, sin lugar a dudas, esto se relaciona con que "el profesor enseña cómo fue enseñado". Por tal motivo, surge la necesidad de intervenir, en este sentido, en el escenario actual de la formación del futuro profesor. El presente trabajo describe una experiencia sobre simulaciones de clases con TICs. La misma se desarrolló en la asignatura Prácticas Docentes I de la carrera del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Se expone el marco de referencia en el que se basa el trabajo, el encuadre de la asignatura, descripción y evaluación de la experiencia, opiniones de los alumnos sobre lo realizado y las actividades más creativas desarrolladas por ellos.

Introducción

"Los sistemas educativos de todo el mundo se enfrentan actualmente al desafío de utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para proveer a sus alumnos las herramientas y conocimientos necesarios para el siglo XXI." (UNESCO, 2004). En el mismo documento manifiesta que "las instituciones y los programas de formación deben liderar y servir como modelo para la capacitación tanto de futuros docentes como de docentes en actividad, en lo que respecta a nuevos métodos pedagógicos y nuevas herramientas de aprendizaje." En este sentido es que, al igual que en Chile y Uruguay, nuestro país ha puesto en marcha, el programa Conectar Igualdad con el que proporciona a estudiantes y docentes computadoras con este fin. Este programa "busca recuperar y valorizar la escuela pública con el fin de reducir las brechas digitales, educativas y sociales en toda la extensión de nuestro país. Se trata de una política de Estado creada a partir del año 2010 para la inclusión digital de alcance federal que distribuye netbooks, a cada alumno y a cada docente de educación secundaria de escuela pública, educación especial y de institutos de formación docente. Paralelamente se desarrollan contenidos digitales para ser utilizados como propuestas didácticas y se trabaja en los procesos de formación docente para transformar paradigmas, modelos y procesos de aprendizaje y enseñanza". (Conectar Igualdad, 2012).

Sin embargo, estos cambios no se reflejan aún en las aulas y esto, sin lugar a dudas, se relaciona con que "el profesor enseña cómo fue enseñado". Por tal motivo, surge la necesidad de intervenir, en este sentido, en el escenario actual de la formación del futuro profesor.

Según Filgueras (2011) "en el uso de las tecnologías en la clase de matemáticas subyace una serie de cambios necesarios para llevar a cabo la labor docente. Se pueden mencionar aquellos que están vinculados con la propia concepción de la función de la escuela, la forma de estructurar y organizar la enseñanza en el aula, la manera de obtener información, la forma de proponer actividades y tareas, las habilidades y competencias de los estudiantes". La incorporación de la tecnología plantea a los docentes nuevos retos respecto de su rol, pues deberá determinar cuáles serán los problemas que propondrá en sus clases para promover la construcción del conocimiento a través de la exploración, visualización, búsqueda de conjeturas, etc.

En el presente trabajo se describe una experiencia sobre simulaciones de clases con TICs. La misma se llevó a cabo con siete alumnos de la asignatura Prácticas Docentes I del último año del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Como parte de las actividades, los futuros profesores realizan simulaciones de clases ante sus compañeros y docentes. Robert y Pouyanne (2005) se refieren a esta actividad expresando: "una estrategia es hacer trabajar a los principiantes con secuencias, como si fueran alumnos (homología), o delegar en algunos el lugar del profesor y en otros el de alumnos".

Características de la asignatura

Los estudiantes de este Profesorado en Matemática cursan la asignatura Prácticas Docentes I en el primer cuatrimestre del 4to. año, luego de una "didáctica general y especial" y previo a las "residencias". En esta materia, además de actividades vinculadas con el análisis de los Diseños Curriculares vigentes y el estudio de métodos y técnicas de investigación educativa, se realizan **simulaciones grupales** de situaciones de clase para la escuela de Enseñanza Secundaria.

Estas simulaciones se organizan al inicio de la asignatura donde se distribuyen los temas por sorteo y se establecen los días en que se desarrollarán, teniendo absoluta libertad para diseñar sus clases. Cada estudiante desarrolla, como mínimo, tres y para cada una debe realizar un Plan de Clase que incluye: fundamentación, objetivos de enseñanza, objetivos de aprendizaje, organización y secuenciación del contenido, desarrollo de las actividades teórico-prácticas y actividades de evaluación.

La clase se desarrolla de forma que cada estudiante asume el rol de profesor mientras que el resto toma el rol de alumnos. Cuando la simulación culmina se propone al estudiante que trabajó como docente que realice frente al resto una autoevaluación, en forma oral, analizando los recursos didácticos propuestos, las estrategias y todo lo atinente a la metodología empleada. Posteriormente hacen la evaluación los estudiantes que son sus pares y los docentes a cargo de la asignatura, en ese orden.

Simulaciones con TICs del año 2012

Este año cursaron la asignatura siete alumnos. A raíz de no haber logrado que los estudiantes propongan, a pesar de las sugerencias y su inclusión en la formación, la utilización de software en el desarrollo de sus clases, se decidió este año que en la última simulación sería obligatorio el uso del Geogebra (programa incluido en las netbooks). Para ello se seleccionaron unidades de los programas del ciclo superior de la Escuela Secundaria, apropiados para su utilización y, sobre estos temas asignados, cada estudiante debió elegir una clase que desarrolló en 60 minutos. Así para:

- *Función exponencial y logarítmica (5to año).* Trabajó con la función $y = ka^x + c$ y aprovechó el recurso para, a través de la visualización, observar y conjeturar la función de cada parámetro.
- *Estudio de funciones sencillas (6to año).* Tomó “intervalos de crecimiento y decrecimiento” y “máximos y mínimos relativos” y utilizó las posibilidades gráficas para inducir y conjeturar sobre las condiciones que cumplen las derivadas en cada situación.
- *Funciones trigonométricas (6to año).* Analizó la amplitud y el período de la función seno y coseno induciendo conclusiones a través de la visualización. Presentó la función tangente, logrando un excelente análisis de esta función y su relación con el seno y el coseno.
- *Elipse e hipérbola (5to año).* Abordó a la elipse como lugar geométrico, utilizando el Geogebra para mostrar características, elementos y propiedades.
- *Concepto de límite (6to año).* Seleccionó el concepto de continuidad de una función y la clasificación de las discontinuidades, y para ello propuso algunas actividades a través de deslizadores.
- *Sucesiones (5to año).* Tomó el concepto de límite de sucesiones, para luego analizar la convergencia. Propuso actividades recurriendo a ejemplos de índole aritmética y geométrica.

– *Transformaciones en el plano (3er año).* Seleccionó la simetría axial y planteó una clase muy interesante, aprovechando las posibilidades gráficas del programa y, a través de ellas, proponer actividades poco convencionales.

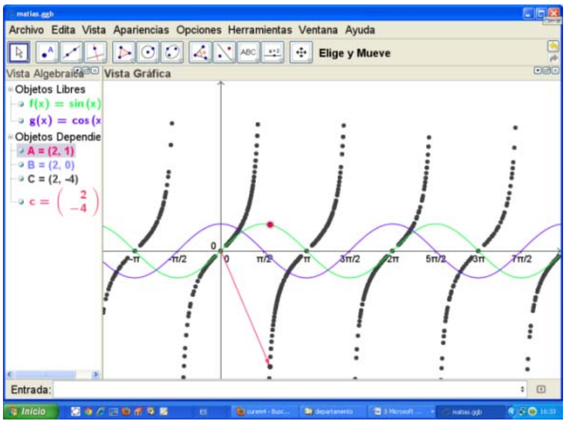
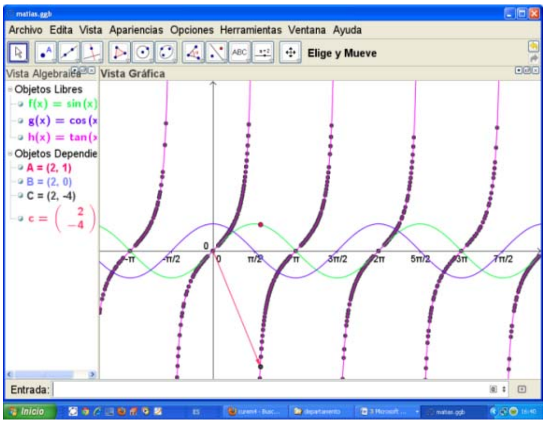
Las actividades más creativas

Describiremos aquí tres de las actividades más creativas que surgieron.

Matías y la función tangente: Bajo el supuesto de haber trabajado las funciones seno y coseno en clases anteriores, planteó una actividad donde se propuso que los alumnos analizaran la función tangente como el cociente de ellas. Para ello propuso

> *Teniendo en cuenta la relación $\tan(x) = \frac{sen(x)}{cos(x)}$, intentaremos encontrar la gráfica de esta relación. Para ello, seguiremos una serie de pasos, utilizando Geogebra.*
>
> *a) En una nueva ventana de Geogebra, grafiquen $f(x) = sen(x)$ y $g(x) = cos(x)$, teniendo en cuenta algún cambio de color en las gráficas para diferenciarlas.*
>
> *b) Ubiquen un punto A que pertenezca a la gráfica de $f(x) = sen(x)$. El punto tendrá coordenadas A=(x,sen(x)).*
>
> *c) Ingresen por el campo de entrada un nuevo punto B, tal que sus coordenadas sean (x(A),cos(x(A))); esto significa que es un punto que depende del movimiento de A, pero a su vez pertenece a $g(x) = cos(x)$.*
>
> *d) Ingresen nuevamente un punto C=(x(A), y(A)/y(B)), el cuál tendrá el papel de ubicar todos los puntos pertenecientes a la función tangente a medida que A se desplaza. Para visualizar fácilmente su recorrido, activen la función "activar rastro" perteneciente al punto C.*

El resultado de la misma son las imágenes que se presentan a continuación:

Luego se hizo la comparación con la función h(x)=tan(x) y a partir de allí se analizaron dominio, imagen, asíntotas, período, etc. Para terminar con el trabajo clásico de los parámetros en funciones del tipo y=a tan(bx+c).

Mailén y la continuidad: En una de las actividades utilizó "deslizadores" para visualizar los problemas clásicos donde deben hallarse parámetros a funciones dadas por tramos para que resulten continuas.

– Encontrá el o los valores de a para que la función resulte contínua, luego de hacerlo analíticamente, usá Geogebra, con la ayuda de un deslizador en a.

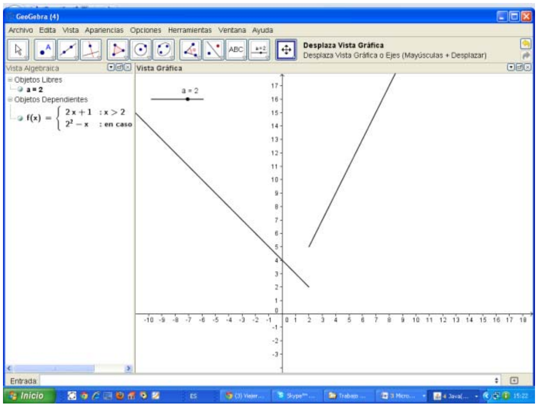
$$f(x)=\begin{cases} ax+1 & si \quad x>2 \\ a^2-x & si \quad x\leq 2 \end{cases}$$

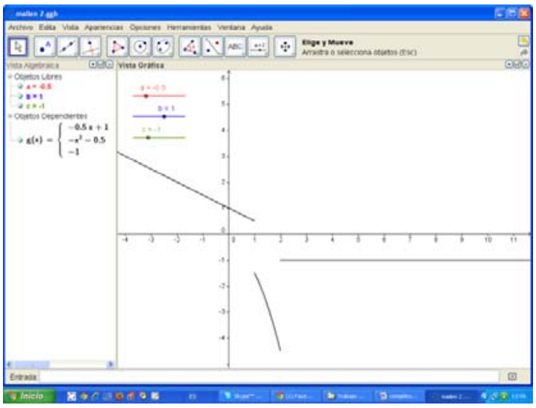
– Creas tres deslizadores para a (entre 1 y -1), b (entre -5 y 5) y c (entre -3 y 4) y graficá g(x).

$$g(x)=\begin{cases} ax+b & si \quad -6\leq x\leq -1 \\ -x^2+a & si \quad -1<x<2 \\ c & si \quad 2\leq x\leq 5 \end{cases}$$

Comenzamos con a=-0,5; b=1 y c=-1

a) ¿Cuál es el máximo dominio de g(x)?
b) ¿En qué puntos de la función no es continua? ¿Cuáles son los límites laterales en x=2?
c) Con a=-0,5 mové b y c de manera que la función sea continua. ¿Para qué valores de b y c se cumple que g(x) es continua en todo su dominio?
d) Mové libremente a, b y c, ¿en qué otros valores es continua g(x)?



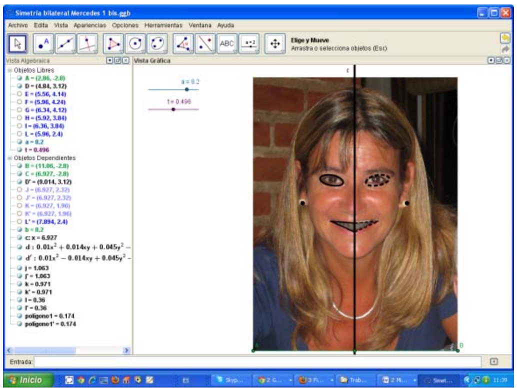


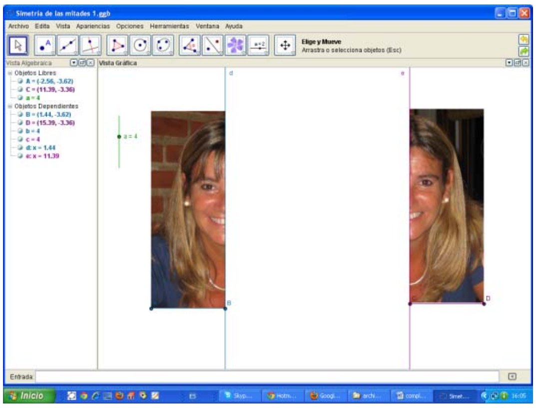
Eliana y la simetría axial: Si bien inició las actividades con material concreto, la mayoría se basaron en la utilización del Geogebra y la opción “Refleja objeto en recta”. La actividad más curiosa fue presentada con seis incisos titulados como Simetría en la Naturaleza, Simetría bilateral, Simetría en el abecedario, Simetría en las Banderas, Simetría industrial, Simetría arquitectónica. Para todos los incisos los alumnos contaban con una carpeta de archivos preparada para tal fin. En particular, para Simetría Bilateral la carpeta contenía archivos de fotos personales de cada participante en la simulación y dos de Geogebra preparados para realizar dos simetrías. En el enunciado, además de las instrucciones para insertar las fotos, proponía lo siguiente:

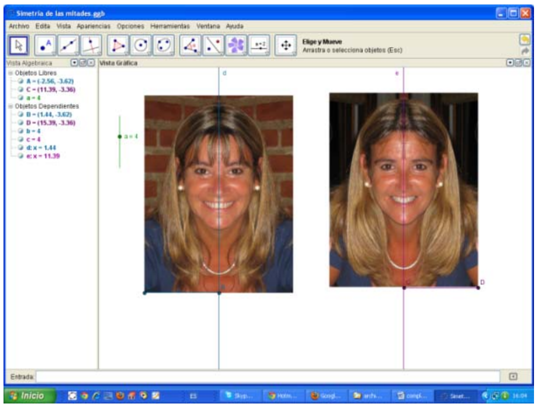
– Las personas tienen un tipo de simetría llamada bilateral. Las dos mitades de las caras son casi idénticas, o al menos eso parece. Para ver si es correcto realizaremos lo siguiente.

a) Mediante punto, segmentos y figuras reflejados verifiquen que tan simétricas son sus caras utilizando el archivo simetrabilateral.ggb
b) Utilizando el archivo simetría mitades.ggb, inserten la imagen mitad derecha entre los puntos A y B y mitad izquierda entre los punto C y D, reflejan cada mitad. Discutan con sus compañeros cuál es el más simétrico de la clase

En un clima de sorpresa y mucho entusiasmo se lograron siete situaciones como las siguientes:







Opiniones de los alumnos sobre su clase con TICs

Al finalizar todas simulaciones se realizó un breve cuestionario, que estuvo conformado por cinco preguntas dirigidas a conocer la opinión de los alumnos sobre la utilización de TICs en el aula y seis sobre su propia práctica utilizando estas herramientas.

De las mismas surgió que todos los alumnos consideran que para trabajar con TICs en el aula el docente debe tener conocimientos sobre el programa que va a utilizar, mientras que sólo uno agregó algunas consideraciones sobre saber adaptar las actividades para que la utilización resulte un elemento motivador, innovador y colabore positivamente en el proceso de aprendizaje del contenido a tratar.

Con respecto a las ventajas de la incorporación de las TICs en las clases de Matemática, las respuestas coincidieron en que se pueden realizar muchas más actividades en menos tiempo, que es una herramienta motivadora e interesante para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos, y que permite explorar y visualizar facilitando la comprensión de algunas cuestiones. Todos destacan que la clase tendrá la dinámica de un aula-taller y por lo tanto menos formal. Una de estas respuestas, que concentra la opinión de la mayoría, afirma: “La dinámica de la clase se modifica y mucho. En primer lugar, creo que la clase resulta más interactiva en comparación con la clase tradicional. Los alumnos trabajan en grupos, o de a pares, se consultan entre ellos, consultan al docente, y así construyen el conocimiento y reflexionan. Los alumnos hacen, borran, preguntan, mueven, tocan, sin correr ningún riesgo. Sin embargo, a veces, puede resultar perjudicial el temor a la pérdida del control de la clase. No todos los alumnos toman la propuesta con la misma seriedad, y en algunos casos puede llevar a desaprovechar el recurso."

De las preguntas sobre su experiencia personal con la simulación de clase que tuvieron que desarrollar con TICs, la mayoría expresó que le demandó más tiempo y que se le presentaron dificultades en el diseño, esto en comparación con una tradicional, y las razones fueron que las actividades que les surgían o encontraban en bibliografía no justificaban el uso de estas herramientas y, por lo tanto, debieron apelar a su creatividad. Una de ellas expresó… "Esfuerzo, por intentar ser creativa, por tratar de dar una clase dinámica y un poco más divertida, rompiendo las barreras de lo tradicional. Nervios, por estar pensando en controlar al grupo, que nadie quede afuera, recorrer banco por banco". En otros casos admitieron un uso personal muy limitado del programa propuesto.

La mitad de los alumnos admite no haberse sentido cómodos en el desarrollo de la clase porque tenían temor que surgieran problemas con el programa que no pudieran resolver y varios dicen temerle al "descontrol" que se genera cuando los alumnos utilizan estas herramientas.

Sólo uno admite que no hubo distancia entre lo planificado y lo realizado en el desarrollo de la clase, el resto dice que había diseñado muchas más actividades de las que pudieron realizarse; afirman una gran dificultad para estimar los tiempos.

Todos hicieron una autocrítica de su práctica, encontrando cosas a favor y también cuestiones para ajustar.

Todos afirmaron que facilitó el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema en cuestión, aduciendo que la utilización de gráficos y la posibilidad de cambiar condiciones permitió la exploración y visualización de una buena cantidad de situaciones imposibles de realizar con lápiz y papel en un tiempo razonable.

Como último ítem del cuestionario se dejó el espacio abierto "Realiza cualquier comentario que desees agregar". En él hubo manifestaciones muy positivas en cuanto haber realizado una simulación utilizando el Geogebra. Si bien la mayoría expresó temor por no haber visto clases en el nivel secundario utilizando TICs todos afirmaron que les resultó un buen desafío y se motivaron muchísimo con la propuesta. También expresaron que a medida que iban transcurriendo las simulaciones se iban sintiendo más cómodos y seguros. Uno de ellos también solicitó la posibilidad de realizar observaciones reales en clases que utilicen computadoras para su desarrollo.

Consideraciones finales

La experiencia resultó verdaderamente positiva, según la opinión del cuerpo docente y el grupo de alumnos. Lo que comenzó con alguna resistencia y temor, terminó con entusiasmo y satisfacción por los resultados del desafío. Sin duda, es responsabilidad de los formadores de los futuros profesores en Matemática, promover los cambios y generar conciencia de lo que Robert y Pouyanne (2005) expresan: "las formaciones en las TIC no se limiten a una iniciación en programas sino que aborden las cuestiones de la gestión del material y de la clase, formaciones de prácticas que permitan tener en cuenta realmente las actividades de los alumnos en relación con sus aprendizajes" y, además, la formación del profesor "no se trata sólo de hacer adquirir conocimientos exclusivamente matemáticos o exclusivamente pedagógicos; se trata de trabajar las prácticas efectivas. Se trata de articular en la formación los aportes de la práctica y a la vez los aportes más teóricos como recurso y objetivo de formación".

Por último, es importante destacar la afirmación de Patricia Sadovsky (2005): "El momento de la formación es, sin duda, un momento privilegiado, porque aunque se corre con la desventaja de la falta de experiencia, constituye una etapa en la que hay tiempo para la reflexión sobre la enseñanza...."

Referencias bibliográficas

Figueras, O. (2011). Atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación. *PNA*, 5(2), pp. 67-82

Khvilon, E. (Coord.) (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente. Guía de planificación*. División de Educación Superior. UNESCO.

Litwin, E. (2005). La tecnología educativa en el debate didáctico contemporáneo. En Litwin, E. (Coord.), *Tecnologías educativas en tiempos de Internet*, Capítulo 1, pp. 13-34. Buenos Aires: Amorrortu editores.

Programa Conectar Igualdad. http://www.conectarigualdad.gob.ar/sobre-el-programa/que-es-conectar/. Consultado el 10 de julio de 2012.

Robert, A. & Pouyanne, N. (2005). Formar formadores de maestros de matemáticas de educación media. ¿Por qué y cómo? *Revista Educación Matemática*, 17 (002), pp. 35-58.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy. Miradas sentidos y desafíos.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Sagol, C. (2010) *Netbooks en el aula. Introducción al modelo 1:1 e ideas para trabajar en clase*. Buenos Aires. Ministerio de Educación de la Nación

REDES COLABORATIVAS DE PARTICIPAÇÃO: O PROJETO D'ECOLA ESCOLA

Dr. André Ricardo Magalhães – Maridete Ferreira-
Maria Eliana Silva - Maria de Fatima Leal
andrerm@gmail.com– marideteferreira@yahoo.com.br –
ellianasilva6@gmail.com- fatimacl1@yahoo.com.br
UNEB - Universidade do Estado da Bahia - Brasil

Tema: 1. Formación de profesores y maestros.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Ensino de Matemática, Formação Continuada, Prova Brasil, Redes Colaborativas

Resumen

Este relato apresenta o Projeto D`ecola Escola, realizado na cidade de Catú, no Brasil, executado pela ASPPE – Associação dos Professores e Profissionais da Educação. Teve como principal objetivo conscientizar os professores da necessidade de uma mudança de paradigmas em relação às suas condutas pedagógicas. Apresentaram-se aos docentes metodologias de ensino diversificadas, significativas e contextualizadas. Ademais o projeto buscou formar os professores para uma melhor atuação em sala de aula e refletir assim na aprendizagem dos estudantes sobretudo para atender as demandas da Prova Brasil, instrumento avaliativo dos estudantes da educação básica no Brasil, que serve também para rankear as escolas.Como resultado desse trabalho, os professores demonstraram um processo de mudança evidenciado em padrões, que puderam ser verificados na preparação de planos de aulas, e na utilização de metodologia de ensino mais inovadores. Tecendo-se fios, formando teias, construindo-se coletivamente a rede de qualidade do Sistema Municipal de Educação de Catú.

Introdução

Nos últimos anos a educação vem atravessando momentos de grandes incertezas. A necessidade de mudança parece aflorar em todas as direções, no entanto, nem sempre conseguimos definir qual o rumo a ser seguido. Assim, trilhar caminhos que possibilitem melhorias da prática pedagógica do professor, exige uma postura que vai além dos excessos de discursos cansativos e repetitivos. Estes, não produzem reflexões sobre ações geradoras de mudanças, principalmente na prática, percurso sobre o qual desliza a formação de professor.

Nesta direção, a formação continuada do professor também é marcada por diferentes tendências que emergem de concepções variadas sobre a reflexão-ação-reflexão no processo de construção do conhecimento. Pautados nesses princípios, direcionamos nossas ações não para uma formação continuada como processo de atualização que se dá através da aquisição de conceitos, métodos, procedimentos alheios à prática do professor. Consideramos a formação a partir de um processo de reflexão crítica, ressignificada numa prática in loco.

Desta forma, motivados por essa postura reflexiva, o professor deve apresentar, além do conhecimento necessário para o exercício da docência, explicações sobre como se processa sua prática. A tomada de decisão passa a ser feita de forma consciente e sustentada por uma crescente necessidade de melhoria.

É imprescindível considerar que no processo de formação continuada dos professores é necessário assegurar tempo e espaço tendo em vista o conhecimento, a reflexão do seu fazer pedagógico, o trabalho em equipe e o compromisso social.

Contexto do Projeto

O Governo Federal, por meio do Ministério da Educação(MEC), consciente de que o processo e o produto das atividades de uma escola democrática devem ser constantemente acompanhados, controlados, sim – avaliados, a ponto de perceber-se essa avaliação como um instrumento de diálogo permanente entre os atores do contexto interno da instituição de ensino, assim como, com os pais, e clientelas significativas da sociedade, tem evidenciado políticas educacionais que possam possibilitar um espelho da educação brasileira, e principalmente, investir em alternativas para a superação de dificuldades visualizadas.

Dessa forma, o PDE (Plano de Desenvolvimento da Educação), lançado em 2007, sistematizou ações em busca de uma educação eqüitativa e de boa qualidade. Dentre essas ações, vamos encontrar o IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – com a pretensão de ser o termômetro da qualidade da educação básica. Fruto da necessidade de se apreender e analisar a diversidade e especificidades das escolas do Brasil, surge o instrumento avaliativo denominado PROVA BRASIL.

A Prova Brasil, também os testes do Saeb, buscam avaliar competências construídas e habilidades desenvolvidas pelos alunos brasileiros e possibilitam identificar dificuldades na aprendizagem escolar. Desse ponto, direção, professores, profissionais da educação, servidores públicos das diversas instituições brasileiras, passam a ser protagonistas emocionalmente responsáveis para alterar o quadro vergonhoso da educação Brasileira. E a possibilidade de mudanças de políticas públicas para a melhoria da eficiência, eficácia e efetividade da educação Brasileira impõe o envolvimento de um todo, que representa o cada um, unidos, em rede, com a competência e o desejo de valorizar um espaço, hoje sucateado, mas é o espaço desse todo, de cada um, que merece ser valorizado, digno – a escola Brasileira.

Não dá para esperar. Arregaçar mangas, colocar o pé na caminhada é preciso. Assim, a Secretaria Municipal de Educação de Catu junto com a ASPPE, implementaram o projeto D'ecola Escola. Entendem que o processo do ensino é via de mão dupla, de caráter articulado, integrado, com o processo de aprendizagem. Logo é preciso envolver os professores da rede municipal de ensino no movimento de "decolar" essa Escola para um melhor resultado, não apenas da Prova Brasil, mas na "aprovação" de cada instituição de ensino municipal, como fornecedora de um ensino e de uma aprendizagem de ótima qualidade.

Tecendo-se fios, formando teias, construindo-se coletivamente a rede de qualidade do Sistema Municipal de Educação de Catu, a Secretaria Municipal de Educação , com seus profissionais da educação, dentre eles, em significativa importância, os professores, e a ASPPE (Associação de professores e Profissionais de Educação), em sentimento olímpico, com todos e para todos, fizeram existir o projeto D'escola Escola.

O Projeto

O projeto buscou operacionalizar as condições necessárias aos professores para que os mesmos utilizem estratégias para o enfrentamento das dificuldades do ensino e da aprendizagem escolar, tendo como base uma formação continuada fundamentada numa prática reflexiva. Também o projeto provocou uma discussão da Matriz Curricular trabalhada em confronto com a Matriz Curricular que norteia os processos de avaliação estabelecido pelo MEC. Assim a associação dos conteúdos da aprendizagem com as competências utilizadas no processo de construção do conhecimento se tornam necessárias e prementes.

A Analise dos descritores constantes na matriz de referência do sistema nacional de ensino foi feita a fim de transportá-los para a prática pedagógica dos professores, fortalecendo assim a prática em sala através de ações reflexivas.

Os professores foram organizados em quatro grupos, dois em cada turno: matutino e vespertino. Foram realizados encontros de oito horas semanais com os grupos alternadamente. No dia destinado a cada grupo, os professores eram substituídos na sua escola por profissionais que não estavam participando do projeto, mas sob a orientação dos cursistas. Os encontros aconteceram em um espaço amplo favorecendo a realização de mini-aulas e oficinas com a construção dos materiais que serviram de apoio as aulas. Nesses encontros foram discutidos o planejamento, execução e avaliação de atividades destes professores, numa construção coletiva e significativa envolvendo o reforço dos conteúdos com sinais de fragilidades. A todo encontro foi feita a reflexão sobre as aulas ministradas, seguida de uma avaliação do professor(relator) e do grupo participante(ouvintes). O envolvimento acarretou no replanejamento e/ou aprofundamento do conteúdo tendo como suporte a resolução de problemas. Todo o plano de trabalho foi construído paulatinamente levando em conta os saberes prévios dos professores e alunos, dos temas a serem trabalhados, aprofundando-os e oferecendo novas possibilidades de encaminhamento para que as aulas se tornassem mais proveitosas. Mensalmente os alunos destes professores foram submetidos a uma avaliação externa, planejada e executada pela equipe de coordenação. Em todas as etapas de desenvolvimento do projeto, a realidade norteadora foi sempre a sala de aula, espaço real, o palco onde as mudanças foram processadas para professores e alunos. Como culminância, propomos a implantação da Primeira Oficina de Matemática e Língua Portuguesa do Município de Catu.

Considerações Finais

Entendemos que este projeto buscou criar redes de colaboração para permitir que a formação dos professores fosse baseada em estratégias de trabalho baseadas nas bases modernas da Educação Matemática. Tendo sempre como foco a realidade da sala de aula, visualizamos que este projeto pôde contribuir com a prática docente dos envolvidos na medida em que os preparou para vivenciar a diversidade do micro mundo da sala de aula, compreendendo a dinâmica envolvida no processo de aprendizagem.

Referencias bibliográficas

- D'Ambrosio, U. (1999). *Educação para uma Sociedade em Transição*. Papirus Editora, Campinas.
- Schonfeld, A. H.(1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Flórida, Academic Press.
- Skovsmose, O. (2000). *Cenários para investigação*. *Revista Bolema*, Nº 14, pp.66-91.

- Valente, J. A. (1997). O Uso Inteligente do Computador na Educação. NIED – UNICAMP. *Pátio - Revista pedagógica*. Ano 1, Nº 1, pp.19-21. Artes Médicas Sul.
- Veloso, E. et al.(2009). *A matemática na formação inicial de professores*. http://www.eduardoveloso.com/pdfs/marprof.pdf. Consultado: 10/11/2009.

UN PLAN DE INVESTIGACIÓN SOBRE LAS PRÁCTICAS DOCENTES DE PROFESORES DE MATEMÁTICA FORMADOS Y EN FORMACIÓN

Rocerau, M., Astiz, M., Vilanova, S., Vecino, M., Pedrosa, M.,Valdez, G., Montero, Y., Oliver, M., Medina, P. Vivera, C.,
rocerau@mdp.edu.ar, mastiz@mdp.edu.ar, svilano@mdp.edu.ar
Universidad Nacional de Mar del Plata – Argentina

Tema: Formación de profesores y maestros.
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras claves: Profesores, Profesores en formación, prácticas docentes, investigación educativa

Resumen

El área de conocimiento de la didáctica de la matemática tiene un carácter relativamente reciente, lo que explica que no exista aún un paradigma de investigación consolidado y dominante. Si bien actualmente es poco discutible que los docentes son el eslabón clave de cualquier evolución en la enseñanza de la matemática, considerarlos como un elemento clave del sistema no es suficiente si no son problematizados como verdaderos actores, si no se intenta comprender sus prácticas y aquello que las determinan, las restricciones a las que están sujetos, los conocimientos disciplinares y otros que hacen a sus competencias profesionales y al modo en que se construyen. El presente trabajo describe el plan de investigación, y sus primeros avances, que este año han comenzado a desarrollar los autores. Está propuesto en el marco general de la escuela francesa, se basa en la perspectiva teórica del doble enfoque de Robert y Rogalsky.

MARCO CONCEPTUAL Y ANTECEDENTES

El área de conocimiento de la didáctica de la matemática tiene un carácter relativamente reciente, lo que explica que no exista aún un paradigma de investigación consolidado y dominante. Trabajos como los de Ernst (1994), Gascón (1998), Font (2002), han puesto de manifiesto la diversidad de aproximaciones teóricas que se están desarrollando en la actualidad.

La investigación en educación matemática se desarrolló inicialmente desde un enfoque cognitivo, centrándose en el sujeto que aprende, preocupada por sus representaciones y el modo en que éstas modelan los aprendizajes y son transformadas por ellos. Si bien estos estudios constituyeron un aporte interesante, introdujeron un desequilibrio al centrarse sólo en uno de los vértices del triángulo docente-alumno-saber. Por otra parte, el uso del término "cognitivo" tampoco deja de ser conflictivo en sí mismo. Con frecuencia se lo usa para designar los conocimientos subjetivos y los procesos mentales que ponen en juego los sujetos individuales enfrentados con un problema. Desde un enfoque exclusivamente psicológico de la cognición matemática, tales procesos mentales son los únicos descriptores del comportamiento matemático de los sujetos, sin considerar que de los sistemas de prácticas compartidas emergen cuestiones que condicionan los modos de pensar y actuar de las personas que enseñan y que aprenden.

Otras líneas de investigación, particularmente en las últimas décadas, fijaron su mirada sobre el docente, que al comienzo no había sido considerado el centro de la investigación. Actualmente se han multiplicado los estudios que tratan sobre las concepciones y representaciones de los docentes, sobre sus modos de acción y de decisión y sobre sus conocimientos y competencias. Síntesis como las de Thompson (1992) muestran que en un comienzo lo que estuvo en el foco de las investigaciones fue el estudio de las concepciones, representaciones y creencias, motivado por las dificultades de articulación entre teoría y práctica. Rápidamente los lazos entre representaciones y acción didáctica se revelaron como muy complejos y se planteó la cuestión de los determinantes de la acción didáctica y del papel exacto que desempeñaban las representaciones de los docentes sobre la matemática y el aprendizaje (Artigue, 2004).

Representantes de la escuela francesa, a través de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1996) pusieron su mirada no sólo en el sujeto que aprende, sino en la situación en la que ese sujeto interactúa con otros y con la matemática. Considera que el saber a enseñar tiene una existencia cultural, preexistente y en cierta forma independiente de las personas e instituciones interesadas en su construcción y comunicación. El análisis de los procesos de comunicación y la reconstrucción de estos saberes por el sujeto en el seno de los sistemas didácticos es el objetivo fundamental de la investigación en educación matemática. Como señala Artigue (2004), *"…esta teoría ha permitido comprender mejor los mecanismos fundamentales del juego didáctico y construir ingenierías didácticas apoyadas en esta comprensión"*.

En la misma dirección, la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1985) contribuyó a reforzar este enfoque sistémico proporcionando los medios para cuestionar los saberes escolares, que ya no debían ser considerados simplemente como una copia débil del saber sabio que los legitima porque obedecen a una lógica propia construida a través de un proceso complejo (el de la transposición didáctica). El desarrollo posterior de la Teoría Antropológica, también iniciada por Chevallard (1999), desempeñó un papel importante en la articulación de lo micro y lo macrodidáctico. Para este enfoque, el objeto de base no es el sujeto que aprende ni la situación didáctica, sino la institución en la que están insertos. Los saberes no existen sino como emergentes de prácticas situadas institucionalmente. Estas instituciones, a través de esas prácticas, crean sistemas de valores y normas en relación a los saberes: *"…saber "alguna cosa" (el álgebra, las fracciones, las funciones) sólo puede tener un sentido relativo. En las instituciones, las expectativas relativas a los saberes, dependen fuertemente de las posiciones institucionales ocupadas: la del alumno no es la del docente y se diferencian sutilmente a partir de estas dos importantes categorías"* (Bosch et al, 2006). Dentro de estas perspectivas teóricas, la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990) es la que más nociones provenientes de la psicología cognitiva ha introducido en la investigación en didáctica de la matemática (esquema, invariante operatorio, concepto, campo conceptual, etc)

Por otra parte, se han desarrollado construcciones teóricas más específicas, como la del ***"doble enfoque"*** (Robert y Rogalsky, 2002) llamada así porque se sitúa en la convergencia de dos campos: el *cognitivo*, que analiza los procesos cognitivos en situación de trabajo y el campo de la *didáctica de la matemática*, en el que el docente es considerado como un individuo que ejerce su oficio en un ambiente dinámico y abierto.

El objetivo principal de este enfoque es contribuir al análisis y a la comprensión de las prácticas de los docentes, tanto desde el punto de vista del aprendizaje que pueden promover en sus alumnos, como desde las normas y coerciones profesionales a las que responden (sujeciones).

La práctica docente es analizada desde tres dimensiones: 1. los *contenidos* trabajados en clase y las actividades del docente y de los alumnos, 2. las *formas de trabajo de los alumnos* y 3. las *interacciones entre los alumnos y el docente*. Estos análisis conducen a una lectura de las prácticas según cuatro componentes: el ***cognitivo*** (lo planificado por el profesor para actuar sobre los conocimientos matemáticos de los alumnos); el ***de mediación*** (las interacciones entre docente y alumnos); el ***social*** (relativo a las restricciones y sujeciones institucionales y sociales que actúan sobre la práctica del profesor: normas, curricula, etc) y el ***personal*** (concepciones del profesor en cuanto a la matemática y a su propia profesión, su tolerancia a correr riesgos, sus márgenes de maniobra con respecto a las sujeciones, etc.). Desde esta perspectiva el docente "*…es considerado menos como un guía "sabio" o como un "ingeniero de la educación" y más como un profesional que trabaja en ambientes complejos y cambiantes a los que debe adaptarse permanentemente* (Artigue, 2004)".

Distintas investigaciones se han basado en este *doble enfoque*. Roditi (2001), estudió las cuestiones didácticas vinculadas a la enseñanza de la multiplicación entre el último año de la escuela elemental francesa y el primer año de la escuela secundaria, analizando diferentes ingenierías didácticas y comparando las prácticas de cuatro docentes a través de un estudio de casos; su investigación reveló la existencia de fuertes restricciones institucionales y relacionadas con el oficio del docente, un débil impacto de las investigaciones existentes sobre la práctica y la presencia de un margen de maniobra basado en una lógica personal de los docentes. Lenfant (2002), basado en el doble enfoque didáctico y en la teoría antropológica, analizó la transición de un grupo de profesores en formación desde la posición de estudiantes a la posición de docentes y el desarrollo de competencias profesionales entre profesores debutantes, mostrando una diversidad de perfiles profesionales de distinta evolución; Robert (1999, 2001, 2002, 2003, 2005) y Rogalsky (2002, 2003) mostraron, a través de diversas investigaciones, que gran parte del aprendizaje de los alumnos depende de las actividades que realizan en clase, que a su vez están condicionadas por lo que el docente organiza y propone, limitado por distintas sujeciones sociales, personales e institucionales. Mostraron también que las prácticas de los docentes se vuelven rápidamente estables y difíciles de cambiar debido a que traducen un equilibrio personal complejo debido a todas las sujeciones que pesan sobre cada profesor.

FUNDAMENTOS DEL PROYECTO

Si bien actualmente es poco discutible que los docentes son el eslabón clave de cualquier evolución en la enseñanza de la matemática, considerarlos como un elemento clave del sistema no es suficiente si no son problematizados como verdaderos actores, si no se intenta comprender sus prácticas y aquello que las determinan, las restricciones a las que están sujetos y sus márgenes de acción, los conocimientos disciplinares y otros que hacen a sus competencias profesionales y al modo en que se construyen (Artigue, 2004)

La investigación que proponemos, en el marco general de la escuela francesa, se basa en la perspectiva teórica del *doble enfoque* (Robert y Rogalsky, 2001), para analizar y comparar las prácticas de profesores de matemática en actividad y de profesores de matemática en formación, desde los componentes cognitivo, de mediación, social y personal, poniendo especial énfasis en el análisis de las sujeciones y las posibilidades de innovación y desarrollo personal.

En cuanto al tema y sus objetivos, responde a la **3ra**. de las cinco líneas prioritarias de investigación a las que se acordó dar impulso en el último congreso de la TAD (Teoría

Antropológica de lo Didáctico), realizado en España en 2010: 1) el *problema en torno a la "razón de ser de la matemática escolar*"; 2) el problema del *curriculum y la manera de describirlo;* 3**) el problema de la *formación matemático-didáctica del profesorado en matemática y la práctica docente*;** 4) el problema del *desarrollo de la didáctica de la matemática como disciplina científica* y 5) el problema del *carácter más o menos específico de la didáctica* de la matemática (Gascón, 2010)

En proyectos anteriores desarrollados por nuestro grupo de investigación, se caracterizaron las concepciones sobre el conocimiento científico y sobre el aprendizaje en docentes y alumnos de nivel universitario y se analizó la construcción de determinados conceptos por parte de los alumnos de la facultad, describiendo sus dificultades y proponiendo alternativas didácticas tendientes a superarlas.

Este nuevo proyecto, continuación de los anteriores, a través de un estudio de casos, pretende centrar su análisis en la práctica docente de los profesores de matemática formados y en formación, describiéndolas, comparándolas y analizando dificultades, sujeciones y posibilidades.

Objetivos:

El **objetivo general** del proyecto es

- Analizar y comparar las prácticas de profesores de matemática en actividad y de profesores de matemática en formación, desde los componentes cognitivo, de mediación, social y personal, poniendo especial énfasis en el análisis de las sujeciones y las posibilidades de innovación y desarrollo personal.

Y en **particular**

- Analizar y caracterizar la práctica docente de profesores de matemática en formación desde los componentes cognitivo, de mediación, social y personal.
- Analizar y caracterizar la práctica docente de profesores de matemática formados (con distintas características profesionales) desde los componentes cognitivo, de mediación, social y personal.
- Comparar la caracterización de las prácticas entre ambos grupos, analizando puntualmente dificultades, sujeciones y posibilidades de innovación.
- Realizar un diagnóstico de los principales obstáculos vinculados con los cuatro componentes contemplados en el análisis y proponer alternativas de mejora.

- Generar instancias de análisis y discusión con los sujetos participantes y producir intervenciones y materiales tendientes a mejorar la práctica docente, y por consiguiente, la enseñanza de la matemática escolar.

Método y técnicas: En el marco de una investigación de tipo cualitativo, la estrategia metodológica es la del estudio de casos, complementada con la utilización de materiales documentales y estrategias de triangulación. Se utiliza un diseño de casos múltiples, en el que cada caso es seleccionado atendiendo a las características particulares y a la potencial información que puedan ofrecer, relevante para el objetivo de la investigación. Las técnicas de obtención de información son el análisis documental (normativas y reglamentaciones institucionales) para analizar sujeciones y márgenes de acción de los docentes vinculadas con el componente socio-institucional; el análisis de materiales curriculares y producciones de los docentes para evaluar el componente cognitivo; los cuestionarios estructurados y relatos de trayectorias profesionales para obtener datos vinculados al componente personal, las biografías escolares para analizar la influencia de la experiencia educativa propia en la práctica docente; las entrevistas semi-estructuradas; las visitas, las observaciones sobre el terreno, notas de campo, filmaciones, grabaciones, etc.

PRIMEROS AVANCES

Al momento del envío de este trabajo, está transcurriendo el segundo mes del cronograma de actividades propuestas y se han comenzado a realizar las siguientes acciones: establecimiento de los aspectos a ser incluidos para su análisis en los componentes cognitivo, de mediación, social y personal, determinación de criterios para la selección de los sujetos que participarán del estudio de casos (en formación o formados, nóveles o expertos, provenientes de escuelas de gestión pública y/o privada, pertenencia a distintos niveles de enseñanza: secundaria y articulación con el último año de escuela primaria y el primer año de la universidad, etc.), el diseño de los protocolos de entrevistas semi-estructuradas y de los registros de observación de clases.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación Matemática*, 16(3), pp5-28

- Bosch, M.; García, F.; Gascón, J. y Higueras, L. (2006) La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropologica de lo didáctico. *Educación Matemática* 18(2)

- Brousseau, G. (1996). *Theorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensee Sauvage

- Chevallard, I. (1985). *La transposición didáctica.* Buenos Aires:Aique

- Chevallard, I. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológico de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathematics*, 19(2), pp 221-266

- Ernst, P. (1994). The philosophy of Mathematics and the didactics of Mathematics. En: R. Biehler et al Eds. *Didactics of Mathematics as a scientific discipline*. Dordrech:Kluwer. Pp 335-349

- Font, V. (2002). Algunos puntos de vista sobre las representaciones en didáctica de las Matemáticas. *Philosophy of Mathematics Education Journal.*

- Gascón, J. (1998). Evolución de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 18(1), pp 7-34

- Gascón, J. (2010). Reseña del III Congreso Internacional sobre la TAD. *Educación Matemática*, 22(1), pp 167-169

- Lenfant, A. (2002). De la position d´estudiant a la position d´enseignant: l´evolution du rapport a l´algebre de professeurs stagiaires. *Tesis de doctorado*. Universidad de Paris 7.

- Robert, A. (1999). Recherches didactiques sur la formation professionnelle des inseignants de mathematiques du second degre et leurs practiques en classe. *Didaskalia*, 15, pp 123-157

- Robert, A. (2001). Les recherches sur les practiques de enseignants et les contraintes de l´exercice du metier d´enseignant. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 21(1-2), pp 57-80

- Robert, A. (2002). De l´ideal didactique aux deroulements reels en classe de mathematiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants. *Didaskalia*, 22, pp 99-116

- Robert, A. (2003). Taches matematiques et activites des eleves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au demarrage des exercices cherches en classe. *Reveu Petit X*, 62, pp 61-71

- Robert, A. y Pouyanne, N. (2005). Formar formadores de maestros de matemáticas de educación media. ¿por qué y cómo? *Educación Matemática*, 17(2), pp 35-58

- Robert, A. y Rogalsky, J. (2002). Le systeme complexe et coherent des pratiques des enseignants de mathematiques: une double approche. *Revue Canadienne de l´Enseignement des Sciences, des Mathematiques et des Technologies*. 2(4) pp 505-528
- Roditi, E. (2001). L´enseignement de la multiplication des decimaux en sixieme. Etude des pratiques ordinaires. *Tesis de doctorado.* Universidad de Paris.
- Rogalsky, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 23(3), pp 343-388
- Thompson, A. (1992). Teacher´s beliefs and conceptions: a síntesis of the research.In D.Grows Ed. Handbook of Research en Mathematics teaching and learning, New York: Mac Millan, pp127-146
- Vergnaud, G. (1990). La Theorie des champs conceptuels. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 10(2.3), pp 133-170

¿UN PROBLEMA EN LA OFERTA?
… POR EL SEGUNDO PAGA LA MITAD

Rocerau, M.C.; Astiz, M.; Oliver, M.I.; Valdez, G.; Vecino, S.; Vivera, C
rocerau@mdp.edu.ar; mastiz@mdp.edu.ar; moliver@mdp.edu.ar; gvaldez@mdp.edu.ar; susana@mdp.edu.ar; cvivera@mdp.edu.ar
Fac. de Cs. Exactas y Naturales- Universidad Nacional de Mar del Plata. Argentina

Tema: Resolución de Problemas
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel: No específico
Palabras clave: Un problema- diferentes grupos- recursos y dificultades

Resumen

El presente trabajo, consiste en explorar de qué manera, individuos de diferentes edades, niveles de formación y experiencia, resuelven una actividad que, si bien para algunos puede ser "un problema" y para otros simplemente un "ejercicio de aplicación", su solución puede encontrarse de distintas maneras utilizando conceptos matemáticos elementales.
Se analizan los recursos utilizados y las dificultades evidenciadas por cada uno de los grupos, y se plantean algunos interrogantes que a nuestro entender merecen atención.

Introducción

Como señala el NTCM (2000), "Una característica central del trabajo matemático es la resolución de diferentes tipos de problemas. Los contextos de los problemas pueden variar desde las experiencias familiares o escolares del alumnado a las aplicaciones científicas o del mundo laboral. Los buenos problemas deberán integrar múltiples temas e involucrar matemáticas significativas"

"Si bien como ciencia constituida, la Matemática tiene carácter formal, organización axiomática y naturaleza deductiva, en su génesis no están ausentes ni la intuición, ni el pensamiento conjetural ni las aproximaciones inductivas (…) Desde la consulta a calendarios y relojes, la programación y realización de las compras cotidianas, (…..), todos representan tareas que exigen de los ciudadanos autónomos un dominio importante de conocimientos matemáticos." (DGCyE 2012)

Robert y Rogalsky (2004), mostraron a través de diversas investigaciones que gran parte del aprendizaje de los alumnos depende de las actividades que realizan en clase, que están condicionadas por lo que el docente propone, limitado por distintas sujeciones sociales, personales e institucionales. Mostraron también que las prácticas de los docentes se vuelven rápidamente estables y difíciles de cambiar, posiblemente debido a las sujeciones que pesan sobre ellos. Desde este enfoque teórico, en este trabajo, queremos transmitir la experiencia realizada con grupos de alumnos de distintos niveles del sistema educativo a partir de la resolución de una situación que, por sus características, resulta cotidiana para cualquier persona. Si bien dicha situación, puede ser para algunos "un problema" en el sentido que lo consideran autores como Schoenfeld, (1985) y simplemente un "ejercicio de aplicación" para otros, su solución puede encontrarse de distintas maneras utilizando conceptos matemáticos elementales.

Un motivo

Como integrantes del grupo Investigación Educativa y a partir de nuestra labor como coordinadores y evaluadores del curso de Matemática en el ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Mar del Plata y como participantes de jurados en Olimpíadas de Matemática, hemos detectado en los últimos años cierta permanencia de dificultades en torno de algunos conceptos básicos, que por sus múltiples aplicaciones son extremadamente útiles.

Es así que surge la idea de explorar de qué manera, individuos con diferentes características en cuanto a su edad y nivel de escolaridad, proceden en cuestiones que involucran este tipo de conceptos. Para ello seleccionamos un problema cuya solución no necesariamente debe abordarse con recursos algebraicos.

El problema corresponde a una prueba de la instancia zonal del segundo nivel de la Olimpiada Matemática Ñandú, en la que participan niños que cursan el 6º año de la Escuela Primaria. Corresponde aclarar que el sistema educativo en nuestro país, para la educación obligatoria, está organizado en tres niveles: Inicial, Primario y Secundario. El Nivel Inicial sólo es obligatorio para niños de 5 años. Tanto la Educación Primaria (EP) como la Secundaria (ES) contemplan 6 años de educación obligatoria cada una, iniciándose la Primaria a los 6 años de edad y, al finalizar ésta, la Secundaria, cuyos 3 últimos años tienen distintas modalidades.

El problema

En la heladería está la siguiente oferta:

"Si compra dos helados iguales, por el segundo paga la mitad"

Bibi y Ana aprovechan la oferta. Bibi compra dos vasitos y seis cucuruchos; paga en total $ 75. Ana compra dos vasitos y dos cucuruchos; paga en total $33. ¿Cuál es el precio de un cucurucho y cuál es el precio de un vasito?"

Este problema involucra aspectos de la vida cotidiana, se presenta bajo una narrativa accesible y es imaginable para cualquier persona. Fue administrado en grupos de alumnos de EP, ES y con escolaridad obligatoria finalizada.

Una forma de resolución sencilla consiste en observar que la diferencia entre la compra de Bibi y la de Ana es de 4 cucuruchos y que por ellos se pagan $42. A partir de esta observación de una u otra manera se llega a la solución con simples cálculos.

***Contexto y grupos cuyas producciones se analizan*:**

De 6º año de escolaridad Primaria:

46 alumnos con interés y gusto por la matemática que voluntariamente han participado en las Olimpíadas Ñandú y 32 alumnos de un curso de una escuela de gestión privada que no participan en Olimpíadas.

De escolaridad Secundaria:

Grupo de 1er año: 61 alumnos de dos cursos de una escuela de gestión pública.

Grupo de 4º año: 51 alumnos, 35 de la modalidad Ciencias Naturales de una escuela de gestión privada y 16 de Arte de una institución de gestión pública.

Grupo de 6º año: 28 alumnos de orientación Economía y Administración de una escuela de gestión privada

De escolaridad obligatoria finalizada:

Grupo de aspirantes a ingresar a la Facultad: 159 alumnos que rindieron una instancia del ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP. El problema fue uno de los 10 ítems que la integraron.

*Grupo de ingresantes a Matemática***:** 21 alumnos recién ingresados a las carreras de Profesorado y Licenciatura en Matemática de la FCEyN- UNMDP. La actividad se propuso en la segunda semana de clase.

Con excepción de los niños de Olimpíada y del grupo de aspirantes, el problema fue administrado por integrantes del grupo de investigación, dentro del horario escolar.

Análisis de las producciones de los alumnos

Organizaremos las producciones analizadas en cada uno de los grupos según estén bien o mal resueltas, describiendo brevemente los recursos y estrategias utilizadas.

Grupos de Escuela Primaria

Analizamos las resoluciones de 46 *niños de Olimpíadas*, de los cuales 17 resuelven bien, 26 mal y en 3 casos no se registra intento de resolución. También analizamos un *Grupo de 6º año EP*, sabiendo que el problema posee un grado de dificultad muy alto para niños de 11 años que no participan en Olimpíadas, de hecho solo 3 de los 32 alumnos, resuelven bien

✓ *¿Cómo lo hacen los que responden correctamente?* Podemos concentrar estas resoluciones en dos grandes grupos, los que:

Interpretan que los precios de cucuruchos y vasitos deben satisfacer tanto el caso de Ana como el de Bibi y "prueban o tantean" con valores hasta que verifican que se cumplen todas las condiciones. Las siguientes expresiones textuales reflejan este tipo de resolución:

-*"En un principio averigüé números pero no llegaba al resultado. Después (muestra pruebas con las que aproxima y verifica)…… y a lo último volví a arriesgar número y llegué a la conclusión que el vasito vale $8 y el cucurucho vale $14"*

-*"yo hice la tabla y fui probando hasta que me dio un resultado que coincidió con las dos chicas."*

Interpretan que la diferencia entre lo que pagan Bibi y Ana, es decir los $42, corresponde a 4 cucuruchos. Para obtener el precio de cada cucurucho algunos tantean los valores y otros muestran a través de diferentes expresiones un buen razonamiento. Acorde al rigor de la edad, encontramos registros del tipo:

-*…."4 cucu en oferta = 3 cucu precio original 42:3=14 = 1 cucurucho precio original"*

-*…. 42:6=7, 7x2= 14…. 14 el precio del cucurucho"*

-*…yo hice 75-33=42, 4 cucuruchos con la oferta me tenía que dar 42, 14+14=28+7+7=42..."*

-*…"Ana = 2c=21 (14+7)…. Cucurucho: $14…"*

-*" "Pensé que si la diferencia entre 75 y 33=42 sería el precio de 4 cucuruchos con la oferta, es 21=3x7=14+7 porque uno es la mitad (según la promoción)" Y para sacar el precio de…*

-*Yo pensé que si calculaba la diferencia entre las dos compras me da 42 y eso equivale a 4 cucuruchos y lo dividí por 4 y me dio el precio de 1 cucurucho con la oferta, Pero pensé si sale eso con la oferta tiene que salir más sin. Fui buscando números hasta que un número multiplicado por 2 y después …. Rta 1v=$8 sin promoción y con promoción $6. 1c,= $14 sin promoción y con promoción $10,50."*

✓ *¿Qué hacen los que responden erróneamente?*

Interpretan que los vasitos y los cucuruchos cuestan lo mismo:

- *"Bibi= 8 helados= $75, 75:8 = 9………"*

-*…."75x2=150 que es lo que gastarían sin la oferta, 150 :8= 18,75 es el precio original sin la oferta de cada vaso y cada cucurucho".*

-*"Yo pensé dividir el monto total de Ana por 2 porque son dos objetos que compra y luego lo dividí por dos porque son productos de cada uno. Luego al resultado lo dividí por dos sacando el monto que te permite la oferta y luego ese resultado lo sumo con el anterior y así se el precio de cada uno. 33:2= 16,5, 16,5:2= 8,25, 8,25+4,12=12,37→precio de cada vasito o cucurucho"*

Responden con el precio de un cucurucho/vasito según la oferta:

4

- *"….75-33=42, 42:4 = 10,5, 12:2 = 6. Rta. Cucuruchos=$10,5, vasitos=$6."*
- *"……Bibi (6X2)+ (10,5x6) = 12+63 = $75 Ana=(6x2)+ (10,5x2) = 12+21 = $33 "*

"Hacen cuentas", porque "hay que hacer cuentas", se observa en muchos niños de los que no participan en olimpíadas:

- *"No me pudo salir, trate un montón pero no pude. Hice un montón de cuentas"*
- *" 33:2=16, 33-16= 17, cada cucurucho cuesta $17."*
- *"33:2=16, 23-17=16, 16+16=32. Rta. El precio de un cucurucho es de $16,50."*
- *"75:3=25, 25:2=12,5. Cada cucurucho cuesta $12,50 "*
- *"no me sale porque no entiendo cómo dividir para que me dé el resultado".*
- *"no me sale porque hago las cuentas y me sale el primero pero no el segundo, que me da 37"*

Grupos de Escuela Secundaria

En los *Cursos de 1^er^ año*, sólo 4, de los 61 alumnos pudieron resolver bien el problema; en los de 4º. *año* de las 51 resoluciones, solo hay 8 correctas y corresponden a 4 alumnos de cada modalidad; y en los de 6º *año* sobre las 28 resoluciones, 5 son correctas.

✓ *¿Qué estrategias utilizan los que lo hacen bien?* En el caso de *1er año* uno expresa la compra en términos del precio de 1 cucurucho y 1 vasito sin la oferta e interpreta que la diferencia de dinero entre lo que pagan Ana y Bibi es el precio de 3 cucuruchos y continúa correctamente la resolución:

- *"Bibi paga $1\frac{1}{2}$vasitos y $1\frac{1}{2}$cucuruchos por $33, … 75-33=42 y 42:3=14, 3 cucuruchos 42, 1 …"*

Los otros tres, con distintos registros o formas de representación, tantean precios y verifican que cumplan con las 2 compras:

- "$\begin{Bmatrix} \text{vasito} \to \$8 \\ 2°\text{vasito} \to \$4 \end{Bmatrix}$ $\begin{Bmatrix} \text{cucurucho} \to \$14 \\ 2°\text{cucurucho} \to \$7 \end{Bmatrix}$ *BIBI , 12+21=33……….ANA ……..63+12=75"*
- *1 cucurucho =$14, 2 cucuruchos$21….6 cucuruchos $63. BIBI 33-21=12, 2v-$12, 2c-$21, 21+12=33. ANA 2v-$12, 6c-$63. $12+$63= $ 75. Un cucurucho cuesta $14 y un vasito $8.*

En *4º año*, que deberían haber trabajado sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en 3ero ES, sola una solución se hace con ecuaciones. El resto, o interpreta que 4 cucuruchos con la oferta cuestan $42 y continúa con razonamientos correctos, o tantea y verifica las condiciones:

- *"75-33=42, 2 cucuruchos 21, cada cucurucho sale 14 porque la mitad de 14 es 7 y 7+14 es 21…."*
- *"…14x3=42, 7x3=21, 42+21=63, 75-63=12, 12:3=4. Los vasitos 8 y los cucuruchos 14. 14+7+8+4=33"*
- *"Me fijé el enunciado y tiré un precio de vasitos que fue $7,00 y la mitad $3,50 y los cucuruchos $15,00 y la mitad $7,50, este resultado me da 33,00 pero cuando hice el otro me pasaba por $2, entonces trate de sumarle más dinero a los vasitos y restarle a .. y me dieron los resultados…"*

Las 5 soluciones correctas de *6º año* son similares a la de los niños de olimpíadas, ninguno utiliza lenguaje algebraico.

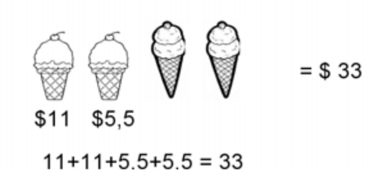
✓ *En cuanto a los que resuelven mal encontramos que:*

Proponen valores de vasitos y cucuruchos que verifiquen una sola de las compras:

- *Bibi: 12+6=18, 10+5=15, 18+15 = 33 cucurucho $ 12 y vasito $10*
- *" 75:6= 12, 12 los cucuruchos y $3 dos vasitos*

Con variantes de errores, piensan que vasitos y cucuruchos cuestan lo mismo:

- *"Ana 33:2=16,5:2=8,25. Rta. Cuestan $8,25 c/u"*
- *"75+33 = 108, 108:12= 9. Cada uno cuesta $9"*
- *"6x=75, x=12,5 Ana paga 12,5 por los cucuruchos y 37,5 por los vasito………..2x=33, x=16,5 Bibi paga $16,5 por los cucuruchos y los vasitos"*
-



El precio del cucurucho es de $11

Plantean correctamente un sistema de ecuaciones y cometen errores en los cálculos o plantean un sistema que no traduce la situación planteada:

- *"1,5 vasitos +1,5 cucuruchos = 33; 1,5x2 =33…."*
- *"4y+2y=75-33, 4y+2y=42-4-2, y+y = 34……y=17."*
- *"Ana, 2c=$75, x=75:2, x=37,5….1 vasito $18,75; 6x=75, x=75:6=12,5"*
- $\begin{cases} \frac{1}{2}(2x+6y) = 75 \\ \frac{1}{2}(2x * 2y) = 33 \end{cases}$ ó $\begin{matrix} \frac{3}{2}x + 10y = 75 \\ \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y = 75 \end{matrix}$

Responden, con o sin el planteo de ecuaciones, lo que se paga por cucurucho/vasito según la oferta:

- *4c=75-33=42, 4c=42, 1c=10,5. El cucurucho vale $10,50… luego 2v=75-63 = 12……"*

Expresan los intentos o la imposibilidad de resolverlo:

- *"No lo entendí para nada, no sé ni cómo empezar " - "me salió el de Ana pero el de Bibi no.."*
- *"faltan datos" - "no lo entendí", - "es muy difícil"…*

Una alumna supone las compras en diferentes heladerías:

-*Ana compra en "heladería San Carlos" 14+7+6+12+6+12+6+12+6 = 75, paga $14 el vasito y $12 el cucurucho. Bibi compra en" Las Rosas" 12+10+6+5 = 33, paga $12 el vasito y $ 10 el cucurucho.*

Grupos con escolaridad obligatoria finalizada:

Analizamos las resoluciones de 21 alumnos *ingresantes a Matemática de* las cuales 11 son correctas y *159* de alumnos *aspirantes,* con 47 correctas.

✓ *¿Cómo lo hacen los que responden correctamente?* En todos los casos y como era de esperar las resoluciones se realizan, con diferentes matices, en un plano algebraico.

✓ *En cuanto a lo que resuelven mal encontramos :*

Errores que corresponden a una mala traducción al lenguaje algebraico.

Errores de cálculo

La respuesta $10,5 y $6 como precio de un cucurucho y un vasito respectivamente

No registran solución 1 alumno *ingresante* y 30 *aspirantes.*

Consideraciones finales:

A partir del análisis de los datos obtenidos, aparecen dos aspectos que merecen ser señalados: el primero de ellos es que *las dificultades de los niños de la escuela primaria en la resolución de este problema no son, en general, superadas al concluir la educación secundaria* ya que se siguen haciendo evidentes hasta en los grupos de alumnos aspirantes a ingresar a una facultad de ciencias; el segundo tiene que ver con *el tipo de errores cometido*: si bien hay errores que se repiten en más de uno de los grupos, hay uno que se ha dado en todos: responder que el precio un cucurucho/vasito es el que surge de la oferta.

Más complejo es analizar las causas de estas cuestiones. Desde el punto de vista del doble enfoque deberíamos analizarlas desde distintas dimensiones. En este trabajo nos centraremos en dos: la ***cognitiva,*** *relacionada con los recursos y estrategias matemáticas de los participantes,* y la ***personal***, vinculada a las propias sujeciones de los alumnos.

Con respecto a la dimensión ***cognitiva*** de análisis, es posible que la percepción del problema y los errores cometidos tengan su origen en representaciones rígidas de los contenidos escolares, desconectadas de las redes de significados que deberían haber sido construidas por los alumnos. Esto los lleva a realizar esfuerzos para recordar y repetir conjuntos de procedimientos relacionados con conceptos matemáticos, en general aislados entre sí y vacíos de significado. Desde la dimensión ***personal***, las causas de los errores pueden estar vinculadas a creencias comunes sobre la matemática escolar, que funcionan como ataduras o sujeciones: la matemática tiene poco o nada que ver con el mundo real, la respuesta a un problema es el resultado de cálculos que normalmente propone el enunciado, etc.

Sin embargo, las respuestas de estos alumnos de distintos niveles son fundamentalmente el resultado de la enseñanza de la matemática en la escuela. Como señala Chevallard (1999), “los saberes no existen sino como emergentes de prácticas situadas institucionalmente, que crean sistemas de valores y normas en relación a los saberes”. Robert (2005) y Rogalsky (2002, 2003) también mostraron que gran parte del aprendizaje de los alumnos depende de las actividades que realizan en clase, que a su vez están condicionadas por lo que el docente organiza y propone, limitado por distintas sujeciones sociales, personales e institucionales. De esta manera, no podemos excluir del análisis la comprensión de las prácticas docentes, particularmente desde el punto de vista del aprendizaje que pueden promover en sus alumnos, que es la etapa siguiente de esta investigación.

Referencias bibliográficas

- Brousseau, G. *Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas*, http://cmapspublic.ihmc.us/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1HNNDHQKN-1ZK8RDK-14R7 (consultado 12/02/2011)
- Chevallard, I. (1999). *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*. Recherches en Didactique des Mathematics, 19(2), pp 221-266
- Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Bs. As. http://abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/consejogeneral/disenioscurriculares/ (consultado 20/03/2012)
- NCTM (2000).*Principles and Standards for School Mathematics*, Reston VA, National Council of Teachers of Mathematics.
- Robert, A. ; Rogalski, M .(2004). *Problemes d’introduction et autres problemas de recherce au lycee* REPERES-IREM Nº 54 –Janvier 2004 pp 77-103
- Robert, A.; Pouyanne, N. (2005). *Formar formadores de maestros en matemáticas de educación media: ¿por qué y cómo?* Educ. Matemática, vol.17, pp. 35-38

- Robert, A. y Rogalsky, J. (2002). Le systeme complexe et coherent des pratiques des enseignants de mathematiques: une double approche. *Revue Canadienne de l´Enseignement des Sciences, des Mathematiques et des Technologies*. 2(4) pp 505-528
- Rogalsky, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 23(3), pp 343-388
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

A MÁGICA DA BASE BINÁRIA: DESAFIANDO SUA INTELIGÊNCIA E APRENDENDO MATEMÁTICA

André Ricardo Magalhães - Daniela Batista Santos – Edson de Araújo Santos
andrerm@gmail.com - dansantosd@yahoo.com.br - edsonpalmeiras9@hotmail.com
Universidade do Estado da Bahia-Brasil

Tema: 2. Resolución de problemas
Modalidade: Comunicação Breve
Nivel educativo: Não especificado
Palavras chave: Base Binária, Dia da Matemática, Investigação Matemática, Resolução de Problemas.

Resumo
O presente artigo demonstra a aplicação da atividade "A mágica da base binária". O jogo, desafiador e curioso, consiste em apresentar ao espectador um conjunto de seis listas contendo uma série de números no qual solicitamos que o espectador escolha um número na cartela e que selecione todas as tabelas que contém o número e logo em seguida advínhamos o número. Essa atividade foi apresentada em uma praça pública da Cidade de Alagoinhas,no Brasil, fazendo parte das atividades do projeto "II Matemática é Show", projeto este que visa comemorar junto a sociedade o dia de aniversário do educador matemático Malba Tahan. Baseado na investigação matemática (Skovsmose,2000) e resolução de problemas(Schoenfeld,1985), a aplicação da atividade possibilita uma reflexão sobre a utilização do sistema decimal de numeração, seja na hora de falar, seja para representar quantidades, porém, o que não é muito conhecido é o papel fundamental do sistema binário na sociedade.

Introdução

A matemática é uma disciplina que muitos alunos tendem a ter dificuldade em seu aprendizado, e dependendo da maneira como é abordada e a ênfase dada à simbologia e não ao contexto, torna-se um empecilho no aprendizado do discente. Concordamos com Fiorentini (1995) quando se refere à concepção de matemática Platonista, que dialoga com essa perspectiva de matemática concebendo-a somente como uma ferramenta de uso profissional e científico, neutra, pronta e acadaba, esquecendo esta é uma construção humana necessária para a compreensão do universo e da realidade que os cerca. Assim, percebemos a importância de desenvolvermos um ensino contextualizado que demonstre ao estudante sua relevância para a vida.

Seria interessante ter uma noção de como os estudantes relacionam a matemática com seu cotidiano e quais são as suas perspectivas em relação ao que eles aprendem na escola e a necessidade desse conhecimento no seu futuro. Ubiratan D'Ambrósio, ao falar sobre Educação, deixa claro que:

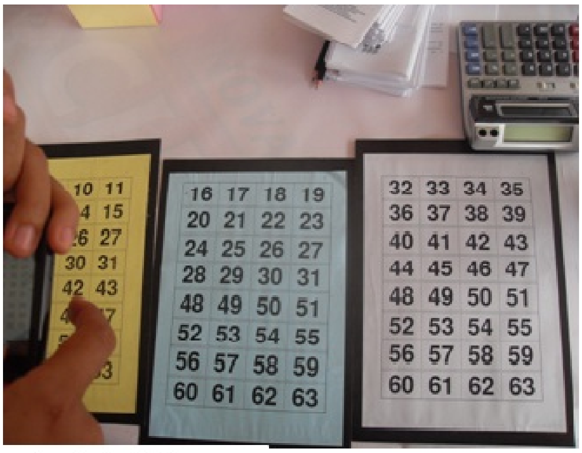
> Estamos falando da intervenção da sociedade nesse processo ao longo da existência de cada indivíduo. Essa intervenção deve necessariamente permitir que esse processo tenha seu desenvolvimento pleno, estimulando a criatividade individual e coletiva. Cada indivíduo deve receber da educação elementos e estímulos para levar ao máximo sua criatividade, e ao mesmo tempo integrar-se a uma ação comum, subordinada aos preceitos e normas criados e aprimorados ao longo da história do grupo cultural (família, comunidade, tribo, nação) ao qual ele pertence, isto é, da sociedade. (D'AMBRÓSIO, 1996, p.15)

Nessa perspectiva, trabalhamos a mágica da base binária desafio bastante curioso, e até mesmo as pessoas que conhecem um pouco de matemática têm dificuldade de descobrir o mecanismo pelo qual tal prática funciona.

Mágica e Matemática: desafiando sua inteligência e construindo conhecimento

O desafio aqui socializado é uma brincadeira interessante. Esta consiste em apresentar ao espectador um conjunto de seis listas contendo uma série de números. Com esta atividade podemos propor vários tipos de adivinhações, existem duas variantes que funcionam bem. Primeiro, numa sala de aula ou num auditório, podemos pedir que os espectadores pensassem num número (a tabela terá números de 1 até 63) sem deixar que você saiba e você irá adivinhar este número apenas utilizando as seis tabelas. Uma segunda, possibilidade, que é muito interessante numa feira de ciências é o que chamamos de: "o adivinho indiscreto". Neste caso, você dirá que conseguirá adivinhar a idade da pessoa fazendo com que ela apenas diga em quais das tabelas a idade está aparecendo.

Você deverá mostrar ao espectador somente a parte das tabelas contendo os números. No topo de cada tabela existe o seu valor correspondente, este valor não deve ser mostrado, mas ele será fundamental para você descobrir a idade do espectador ou o número pensado por ele.



Imagens da apresentação da Oficina

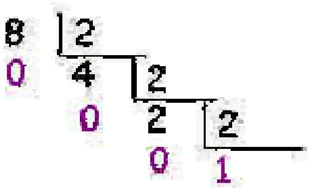
Por que a "Mágica" da base binária funciona?

Aqui compreendemos matematicamente o funcionamento desse desafio. Observe que um número *n* qualquer entre l e 63, pode ser escrito através da seguinte fórmula:

$n = a5 . 25 + a4 . 24 + a3 . 23 + a2 . 22 + a1 . 2 + a0$

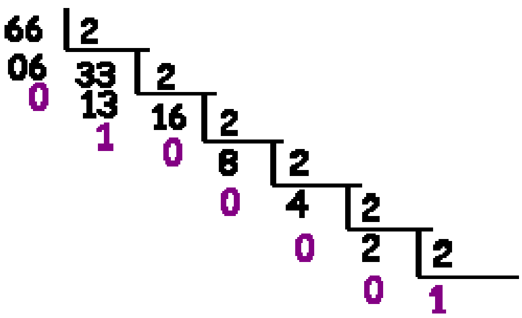
Nesta fórmula os coeficientes *a*0, *a*1, ..., *a*5 são ou iguais 0 ou iguais a l . Está base é exatamente a base binária utilizada pelo computador. Por exemplo, no nosso caso o número 8 pode ser escrito como:

$8 = 1\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 0\times2^0$).



Vejamos este outro exemplo:

$66_{(10)} = ?_{(2)}$



Podemos então concluir que **$66_{(10)}$=$1000010_{(2)}$**

($66 = 1\times2^{6}+ +0\times2^{5}+0\times2^{4}+0\times2^{3}+0\times2^{2}+1\times2^{1}+0\times2^{0}$)

Atualmente existe uma enorme utilização do sistema decimal de numeração, seja na hora de falar, seja para representar quantidades, porém, o que não é muito conhecido é o papel fundamental do sistema binário em nossas vidas. Esse sistema é a base para o modo de armazenamento e processamento de informações nos computadores.

Os computadores armazenam e manipula a informação na forma de números, instruções de programas, dados numéricos, caracteres alfanuméricos, são todos representados por meio de combinações de algarismos numéricos, as quais são interpretadas, manipuladas e transformadas em formatos reconhecíveis pelo ser humano, à medida que o computador executa suas tarefas.

Embora o sistema numérico padrão seja o decimal, com dez algarismos (0 a 9) que são usados para representar todos os números, os computadores adotam internamente o sistema binário, onde apenas os algarismos 0 e 1 são usados na composição dos números.

O uso do sistema binário apresenta vantagens importantes sob o ponto de vista da construção e operação dos computadores: Cada um dos algarismos binários, 0 e 1, é representado por um valor de tensão específico nos circuitos eletrônicos dos computadores. Desta forma o armazenamento e a manipulação de informação em um computador são feito apenas com dois valores de tensão elétrica.

Os programas de computadores são escritos por meio de sentenças matemáticas (expressões algébricas), as quais expressam a lógica das tarefas a serem executadas pela máquina, e delimitam os resultados numéricos que podem ser obtidos a partir dos valores de entrada. A forma algébrica mais eficiente de representação de expressões lógicas, conhecida como álgebra booleana, é baseada no sistema binário de numeração.

Os principais conteúdos para a compreensão desses conceitos são de fundamental importância, porém acreditamos que seu largo uso na área de computação justifica a retomada do tema. Este experimento faz essa recordação de conteúdo através de uma mágica com cartelas que será apresentada a seguir e o desafio será entender como a mágica funciona.

Sempre é possível descobrir o número pensado, visto que cada cartela é referente a uma das potências de dois. Dessa forma, somando os valores equivalentes a cada tabela é possível encontrar o número escolhido.

Na realidade, o jogo pode ser proposto com tabelas de dimensões diferentes, como por exemplo, na atividade desenvolvida foram utilizadas tabelas contendo números de 1 a 63. Também podem ser construídas tabelas maiores com números de 1 a 128. Pois, para montar as tabelas da cartela mágica os números foram decompostos em uma planilha eletrônica e organizados nas tabelas de acordo com as potências apresentadas em sua decomposição.

Assim, a primeira tabela corresponde à potência 2^0, contendo os números que em sua decomposição uma das parcelas é a potência 2^0, da mesma forma a segunda tabela corresponde à potência 2^1, a terceira tabela corresponde à potência 2^2. A quarta tabela corresponde à potência 2^3 a quinta tabela corresponde à potência 2^4 e a sexta tabela corresponde à potência 2^5. Isso acontece devido ao fato de que todo número natural pode ser escrito como soma de potências de dois.

A decomposição é a soma de um coeficiente multiplicado por uma potência qualquer, neste caso tomaremos como exemplo a potência de dez: De maneira análoga, o sistema binário utiliza para a decomposição a base dois. Assim, note que, nesta decomposição os coeficientes que aparecem são apenas os números zero ou um, já que o divisor dois implica em resto um se o número for ímpar e resto zero se o número for par.

A lógica do jogo consiste em descobrir o número pensado de acordo com a potência de dois relacionados com as tabelas que contém o número escolhido pelo aluno.

É importante ressaltar, que os números apresentados nas tabelas são organizados aleatoriamente.

Por exemplo, se o número pensado for 35 o participante deve indicar em quais tabelas esse número se encontra. Desse modo, ele aparece na primeira, segunda e a sexta tabela**,** ou seja, 2^0 =1**,** 2^1= 2, e 2^5=32 e somando 1+2+32=35, então é possível descobrir o número.

Apresentamos um modelo de tabela usada para o desenvolvimento da oficina:

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63

2	3	6	7	10	11	14	15
18	19	22	23	26	27	30	31
34	35	38	39	42	43	46	47
50	51	54	55	58	59	62	63

4	5	6	7	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63

8	9	10	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	29	30	31
40	41	42	43	44	45	46	47
56	57	58	59	60	61	62	63

16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

Tabela usada na Oficina

Considerações finais

Durante a aplicação do jogo no projeto 2º Matemática é Show, realizado na Praça Rui Barbosa da Cidade de Alagoinhas, o público (alunos, professores e comunidade de modo geral), ficaram intrigados em descobrir a lógica implícita nas tabelas e como o número pensado era descoberto tão rapidamente. Explicação sobre a construção das tabelas segundo as potências de dois, e justificamos como o desafio é possível, demonstrando que não era uma "mágica", mas sim conceitos matemáticos aplicados.

A atividade apresentou resultados satisfatórios, visto que os alunos e a comunidade mostraram interesse também em aplicar o jogo na escola e com familiares. Assim, podemos dizer que atividades como esta podem e devem ser utilizadas pelos educadores no ensino/aprendizagem da Matemática buscando motivar os aprendizes e desenvolver o raciocínio e construir conceitos matemáticos de maneira prazerosa.

Referências bibliográficas

Afini, D; Vieira, G B; Rolino, J V. (2012). *Mágica com a matemática: aplicando as potências de dois.* http://www.unifal-mg.edu.br/sspibid/sites/default/files/file/S02745.pd consultado 21/06/2012.

Bicudo, M A V. (1999). *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Ed. UNESP.

Borba, M de C; Skovsmose, O. (2001). *Educação matemática crítica: a questão da* democracia. Campinas: Papirus.

Brasil. (1996). *Lei de diretrizes e bases da educação nacional.* http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm consultado 03/07/2000.

D'ambrosio, U. (1986). *Da realidade à ação: reflexões sobre educação matemática*. São Paulo: Summus Editorial.

D'ambrósio, U. (2012). *Por que se ensina Matemática?* http://www.ima.mat.br/ubi/pdf/uda_004.pdf consultado 22/06/2012.

Fiorentini, D. (1995). *Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil*. Campinas: Revista Zetetiké. Ano 3, n. 4. ISSN 0104-4877.

Fiorentini, D; Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. São Paulo: Autores Associados.

Goldernberg, M. (2003). *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. Rio de Janeiro: Editora Record.

Lara, I C M de. (2003). *Jogando com a matemática*. São Paulo: Rêspel.

Mendes, I A. (2009). *Matemática e investigação em sala de aula:* tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Editora e livraria da física.

Ogliari, L N. (2012). *A Matemática no cotidiano e na sociedade*: *perspectivas do aluno do ensino médio*. http://www.portalgeobrasil.org/colab/artigos/matematicacotidiano.pdf consultado 21/01/2012.

Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência.

MATEMÁTICA E LÓGICA DE PROGRAMAÇÃO: EM BUSCA DE SOLUÇÕES

Vanessa Mattoso Cardoso – Walkiria Helena Cordenonzi
vanessa@ifsul.edu.br – walkiria@ifsul.edu.br
Instituto Federal Sul-Rio-Grandense - Brasil

Tema: Resolução de Problemas
Modalidade: CB
Nivel educativo: Terciário - Universitário
Palavras chave: Matemática, Lógica, Programação, Interdisciplinaridade.

Resumo

Este estudo teve como ponto de partida as dificuldades de aprendizado identificadas nos alunos do curso técnico de Informática para Internet, do Instituto Federal Sul-Rio-Grandense (IFSul)Santana do Livramento, em resolver problemas nas disciplinas de Matemática e Lógica de Programação.

O objetivo desta pesquisa foi possibilitar aos alunos um aprendizado mais eficiente através da interdisciplinaridade e interação com as duas disciplinas como tentativa de mudar os índices de reprovação e proporcionar um estudo mais eficaz onde teoria e prática caminham juntas. Como o curso em questão é ofertado pelo convênio firmado entre IFSul (Brasil) e Universidad del Trabajo Del Uruguay, no qual as vagas destinam-se 50% para cada país, levou-se em consideração também a diferença de idiomas entre os alunos.

Como importante resultado cita-se os alunos conseguirem perceber a matemática como uma área de conhecimento com aplicações imediatas e úteis dentro do curso, através da lógica de programação, melhorando assim o aproveitamento em ambas.

Introdução

A Rede Federal está vivenciando a maior expansão de sua história. De 1909 a 2002, foram construídas 140 escolas técnicas no país. Entre 2003 e 2010, o Ministério da Educação entregou à população as 214 previstas no plano de expansão da Rede Federal de Educação Profissional (MEC, 2011). Desta última fase de expansão surge, entre outros, o Instituto Federal Sul-Rio-Grandense, Campus Santana do Livramento, localizado na fronteira com o Uruguai (Livramento/Rivera), ofertando o curso técnico em Informática para Internet, na modalidade pós médio, com a peculiaridade de ser Binacional. Este curso dito Binacional se forma a partir da disponibilização de 50% das vagas para brasileiros e as demais, 50%, para uruguaios. Capitaneado pela Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica (Setec) do Ministério da Educação, em parceria com o Instituto Federal Sul-rio-grandense e o Consejo de Educación Tecnico Profesional da Universidade del Trabajo Del Uruguay (CETP-UTU). O ineditismo deste curso se dá no que tange a reválida dos diplomas, ou seja, os diplomas são automaticamente reconhecidos nos dois países.

No curso supracitado, a disciplina de Matemática recebe o nome de Fundamentos Matemáticos para Computação (FMC) e foi elaborada de forma a servir de suporte para a disciplina de Lógica de Programação (LP), uma vez que esta última se utiliza de problemas e conceitos matemáticos como ponto de partida para a programação em si.

É de conhecimento que há grandes dificuldades no ensino-aprendizado na área de exatas, sobretudo se isso envolve abstração e raciocínio lógico. Para as disciplinas em questão, é de fundamental importância que o aluno tenha essas capacidades e esta dificuldade é responsável por grande parte das reprovações. O objetivo deste trabalho é buscar metodologias interdisciplinares que reduzam as reprovações. O restante do artigo está organizado da seguinte forma: a seção seguinte os fundamentos teóricos nos quais este trabalho se baseou são mostrados; na seção seguinte está descrito o processo desenvolvido neste trabalho juntamente com os resultados; considerações finais e referencias bibliográficas se apresentam a seguir.

Fundamentação

A disciplina que abarca o ensino de Algoritmos e Programação e de FMC são ministradas no primeiro semestre do curso, como na maioria dos cursos das áreas tecnológicas. A disciplina LP é considerada muito difícil pelos alunos, pois exigem o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas com base lógico-matemática (Deters, 2011). Segundo este autor "a conseqüência disso é o elevado número de problemas de aprendizagem, favorecendo a ocorrência de reprovações".

Constatado o problema de base lógico-matemático, investiga-se então a interdisciplinaridade. Acredita-se que o caráter disciplinar do ensino formal além de dificultar o processo ensino e aprendizagem, não estimula ao desenvolvimento da inteligência, de resolver problemas e estabelecer conexões entre os fatos, conceitos, isto é, de pensar sobre o que está sendo estudado. "O parcelamento e a compartimentação dos saberes impedem apreender o que está tecido junto", segundo Morin (2000). Ainda este mesmo autor comenta que as disciplinas como estão estruturadas somente serviram para isolar os objetos do seu meio e isolar partes de um todo e enfatiza "a inteligência parcelada, compartimentada, mecanicista, disjuntiva e reducionista rompe o complexo do mundo em fragmentos disjuntos, fraciona os problemas, separa o que está unido, torna unidimensional o multidimensional".

Já Japiassu (1976) argumenta que "A interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de interação real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa".

Buscando-se um melhor aproveitamento e um estudo mais eficaz, assim como, reduzir os índices de reprovação dos alunos do curso técnico de Informática para Internet do IFSul,campus Livramento, apostou-se em um trabalho interdisciplinar por acreditar-se que as fragmentações impostas pelo ensino tradicional dificultam as correlações entre os saberes (Morin, 2000).

O Trabalho Interdisciplinar

A metodologia desenvolvida neste trabalho se deu a partir da interdisciplinaridade entre as disciplinas de FMC e LP em três momentos: Preparação dos planos de aula; Preparação de atividades conjuntas e as duas professoras presentes em sala de aula ao mesmo tempo.

Num primeiro momento, como descrito acima, tem-se a elaboração dos planos de ensino, ou seja, as disciplinas de FMC e de LP foram elaboradas para que os conteúdos e habilidades seguissem em paralelo, no decorrer do semestre, visando o melhor aproveitamento do aluno. Para isso, as aulas das disciplinas foram planejadas em conjunto pelas respectivas professoras a fim de adequar os conteúdos matemáticos a realidade e interesse dos alunos. A partir do planejamento, cada professora trabalhava o conteúdo no horário respectivo da sua disciplina (este processo durou dois meses).

Sendo assim, a matemática foi abordada de forma mais teórica, conceitual, exigindo que o aluno pensasse o processo matemático envolvido em enunciados, criasse suas estratégias para resolução de problemas, priorizando o desenvolvimento ao resultado numérico, uma vez que na disciplina de LP o resultado era fornecido pelo computador através de algoritmos e/ou programas desenvolvidos por eles. Se aposta em uma matemática racional e menos braçal, pois como ressalta D'Ambrosio (2002), não há fundamentação convincente sobre as vantagens da chamada aritmética com papel e lápis, pois calculadoras e computadores fazem parte do cotidiano, em especial dos alunos de um curso de informática que têm todas suas aulas ministradas em um laboratório.

O que se espera do aluno com esse processo de integração e de aplicação imediata entre FMC e LP é que ele não particione os conhecimentos adquiridos e sim os relacione buscando uma formação mais ampla e eficaz. Para isso, passou-se para um segundo momento, ou seja, os mesmos exercícios foram abordados nas duas disciplinas, cada uma no seu contexto, visando auxiliar o processo de globalização do aprendizado.

Outro fator que foi pensado com muito cuidado, neste contexto binacional, foi a questão das línguas, ou seja, as atividades foram planejadas levando-se em conta o fato das turmas serem formadas por alunos brasileiros e uruguaios, para isto as atividades de FMC apresentavam 50% das questões em português e as outras 50% em espanhol pensando na uniformidade dos idiomas e em contribuir para uma interação lingüística mais freqüente no curso. Já em LP as aulas expositivas se deram nos dois idiomas, também os exercícios e as avalições foram escritos nas duas representações linguísticas.

Para avaliar a eficácia do método, utilizou-se o processo de avaliação de conhecimento adquirido, através de uma atividade conjunta, ou seja, um exercício que envolveu matemática (itens a,b,c) e programação (d) foi entregue a cada aluno (respeitando o idioma de cada aluno). Esta apresenta a atividade de avaliação aplicada para analisar a eficácia desta pesquisa, momentos 1 e 2, na versão em português (conforme pode ser visualizado no Anexo 1).

Matematicamente a atividade partiu de exemplos numéricos que serviram de base aos alunos para que entendessem o problema proposto (situação cotidiana, itens a e b) e na seqüência (item c) foi pedido abstração, ou seja, que o aluno generalizasse através de fórmulas os resultados obtidos os quais seriam aplicados no item d, onde é utilizada a programação. Pensou-se com ela avaliar a capacidade de abstração (item c) e a relação entre as duas disciplinas (d) assim como a estruturação lógica básica da programação. Para isso, partiu-se de um enunciado simples evitando possíveis problemas de interpretação.

Os resultados obtidos não foram satisfatórios (seção resultados). Com isso foi se percebendo que mesmo com esse paralelismo, os alunos não conseguiam fazer a associação entre as duas disciplinas e que mesmo quando se trabalhava o mesmo exercício nas duas eles não utilizavam os resultados encontrados, ou a forma de raciocínio, em matemática para resolvê-lo em lógica e acabavam repensando todo o problema, muitas vezes fazendo-o certo em FMC e errado em LP, e vice-versa. Para tentar solucionar essa dificuldade, foi pensado o terceiro momento desta pesquisa. Para este momento, além da preparação prévia dos conteúdos trabalhados em conjunto, as aulas e as avaliações também passaram a ser conjuntas. As professoras de FMC de LP estavam presentes na mesma sala de aula, ao mesmo tempo, ajudando os educandos a solucionar suas dúvidas. No decorrer das aulas, a partir de um problema proposto, os alunos procuravam a professora respectiva de acordo com a sua dúvida/dificuldade. O anexo 2 apresenta um exemplo de atividade de avaliação deste terceiro momento, na versão em espanhol. Nesta atividade utilizou o conteúdo de funções, onde o aluno deveria, a partir de uma situação problema, formular equações para uma função definida por várias sentenças para com elas desenvolver seu programa. Os conceitos utilizados para a programação são as instruções "se", ou em linguagem C "IF". Também foi apresentado um algoritmo para correção, abordando o conceito de domínio de função. Esta atividade, diferentemente da anterior, apresenta um enunciado mais elaborado onde a correta interpretação é de fundamental importância para sua resolução. De acordo com o objetivo inicial deste estudo, que foi trabalhar as dificuldades demonstradas pelos alunos, em solucionar problemas matemáticos e na seqüência fazer uma relação com a lógica de programação, que estas atividades foram elaboradas a fim de possibilitar uma avaliação da eficácia da proposta assim como servir de base para a conclusão da necessidade dos diferentes momentos em que o estudo encontra-se dividido. A proposta visa melhor aproveitamento de ambas as disciplinas através da aplicação imediata dos resultados. Pois, de acordo com Fazenda (1999), a interdisciplinaridade mantém a individualidade de cada disciplina mas as integra a partir da compreensão das múltiplas causas ou fatores que intervêm sobre a realidade e trabalha todas as linguagens necessárias para a constituição de conhecimentos, comunicação e negociação de significados e registro sistemático dos resultados.

Resultados

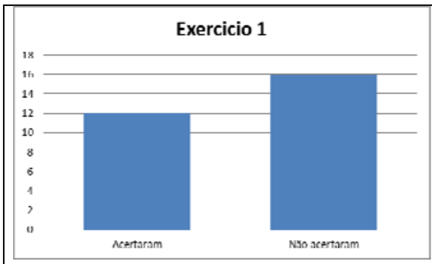
Conforme comentado anteriormente, este estudo foi dividido em três momentos com duas fases de avaliação. Cada fase envolveu a resolução de um problema matemático e a partir desta resolução os alunos deveriam fazer a programação correspondente ao enunciado. Cabe salientar que a resolução do problema, na disciplina de LP, o aluno foi motivado para desenvolver as questões em algoritmos, mas principalmente utilizando a Linguagem C.

Na primeira fase, 1ª avaliação, participaram 28 (vinte e oito alunos). Conforme pode ser visualizado no gráfico A da Figura 3, 12 alunos (42%) acertaram todo ou parte da resolução do problema. O restante dos alunos, num total de 16 não conseguiu resolver o problema proposto, nem em partes, nem no todo. Ao observar-se na Figura 3, no gráfico

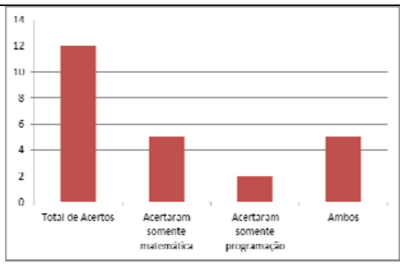
B, percebeu-se que do total de alunos que acertaram o problema, somente 5 (cinco) alunos acertaram todo o problema, ou seja, tanto na parte matemática quanto no desenvolvimento do algoritmo/programa. Um dado interessante que se pode perceber é que os 5 (cinco) alunos que desenvolveram todo o raciocínio matemático, não conseguiram transpor as deduções para LP. Outro dado interessante, que se constatou nesta pesquisa, foi que apenas 1 (um) aluno, mesmo errando as duas resoluções, conseguiu perceber a relação entre ambas soluções. Como mostram os gráficos, os resultados obtidos não foram satisfatórios. Percebeu-se que mesmo com esse paralelismo, os alunos não conseguiam fazer a ligação/associação entre as duas disciplinas e que mesmo quando se trabalhava com mesmo exercício nas duas disciplinas, eles não utilizavam os resultados encontrados, ou a forma de raciocínio, em matemática para resolvê-lo em lógica e acabavam repensando todo o problema, muitas vezes fazendo-o certo em FMC e errado em LP, e vice-versa. Inicia-se o terceiro momento para solucionar essa dificuldade. Para avaliação desse terceiro momento, avaliação 2, a quantidade de alunos permaneceu a mesma. Na Figura 4, 21 (vinte e um) alunos não acertaram a resolução do problema, ou seja, 75%. Percebe-se um aumento significativo de resultados não corretos.

A partir da análise desses resultados, constatou-se que 16 alunos (57%) dos alunos não entenderam o enunciado ou tiveram dificuldades na interpretação.

Notou-se também que um número significativo dos alunos que erraram todo o exercício deveu-se à incorreta interpretação do mesmo, ou seja, tiveram como partida um falso problema, porém a grande maioria utilizou os resultados encontrados na formulação matemática para criar seu programa. Isso fez com que o número de alunos que erram todo o exercício aumentasse, pois grande maioria dos erros se deu a dificuldade de interpretação e como eles utilizaram os resultados obtidos em FMC para começar a resolver o programa em LP, acabaram por errar o exercício. Notou-se também, diferentemente da primeira fase, que o números de erros em FMC foi praticamente o mesmo de LP. O problema com a interpretação que dificultou o processo está sendo pensado para trabalhos futuros.



A) Total de alunos



B) Total de acertos

Figura 3– Dados da avaliação 1

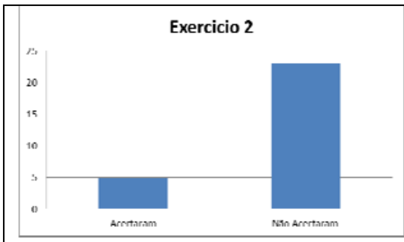


Figura 4 – Dados da Fase 2

A partir desta experiência, os alunos conseguiram enxergar a matemática como uma área de conhecimento com aplicações imediatas e muito úteis dentro do curso e isso fez despertar o interesse pela matemática e fez com que buscassem correlações em todo momento da aprendizagem. Em cada conteúdo novo que lhes era apresentado em FMC partia deles a indagação de como o mesmo seria trabalhado em LP.

Um resultado prático deste trabalho interdisciplinar foi a participação de um grupo de alunos na I Mostra de *Software*, realizada no III Fórum Binacional, em Rivera, Uruguay, apresentando programas oriundos das aulas conjuntas de FMC e LP. Notícia vinculada: "Os alunos do curso técnico em Informática para Internet, do campus Santana do Livramento, mostraram durante o 3º Fórum Binacional de Educação Técnica que não eram apenas meros espectadores. Alçados à condição de estrelas do evento, eles chamaram atenção pela qualidade dos trabalhos apresentados e arrancaram elogios do público." (IFSul, 2012)

Considerações Finais e Trabalhos Futuros

A partir do planejamento, desenvolvimento e avaliação das atividades que envolveram as disciplinas de FMC e LP considerou-se este processo positivo. Esta prática pedagógica exigiu reavaliação constante durante todo o processo, e seguramente novas possibilidades de aplicação serão possíveis enfatizando-se ainda mais a aprendizagem colaborativa e cooperativa entre as disciplinas. Um dos problemas percebidos neste processo foi a dificuldade por parte dos alunos na questão da interpretação do exercício. Metodologias para aplicar neste estão sendo estudadas para a continuação deste estudo. Como trabalhos futuros pretende-se estudar novas metodologias de aprendizagem com o fim de reduzir o alto índice de reprovação nas disciplinas. Entre elas, a metodologia de trabalhos em pequenos grupos (*brainstorming*) e as atividades sendo desenvolvidas com as duas professoras em sala de aula. Assim como também buscar novas estratégias de ensino nas quais o aluno exercite o pensamento lógico/matemático, bem como a adição de TICs (Tecnologias de Informação e Comunicação) a fim de colaborar com o processo de ensino aprendizagem dos alunos do curso.

Referências bibliográficas

D'Ambrosio, U. (2002). Que matemática deve ser aprendida nas escolas hoje?. Disponível em http://vello.sites.uol.com.br/aprendida.htm. Acessado em 20/03/2012.

Deters, J. I., Silva, J.M.C., Miranda, E. M., Fernandes, A.M.R. (2008). O Desafio de Trabalhar com Alunos Repetentes na Disciplina de Algoritmos e Programação. SBIE, 2008.

Fazenda, I.(1999). Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa. 4 ed. Campinas: Papirus.

IFSUL – Instituto Federal Sul-rio-grandense. (2012). Disponível em http://www.ifsul edu.br/index.php?option=com_content&view=article&id=428%3A3o-forum-binacional-1o-mostra-de-software-tambem-e-destaque-no-evento&catid=99%3Acampi-do-ifsul&Itemid=1.

Japiassu, Hilton. (1976). Interdisciplinaridade e Patologia do saber. Rio de Janeiro: Imago.

MEC - Ministério da Educação e Cultura. (2011). Expansão da Rede Federal. Disponível em http://redefederal.mec.gov.br/index.php?option= com_content &view=article &id=52&Itemid=2.

Morin, Edgar. (2000). Os Sete Saberes necessários à Educação do Futuro. 2. edição. São Paulo: Cortez.

Anexo 1

INSTITUTO FEDERAL

Curso Binacionais

Exercicio de Fundamentos Matematicos e Logica e Programaçao

Nome do aluno: ________________________________

Um posto está vendendo combustíveis com a seguinte tabela de descontos:

Álcool	até 20 litros, desconto de 3% por litro
	acima de 20 litros, desconto de 5% por litro
Gasolina	até 20 litros, desconto de 4% por litro
	acima de 20 litros, desconto de 6% por litro

Sabendo que o preço do litro da gasolina é R$ 3,30 e o preço do litro do álcool é R$ 2,90.

a) Qual o valor a ser pago por uma pessoa que comprou 15 litros de gasolina e 30 de álcool?
b) Qual o valor a ser pago por uma pessoa que comprou x litros de gasolina?
c) Determine a fórmula que determina o valor pago pelo álcool.

d) Escreva um algoritmo que leia o número de litros vendidos e o tipo de combustível (codificado da seguinte forma: A-álcool, G-gasolina), calcule e imprima o valor a ser pago pelo cliente.

1ª Avaliação do processo,versão língua portuguesa.

Anexo 2

INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Avançado
Santana do Livramento

Ejercicio de Matemáticas y Lógica y Programación

Nombre: ______________________________

Jayme vive en la ciudad de Puerto Azul. La factura del agua para toda su casa tiene un valor mínimo de $ 9.00 y le asegura un consumo maximo de 10 m³ de agua. Para estimular el ahorro de agua, la intendencia y la empresa de saneamiento establecieron que cuando el consumo supere los 10 m3, se agregarán:

- $ 2.00 por m³, excediente en los primeros 10 m³ de exceso;
- $ 3.00 por m³ excediente de los 20 a 30 m³ de exceso;
- $ 5.00 por metro cúbico para el consumo excediente a 30 m³.

Haga un algoritmo o un programa en C de para la intendencia. Este programa deberá leer el consumo de agua del mes y calcular la factura correspondiente.

2. Modifique el algoritmo para que funcione con cualquier valor x ingresado

```
{  Real y, x;
   Lea (x);
   y = 1 / sqrt(x+2);
   Escriva (y); }
```

Avaliação 3º momento. Versão em língua espanhola

PROJETO EMAPOL - ESTUDANDO MATEMÁTICA PARA AS OLIMPÍADAS

Prof. Dr. André Ricardo Magalhães – Profª M.Sc. Grace D. S. Baqueiro- Profª M.Sc. Maridete B. C. Ferreira - Profª M.Sc. Maria Eliana S.C. Silva
andrerm@gmail.com – gbaqueiro1@yahoo.com.br - marideteferreira@yahoo.com.br - ellianasilva6@gmail.com
UNEB - Universidade do Estado da Bahia - Brasil

Tema: 2 - Resolución de Problemas.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: Medio (11 a 17 años).
Palabras clave: Cenários de Investigação, Formação de Professores, Olimpíada de matemática, Resolução de Problemas.

Resumen

O projeto EMAPOL - Estudando Matemática para as Olimpíadas, surgiu com o intuito de preparar os estudantes de escolas públicas para realização das provas da OBMEP- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. A OBMEP é um projeto mantido pelo IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, que consiste da realização de provas, sendo que a primeira fase é classificatória para a fase final. Os objetivos do EMAPOL são de incentivar aos estudantes o prazer de estudar matemática a partir de uma abordagem crítica da matemática, baseada nos cenários de investigação usados por Skovsmose(2000) além dos estudos de resolução de problemas de Schonfeld(1985). Bem como há o processo de formação dos alunos da licenciatura em matemática da UNEB, atuantes como formadores neste projeto, numa dinâmica de formação cidadã, conforme D'Ambrósio(1999).Os resultados tem sido refletidos nas premiações de Ouro, Prata, Bronze, além de menções honrosas recebidas pelos estudantes participantes.

Introdução

Este artigo relata uma pesquisa de campo com alunos do 6º e 7º ano das escolas da rede pública municipal de Alagoinhas, que investigou até que ponto, o aluno submetido a atividades que envolvem observação e generalização de padrões matemáticos, conseguem melhorar o raciocínio e o seu poder de argumentação, ajudando-os na resolução de questões do tipo da 2ª fase da OBMEP- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Assim, buscamos respostas, que pudessem dar suporte ao projeto de extensão, desenvolvido na UNEB- Universidade do Estado da Bahia, Campus II, que é o ESTUDANDO MATEMÁTICA PARA AS OLIMPÍADAS- EMAPOL. Este projeto promove o aperfeiçoamento dos alunos das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização e suas chances de competição na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, envolvendo docentes e discentes do curso de Matemática, estimulando os mesmos a contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica.

Justificativa

Nas Universidades, os Cursos de Licenciatura em Matemática sofreram profundas mudanças, fundamentadas nas exigências legais da nova LDB de nº 9394/96, onde a nova concepção do currículo se assenta nas seguintes dimensões: Formação Básica, Praticas Educativas e Atividades Complementares. Tais cursos, além de transmitirem os conteúdos necessários à boa formação dos seus alunos, preocupam-se também em fazer com que os discentes vivenciem o máximo possível o ensino da matemática e todas as revoluções que esta sofreu ao longo destes anos. Dentro desta perspectiva, vale ressaltar algumas modificações: os cursos atuais contam com, além de 4 estágios, as atividades extra sala de aula (Simpósios, Congressos, Palestras, etc.) que desenvolvidas pelos alunos são valorizadas e transformadas em carga horária, num total de 200 horas/aula de atividade complementar. O objetivo básico, é desmistificar a Matemática para estes graduandos. Assim, quando estiverem atuando como professores de Matemática, possam traduzir para seus alunos "Uma Matemática viva, uma Matemática que vai nascendo com o aluno enquanto ele mesmo vai desenvolvendo seus meios de trabalho, a realidade na qual ele está agindo" (D'Ambrósio,1999). Por outro lado, a situação do ensino da Matemática, principalmente nas Escolas Públicas, ainda é preocupante. A maioria dos alunos ainda a considera uma matéria difícil e muitos professores não possuem formação adequada e, além disso, não conseguem fazer cursos de capacitação, ficando à margem de todo este processo de mudança. Resultado: a Matemática continua sendo uma mera aplicação de fórmulas, sem ligação nenhuma com a realidade e sem primar pelo raciocínio do aluno. Um reflexo disto é visto nos resultados das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP. Na cidade de Alagoinhas, por exemplo, nos anos de 2005 a 2011, dos quase 1000 alunos que fizeram anualmente a prova da 2ª fase da OBMEP, apenas dois alunos foram contemplados com medalha a nível nacional. O aluno passa a não gostar da matemática, principalmente, quando surgem as notações simbólicas ("as letras"), pois não conseguem abstrair o significado delas. Neste sentido, encontramos pesquisadores na área de Educação Matemática, que enfatizam a importância da Observação e Generalização de Padrões matemáticos, como uma ferramenta metodológica útil, para iniciar o aluno no ensino da Álgebra e Geometria, onde se exige um grau maior de abstração. A observação e Generalização de Padrões matemáticos proporcionam ao aluno estudar matemática de modo significativo, onde ele consegue "ver" e "compreender" os padrões abstratos, que segundo Keith Devlin(2002), são a verdadeira essência do pensamento.

Diante do exposto, professores da área de Matemática do Departamento de Ciências Exatas e da Terra – DCET / Campus II – Alagoinhas, resolveram criar este projeto: Estudando Matemática para as Olimpíadas - EMAPOL.

Através dele, corroboraremos com a nova filosofia do curso, dando aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, a oportunidade de fazer atividades extra-classe e de estudar uma Matemática que exige não apenas conhecimento, mas, principalmente, criatividade, raciocínio e sensibilidade, proporcionando também, tais conhecimentos aos alunos do ensino fundamental (6º e 7º ano) das escolas públicas municipais da cidade de Alagoinhas.

Contexto do Projeto

Este projeto de extensão, já vem sendo executado desde 2008, e entre os diversos conteúdos matemáticos que caem numa prova de olimpíada, focamos nossa pesquisa naqueles que dizem respeito à álgebra. Para isto, iniciamos fazendo uma revisão dos fundamentos da aritmética utilizando os livros: DOMINGUES, Hygino. Fundamentos de Aritmética. HEFEZ, Abramo. Elementos de Aritmética. Coleção Textos Universitários. Também buscamos fundamentação nas pesquisas já publicadas dos estudiosos em Educação Matemática, no que diz respeito ao processo ensino-aprendizagem de conteúdos algébricos, para alunos do ensino fundamental II. Para conhecer quais os conteúdos algébricos que são vistos pelos alunos do 9º ano, fizemos uma pesquisa em livros didáticos adotados nas escolas públicas municipais de Alagoinhas e nos PCN'S. O estudo das questões de olimpíadas foi feito com as provas e banco de questões da OBMEP.

Metodologia do projeto

No Projeto Emapol, a metodologia utilizada é a seguinte: Encontro com os alunos-orientadores(discentes do Curso de Licenciatura em Matemática) com o professor-orientador (Professor do Curso de Licenciatura em Matemática da UNEB/Campus II). Os alunos-orientadores, são responsáveis pela elaboração de listas de exercícios, do material didático e das diversas dinâmicas a serem trabalhadas com os alunos nas escolas. Tudo isto é apresentado ao professor-orientador(Professor da UNEB/Campus

II), em forma de seminário. O professor-orientador é responsável por assistir ao seminário e interferir com algumas correções, caso seja necessário. Num segundo momento, os alunos-orientadores aplicam a dinâmica com os alunos das Escolas Públicas. Nestes encontros, descobrimos que era preciso conhecer mais o perfil dos alunos e professores da rede pública. Assim sendo, adotamos neste projeto a metodologia descritiva exploratória, pois cita Fiorentini & Lorenzato:

> ... pesquisa é exploratória ou diagnóstica quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela. (Fiorentini & Lorenzato, 2006, p. 46).

Com base nos objetivos da pesquisa, foram selecionadas as 5 (cinco) escolas Públicas Municipais de Alagoinhas. A pesquisa foi realizada com alunos do 5º e 6º ano. A escolha dos alunos foi feita na escola. Através de uma *amostragem probabilística aleatória simples*, do total dos alunos da rede pública municipal, aplicamos os questionários a 45 deles. Foram 15 alunos para cada aluno orientador.

Resultados

Para alcançarmos os objetivos do projeto, seguimos os seguintes passos: Realizamos um estudo investigativo nos trabalhos existentes sobre o assunto visando buscar um embasamento teórico; Elaboramos questionários para os alunos, com situações problemas e questões objetivas; Tabulamos os dados dos questionários para analisar e avaliar qual a concepção deles com relação a OBMEP e as dificuldades apresentadas na resolução das questões; Com base nos dados do questionário, elaboramos cursos para serem aplicados aos alunos da rede municipal de ensino da cidade de Alagoinhas. Planejamos as atividades para os cursos, envolvendo o tema observação e generalização de padrões matemáticos, visando uma melhor compreensão e desenvolvimento nas resoluções das questões do tipo da 2ª fase da OBMEP. Em seguida, tabulamos os dados das respostas das atividades propostas para posterior análise e avaliação de até que ponto, os alunos do 6º e 7º ano das escolas da rede pública municipal de Alagoinhas, submetidos a atividades que envolvem observação e generalização de padrões matemáticos, conseguem melhorar o raciocínio e o seu poder de argumentação, ajudando-os na resolução de problemas matemáticos, tomando como base as questões do tipo da 2ª fase da OBMEP- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas

Públicas. Os resultados ainda preliminares já nos demonstram que os mesmos conseguem mobilizar estratégias de resolução que evidenciam a generalização de padrões.

Referencias bibliográficas

- D'Ambrosio, U. (1999). *Educação para uma Sociedade em Transição*. Papirus Editora, Campinas.
- Fiorentini, D; Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. São Paulo: Autores Associados.
- Schonfeld, A. H.(1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Flórida, Academic Press.
- Skovsmose, O. (2000). *Cenários para investigação*. *Revista Bolema*, Nº 14, pp.66-91.
- Valente, J. A. (1997). O Uso Inteligente do Computador na Educação. NIED – UNICAMP. *Pátio - Revista pedagógica*. Ano 1, Nº 1, pp.19-21. Artes Médicas Sul.
- Veloso, E. et al.(2009). *A matemática na formação inicial de professores*. http://www.eduardoveloso.com/pdfs/marprof.pdf. Consultado: 10/11/2009.

A GEOMETRIA ATRAVÉS DA ARTE DO ORIGAMI: APRENDENDO NA PONTA DOS DEDOS

André Ricardo Magalhães - Daniela Batista Santos - Nathana de Almeida Santos
andrerm@gmail.com - dansantosd@yahoo.com.br - nathanasmt@hotmail.com
Universidade do Estado da Bahia-Brasil

Tema: 3. Modelización de la realidad
Modalidade: Comunicação Breve
Nivel educativo: Não especificado
Palavras chave: Dobraduras, Ensino de Matemática, Origami.

Resumo
Este trabalho procura relatar a oficina que foi apresentada no projeto Matemática é Show, realizado em Alagoinhas, Brasil, sobre o origami, que atualmente é muito utilizado como recurso didático e pedagógico para auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos, principalmente os geométricos. Nesse sentido, abordamos vários conceitos geométricos utilizando o origami (arte de dobrar papel e construir diversas figuras), porém com mais ênfase nos sólidos de Platão. As construções eram feitas ao ar livre com os visitantes envolvendo professores, alunos e pessoas que tinham apenas curiosidade em conhecer e aprender construir.Entendemos que o aluno deve ter oportunidade para explorar a geometria em duas ou três dimensões e, para desenvolver o senso espacial dos alunos é preciso oferecer inúmeras experiências com o próprio corpo, com objetos e com imagens. Os resultados foram percebidos através do número de pessoas que procuraram a oficina e o nível de atenção e dedicação das mesmas nas atividades.

INTRODUÇÃO

O papel está em todos os lugares, as nossas vidas se tornariam impossíveis sem embrulhos, cartas, revistas, cartões, pacotes, folhetos, cartazes e jornais. É artigo com baixo custo financeiro e disponível nos mais variados lugares.

Conhecimento, entusiasmo e paciência podem fazer com que o origami, arte de dobrar papel, se torne um grande aliado no processo de ensino e aprendizagem de matemática. No seminário integralizador matemática é show, realizado na Praça Ruy Barbosa na cidade de Alagoinhas – BA divulgamos conhecimentos relacionados a matemática e o origami, que permite a sua confecção em qualquer lugar e com um baixo custo financeiro, um vez sua matéria prima é o papel e que podemos utilizar também o papel reciclável que contribui para a sustentabilidade ecológica.

É interessante ressaltar que atualmente poucos educadores utilizam o origami como um suporte pedagógico na sua práxis. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental – PCN (BRASIL, 1998) a construção do pensamento geométrico deve ocorrer ao longo da educação básica e que a geometria não deve ser vista como um elemento separado da matemática, mas sim uma parte que ajuda a estruturar o pensamento matemático e o raciocínio dedutivo, devendo permitir ao aluno examinar, estabelecer relações e compreender o espaço onde vive.

O ORIGAMI

Origami é uma palavra composta por: oru (dobra) e kami (papel) e consiste na arte de dobrar papel. Esta arte geralmente é iniciada a partir de um pedaço de papel em formato quadrado e não é utilizado nenhum tipo de corte ou colagem. A origem do origami é incerta, embora seja o Japão considerado o berço do origami por trazê-lo e enraizado em suas tradições.

Segundo alguns estudiosos, mencionam Santos e Leonardo (2005), o hábito de dobrar papel é tão antigo quanto a existência da primeira folha de papel. Conta a história que a dobradura do papel tinha propósitos religiosos usados para envolver as oferendas nos rituais xintoístas. No principio era utilizado pelas classes nobres, com o barateamento do papel e sua popularização, o origami começou a ser desenvolvido em atividades recreativas familiares e passado de geração em geração. Entre os origamis utilizados em cerimônia, temos a representação do tsuru (gaivota) que representa paz, proteção, sorte, fortuna e saúde. Dobrar artisticamente também foi uma atividade presente na história ou diversos países como Alemanha e Espanha.

A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA

A geometria é de extrema importância para a vida do homem. Como tudo em matemática. Esta denominação deve a sua origem à necessidade que, desde os tempos remotos, o Homem teve de medir terrenos. O próprio nome nos dá uma ideia disso, já que a geometria é composta de duas palavras gregas: geos (terra) e metron (medida).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio afirmam que:

> O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano [...]. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva

> à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2008, p. 75)

No entanto, a geometria tão importante para a compreensão de outros ramos da matemática e de outras ciências, sendo pouco explorada com os alunos de ensino fundamental e médio. Os PCN's propõem para o ensino da geometria, que o aluno desenvolva a compreensão do mundo em que vive, aprendendo a descrevê-lo, representá-lo e a localizar-se nele, permitindo o estabelecimento de conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Muitas vezes, encontramos o tema Geometria apenas no final dos livros didáticos, sem a exploração dos conteúdos. A falta de preparo do professor em geometria também é um dos motivos que esta área é pouco estudada em salas de aula.

Assim, podemos dizer que o origami pode contribuir de forma positiva para o ensino de geometria na perspectiva supracitada e, além disso, pode integrar outras áreas do conhecimento, a saber: português, história, geografia, dentre outras.

O GRANDE DIA: UM SHOW DE APRENDIZAGEM

O projeto matemática é show, coordenado pela professora Daniela Batista Santos, realizado na Praça Ruy Barbosa na cidade de Alagoinhas- Ba, junto com os alunos de graduação em Matemática da Universidade do Estado da Bahia – UNEB Campus II foi uma iniciativa que teve como objetivo, unir a sociedade e a universidade.

Dentre as várias atividades que foram realizadas com diversos temas, destacamos o origami, que foi trabalhado em torno de vários conteúdos matemáticos, mas principalmente os sólidos de Platão. Por meio do origami modular o qual se baseia na confecção de partes iguais ou módulos que são encaixados para formar cada peça, é possível construir os sólidos platônicos e muitos outros poliedros.

> No Brasil, alguns geômetras têm se dedicado a utilizar a técnica do origami no ensino de matemática, dentre eles, podemos destacar: Carlos Gênova e Imenes que vêm utilizando as várias possibilidades pedagógicas do *origami*, principalmente, no ensino de geometria, no qual já publicaram vários livros, dentre eles temos: *Origami Escrituras em dobraduras de papel*, de Carlos Gênova, publicado em 1996 pela editora Augustus, e *Geometria das dobraduras*, *origami I*, de Luis Márcio Imenes, publicado em 1988, pela editora Scipione. (Santos e Leonardo, 2005, p. 3)

Conforme Santos e Leonardo (2005), várias atividades do cotidiano envolve situações geométricas, que requer a compreensão de alguns conceitos matemáticos. Nesse sentido, o origami trás algumas possibilidades pedagógicas que permeia da geometria à álgebra, e salientamos que os livros de Gênova (1991), Rego (2003) e Imenes (1988) são bons exemplos desses estudos.

Os PCNs trazem ainda que:

> O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhança e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p.56)

Assim, podemos dizer que no desenvolvimento das atividades como origami, o aluno pode desenvolver muitas potencialidades:

- Participação do aluno na construção do seu próprio conhecimento;
- Momentos de exploração do material;
- Motivação pra a concretização da aprendizagem;
- Aquisição de uma maior confiança em expressar e elaborar argumentos pertinentes à ação;
- Favorece a capacidade de raciocinar e justificar seus pensamentos para a solução de problemas;
- Reflexão a cerca das noções matemáticas;
- Concentração e disciplina na execução das atividades;
- Desenvolvimento da coordenação motora fina
- Desenvolvimento de atividades interdisciplinar.

Que está em consonância com ao PCN’s quando afirma que:

> O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (Brasil, 1998, p. 127)

Ao iniciar as pesquisas sobre origami, foi possível perceber que esse seria um recurso muito útil no ensino de Matemática, pois se caracteriza por utilizar materiais de baixo custo, que resultam na apresentação de formas e cores que despertam interesse devido à sua beleza. Além disso, o resultado final da construção de uma dobradura é um material manipulável, que permite ao aluno manusear o objeto em estudo, para analisar suas propriedades e características, possibilitando um incentivo para que os alunos compreendam os conceitos matemáticos e melhorem seu desempenho escolar, rompendo assim as os estudos decoreba para conseguirem aprovações nas avaliações.

ORIGAMI E OS SÓLIDOS DE PLATÃO: DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

Para confeccionar as peças que deram origem aos poliedros, partiu-se de um retângulo seguindo o passo a passo que foram orientados aos visitantes. A depender do poliedro que seria confeccionado os módulos eram diferentes, quando a forma e a posição também.

O icosaedro, o octaedro e o tetraedro eram confeccionados com mesmos módulos, porém com quantidades diferentes. Por sua vez, o cubo e o dodecaedro tinham seus módulos correspondentes. Foram utilizadas folhas de papel oficio de tamanho A4.

Veja abaixo algumas imagens:

Assim, podemos dizer que as atividades desenvolvidas foram bastante proveitosas, conseguindo de forma lúdica e prática construir diversos sólido geométricos aprendendo vários conceitos de matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através dos origamis construídos durante a socialização do projeto seminário integralizador matemática é show, ficou evidente que o origami é um recurso interessante e varia com potencialidade para o ensino de Matemática, de modo que seja possível através dele o aluno aprender com a "ponta dos dedos", manipulando o objeto que será estudado. Ao relembrarmos do cerne da oficina, os sólidos de Platão, podemos dizer que foi possível os alunos compreenderem os elementos, as classificações e as particularidades de cada sólido.

Ressaltamos também que foi possível demonstrar um pouco da riqueza do origami enquanto recurso didático para os educadores que se fizeram presentes. Estes ficaram encantados com essa arte milenar de dobrar papel que é bastante conhecida, mas pouco utilizada para fins pedagógicos, relatando que a partir de então utilizariam na sua práxis.

Referências bibliográficas

Ayture-scheele, Z. (1999). *Dobraduras divertidas origami em cores.* São Paulo: Siciliano.

Bicudo, M A V. (1999). *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Ed. UNESP.

Brasil. (2008). *Orientações curriculares para o ensino médio.* Brasília: MEC/SEB.

Brasil. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Brasília: MEC/SEF.

Chamello, T. (1990). *Brincando com dobraduras.* São Paulo: Global.

Centrurión, M; Jakubovic, J; Lelis, M. (2003). *Matemática na medida certa.* São Paulo Editora Scipione.

Gênova, A C. (1991). *Brincando com tangram em origami*. São Paulo: Global.

Imamura, P; Kanegae, M. (1989). *Origami, arte e técnica da dobradura de papel*. São Paulo: Aliança cultural Brasil.

Imenes, L M. (1988). *Geometria das dobraduras.* Origami I. São Paulo: Scipione.

Matos, K. (2007). *Breve histórico do origami*. www.ferrazorigami.com.br Consultado 05/072012.

Rêgo, R G do; Rêgo, M do; Gaudencio junior, S. (2003). *A geometria do origami: atividades através de dobradura*. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB.

Santos, D B; Leonardo, T. (2005). *Arte de dobrar papel e o ensino da matemática*. Salvador: Faculdades Jorge Amado.

Silva, G N da. (2009). *Origamática: O origami no ensino e aprendizagem de matemática. Trabalho de conclusão de Graduação.* Porto Alegre: Universidade do Rio Grande do Sul. http://hdl.handle.net/10183/18223 Consultado 05/072011.

A MATEMÁTICA ALÉM DO QUADRO E GIZ

André Ricardo Magalhães - Antonia Natanayana Lima Mesquita –
Daniela Batista Santos - Dérisson Aloan dos Santos Barbosa
andrerm@gmail.com - natanayana@hotmail.com -
dansantosd@yahoo.com.br derissonaloan@hotmail.com
Universidade do Estado da Bahia-Brasil

Tema: 3. Modelización de la realidad
Modalidade: Comunicação Breve
Nivel educativo: Médio
Palavras chave: Áreas de figuras geométricas, Figuras geométricas, Manipulativa, Matemática.

Resumo
Objetivamos aqui socializar uma atividade interessante sobre áreas de figuras geométricas planas tendo em vista que maioria das vezes essa temática é abordada em sala de aula somente com a explanação das fórmulas e a aplicação direta. De acordo com Lara (2003) a Matemática é tida por muitos como um "bicho de sete cabeças", em que apenas poucos podem compartilhar desse conhecimento, já que a mesma possui uma linguagem própria geralmente abordada de forma mecânica e sem um significado. Utilizamos como suporte teórico desse relato, Lara (2003), Dante (2003), Fiorentini (2006), dentre outros autores que abordam a importância de termos ensino voltado para formação da cidadania. Podemos dizer que esse trabalho foi proveitoso tendo em vista que muitos professores da educação básica, que participaram relataram gostar e que utilizariam na sua práxis, os alunos saíram satisfeitos por terem aprendido a calcular áreas das figuras geométricas de forma divertida e manipulativa.

Introdução

O projeto Matemática é Show foi idealizado pela docente Daniela Batista Santos, em comemoração ao Dia **N**acional da Matemática, 06 de Maio, instituído pela Lei Federal 3.482/2004. Sendo este o dia do aniversário do professor matemático Júlio César de Mello e Souza, ou Malba Tahan como ficou conhecido.

Há tempos a Matemática é tida por muitos como um "bicho de sete cabeças", onde apenas poucos podem compartilhar desse conhecimento, já que a mesma possui uma linguagem própria. Com isso, este projeto propõe uma visão diferenciada da Matemática, de modo que todos possam aprendê-la, tornando-se assim uma ciência inclusiva, já que como toda ciência a Matemática não vem pronta, mas foi construída pelas necessidades humanas, que a desenvolveram ao longo do tempo.

A Universidade tem um papel importante na sociedade, e deve primar por seus pilares: ensino, pesquisa e extensão, numa perspectiva de difundir o conhecimento. Assim, vislumbramos levar a Matemática para a comunidade de forma lúdica, no intuito de demonstrar sua relevância para o desenvolvimento da sociedade como um todo, já que nas mais variadas situações esbarramos com a necessidade do conhecimento matemático.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), um dos objetivos do ensino fundamental que visa à construção da cidadania é que o aluno seja capaz de:

> Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas ”(BRASIL, 1997, p.51)

Percebemos a importância de trabalharmos a matemática voltada para a formação da cidadania, assim torna-se necessário que a aprendizagem seja contextualizada, de modo que o educando perceba a importância do aprendizado e compreenda como este conhecimento foi construído, perspectiva também defendida por Dante (2003), Fiorentini (2006), Skovsmose (2001), dentre outros teóricos.

Conhecendo o Seminário Integralizador: Matemática é Show

O projeto iniciou em 2010, com a participação dos discentes do 3º semestre do curso de licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), *campus* II, Alagoinhas- BA. No dia 06 de maio de 2010, os referidos alunos apresentaram seus trabalhos no pátio da universidade, onde contamos com exposição dos materiais didáticos construídos pelos mesmos, nesse ensejo tivemos também uma videoconferência com a participação do Prof. Dr. André Ricardo Magalhães.

No ano seguinte, 2011, a docente Daniela Batista com o intuito de levar a Matemática para a comunidade alagoinhense dividiu o projeto em dois momentos: durante o dia na Praça Rui Barbosa, localizada no centro da cidade, e à noite no auditório da Universidade, divisão esta decorrente da greve dos docentes da referida Universidade, tendo o projeto ocorrido no dia 25 de agosto.

Os discentes das disciplinas Didática da Matemática; Tendências em Educação Matemática; Matemática II e Análise e Reflexão Ensino e Aprendizagem em Matemática, ministradas pela docente Daniela Batista, apresentaram seus trabalhos para a comunidade que compareceu em massa, tendo sido esta representada por: professores e alunos da educação pública básica; alunos da rede particular de ensino, entre outros que nos prestigiaram com suas participações, descobrindo o quanto a Matemática está presente no o dia-a-dia e o quanto é acessível a todos.

Os discentes, através da construção de seus próprios materiais, compartilharam por intermédio da exposição, um pouco desse mundo que é a Matemática, através de jogos, tais como: o xadrez; quadrado mágico; desafios; curiosidades; ilusão de óptica, trigonometria, tangram, matrizes, origami e outros. A comunidade teve acesso a esse material e pode assim, junto com os discentes fazer novas descobertas e conhecer um pouco do que é produzido pela Universidade. Na oportunidade, lançamos o 1º Boletim Informativo **Matemática é Show**.
À noite assistimos a uma palestra intitulada: Matemática e cidadania, ministrada pelo Profº Msc. Rafael Neves Almeida, os professores da rede básica de ensino da cidade de Alagoinhas também fizeram-se presente nesse momento, após a palestra assistimos uma apresentação teatral do conto A Divisão dos Vinhos e o Diná Sumido do Livro “O homem que Calculava”, de Malba Tahan, apresentada pelos discentes do 3º semestre do curso de licenciatura em Matemática, ainda contamos com a participação de alguns discentes do curso de Educação Física da UNEB, *campus* II, que apresentaram a Dança do coco, e alunas da rede básica de ensino fizeram uma demonstração da dança do ventre. Logo após, a docente Daniela Batista Santos encerrou o evento e pudemos comemorar a vitória conquistada com muita luta.

A partir de então, começamos a planejar o evento que aconteceria no ano seguinte, 2012. Os desafios seriam grandes, mas já sabíamos que era possível e contamos com a experiência do ano anterior. Em primeiro lugar criamos uma comissão organizadora, formada por alguns discentes de semestres variados do curso de Licenciatura em Matemática.

A programação iniciou no dia 09 de maio, com a participação do Prof. Dr. Jorge Costa do Nascimento, que ministrou a palestra intitulada: Obstáculos Epistemológicos no Cálculo dos Limites, como público tivemos alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Sistema de Informação da UNEB- *campus* II. Ainda no dia 09 tivemos a participação do Museu Itinerante da UNEB, onde pudemos presenciar o lançamento de um “foguete reciclável”.

No dia 10 de maio, em um segundo momento do evento, fomos para a praça Rui Barbosa no intuito de mais uma vez levarmos a Universidade até a comunidade, através de novos desafios, curiosidades, exposição de material etc. Para confirmarmos a interdisciplinaridade contamos com a parceria dos colegas do curso de Educação Física, que mediram o IMC da comunidade presente, além de orientar a sociedade a buscar um estilo de vida mais saudável, para isso utilizaram o Pentáculo do bem-estar.

Estavam presentes representantes da Secretaria de Educação da cidade que deu apoio para que o evento pudesse ser realizado, alunos e alguns professores, que visitaram os stands. Salientamos que estes gostaram muito da apresentação sobre o segredo das formulas de área das figuras planas, ficaram super interessados por descobrirem um jeito simples e lúdico para ensinar alguns conceitos, a qual vamos nos ater um pouco mais.

O Segredo das Fórmulas de Área

Muitas pesquisas são feitas em relação ao Ensino da Matemática, porém o que podemos perceber é que muitas vezes essas pesquisas não alcançam a comunidade de forma prática, um exemplo clássico desta discrepância é o ensino das medidas de área das figuras planas que geralmente acontece da seguinte maneira: o professor desenha no quadro a figura (quadrado, retângulo, paralelogramo...) passa as fórmulas de calcular a área, o aluno copia e decora, muitas vezes consegue lembrar até o dia da prova ou se esquecem de tal forma que se quer lembram que estudaram o assunto. Na prova, o professor pede para que calculem a área de determinadas figuras, porém os alunos muitas vezes não consegue resolver as questões.

De acordo com Lara (2003) a Matemática é tida por muitos como um “bicho de sete cabeças”, em que apenas poucos podem compartilhar desse conhecimento, já que a mesma possui uma linguagem própria geralmente abordada de forma mecânica e sem um significado.

Com isso, no 2º Matemática é Show, trabalhamos com esta temática, levando para a comunidade algumas ideias de como aprender, de forma prática, calcular a área das figuras planas, de maneira que seja possível a construção das fórmulas de modo simples e interessante, o que torna a aprendizagem mais significativa.

Utilizando as formas geométricas (quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, trapézio e losango) em recortes de papel, pudemos manipulá-las de modo que a fórmula fosse construída gradualmente, assim o público visualizava e desenvolvia a fórmula através do que via, não apenas como um conceito pronto.

Muitos professores que participaram desta oficina vislumbraram-se com o fato de construírem as fórmulas, já que alguns não sabiam o porquê das mesmas, apenas sabiam usá-las. E assim transmitiam para os alunos de forma mecânica, um dos professores relata que: “não entendo porque os alunos nunca aprendem as fórmulas, não sei como ensinar este assunto, mas agora com a oficina ficará mais fácil”.

Ao perguntarmos aos alunos se estes sabiam a fórmula para calcular a área do quadrado alguns respondiam: é a base vezes a altura, porém aos mostrarmos um quadrado para os mesmos estes não sabiam indicar o que era a base ou a altura do quadrado, por vezes colocávamos o quadrado em outra posição, apoiado em um dos vértices, o que para o aluno tornava-se outra figura impossível de calcular a área. Outros afirmavam que não sabiam calcular a área do quadrado, apenas decoravam para as provas, depois não faziam a mínima ideia. Propomos então, construir essas fórmulas utilizando as figuras, os alunos ficaram super animados em descobrir o porquê daquelas fórmulas “chatas”, que não faziam nenhum sentido, como muitos afirmaram. De posse dessa nova descoberta, poderiam calcular a fórmula de qualquer figura plana, entretanto agora eles sabiam que ao decompor uma figura em outras é possível calcular a área da figura total, bastando apenas somar a área das partes.

Curiosidades Matemáticas

Além das fórmulas de área, apresentamos alguns outros recursos didáticos para o ensino de matemática simples e interessante, que possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico e a aprendizagem de diversos conteúdos, a saber: múltiplos, divisores, base binária, algoritmo matemático, dentre outros.

Segundo Lara (2003), a abordagem da matemática a partir de desafios e jogos contribui para a aprendizagem de matemática de forma dinâmica a partir do estimulo da curiosidade do aluno. Assim apresentamos alguns jogos, desafios e curiosidades de modo que a comunidade pudesse interagir participando ativamente das atividades, descobrindo que a Matemática também pode ser divertida. Aqui descreverei apenas duas atividades:

- **O adivinho indiscreto**

Esta atividade consiste em adivinhar a idade da pessoa através da tabela que terá números de 1 até 63, fazendo com que ela apenas diga em quais das tabelas a idade está aparecendo e terá um resultado bastante curioso. A aplicação dessa atividade mostrou ao público presente, como foi possível através dos números binários, descobrir a idade do participante. Bastava apenas somar o primeiro número de cada tabela escolhida. Todos os participantes ficaram perplexos.

- **Um truque bem curioso**

Este é um truque bem rapidinho. Matematicamente ele é bem simples, mas para os mais desavisados pode ser bem interessante.

Escreva no papel o número 9. Dobre e peça para que o amigo coloque no bolso, sem olhar. Peça que o amigo escreva a idade dele num papel. Por exemplo, 15 anos.

Peça que ele some com a idade dele o número 90.15+90=105.

O número estará entre 100 e 199. Peça então que o seu amigo desconsidere o 1 da centena. E some este número com a dezena desconsiderando a centena, temos apenas 05=5.

Somando 1 com 5 temos 1+5=6.

Diga ao amigo para olhar o papel. Ali estará o número que ele precisa somar para completar a idade dele. O número 9.

Considerações Finais

Este projeto além de aproximar a Universidade e a sociedade, com a transmissão do conhecimento de forma lúdica, com a linguagem matemática sendo adaptada à realidade da comunidade, é muito importante para a formação dos graduandos. Através deste, pudemos ter contato com o nosso campo de trabalho, a sociedade, assim conhecemos um pouco mais da atual educação e do que a sociedade espera de nós, futuros professores.

Assim, podemos dizer que ações como essas contribuem sobremaneira na formação dos licenciandos, pela oportunidade de poder pesquisar e apresentar a comunidade um trabalho interessante, bem como pela possibilidade de aprofundar os conhecimentos específicos na área.

Referências bibliográficas

Biajoti, E D. (2012). *Dia nacional da matemática*. http://www.profcardy.com/artigos/dia-nacional-da-matematica.php Consultado 20/07/2012.

Brasil. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática.* Brasília: MEC/SEF.

Dante, L R. (2003). *Contexto & aplicações.* São Paulo: Ática.

Fiorentini, D; Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. São Paulo: Autores Associados.

Freire, P.(1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Giovanni, J R; Catrucci, B. (2002). *A conquista da matemática.* São Paulo: FTD.

Lamas, R de C. (2012). *Ensinando área no ensino fundamental*. www.unesp.br/prograd/PDFNE2005/artigos/.../ensinandoarea.pdf Consultado 03/072011.

Lara, I C M de. (2003). *Jogando com a matemática*. São Paulo: Rêspel.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus.

DO TRAÇADO DE CIDADES IMAGINÁRIAS AO ESTUDO DA GEOMETRIA ANALÍTICA: O ÊXITO DE UMA AVENTURA NO DESCONHECIDO

Rafael Montoito, AdrianiMello Felix
xmontoito@ig.com.br, adrianifelix@gmail.com
Instituto Federal Sul-Rio-Grandense IF-Sul, Brasil – Universidade Federal de Pelotas UFPEL, Brasil

Tema: Modelagem da Realidade
Modalidade: Comunicação Breve
Nível: Médio (11-17 anos)
Palavras-chaves: Geometria Analítica. Modelagem. Pesquisa. Linguagem

Resumo
Utilizando a teoria da linguagem de Wittgenstein, para quem o uso da linguagem emerge da cultura e, por isso, seu significado só pode ser entendido pelo uso no interior de algum contexto cultural, propusemos para uma turma do Curso de Edificações (Construciones) que construíssem cidades imaginárias utilizando jogos de computador ou programas gráficos. Divididos em sete grupos, os alunos pesquisaram a existência de tipos diferentes de cidades reais (Cidade Medieval, Cidade Balneário, Capital Administrativa, Centro Cultural, Cidade Universitária, Vila Esportiva e Cidade Futurista) e cada grupo criou sua cidade, apresentando e preservando as principais características daquela pesquisada; posteriormente, na apresentação para a turma, o grupo deveria mostrar qual ponto haviam escolhido para ser o marco zero da cidade e destacar três prédios (ou praças, monumentos etc) principais. Na fase seguinte, pediu-se que cada grupo tomasse uma vista aérea da sua cidade, sobre a qual seria posto um plano cartesiano com a origem no marco zero antes escolhido. A partir daí, trabalhou-se conteúdos de geometria analítica, como o menor traçado entre dois prédios, a posição relativa entre duas ruas, a área dos terrenos etc. Percebeu-se que, como os alunos estavam trabalhando com objetos relativos ao seu curso, o interesse aumentou consideravelmente.

O convite – A viagem ao imaginário

O presente trabalho tem por objetivo não apenas reafirmar a importância da articulação entre a teoria e a prática aplicados às ações no curso Técnico Integrado de Edificações do Instituto Federal Sul-Rio-Grandense (IFSul), Campus Pelotas; tem pretensões muito maiores; convidar os alunos a uma viagem, a fazer novos movimentos em busca de um olhar menos positivista em relação à matemática, de descobrir que não há nada a ser descoberto , mas sim construído *pela* e *na* linguagem. Assim, tomando o conceito de linguagem em Wittgenstein – para quem o significado da linguagem está no uso que fazemos dela –, propomos um trabalho para o quarto semestre do curso de Edificações, trabalho este que convida os alunos a viajar por um universo imaginário de sonhos e fantasias, sem a pressa pelo conteúdo, sem o compromisso de dar certo. Convidamos os alunos a viajar conosco numa aventura que não sabíamos onde iria parar nem como seria o percurso, pois como nos ensina Larrosa (2011):

> na formação não se define antecipadamente o resultado. A ideia de formação não se entende teleologicamente, em função do seu fim, em termos de resultado final que seria sua culminação. O processo da formação está pensado, melhor dizendo, como uma aventura. E uma aventura é, justamente, uma viajem ao não planejado e não traçado antecipadamente, uma viagem aberta em que pode acontecer qualquer coisa, e na qual não se sabe onde vai chegar, nem mesmo se vai se chegar a algum lugar (LARROSA, 2011, p.52).

Entendemos essa aventura como um jogo, representado na construção de uma cidade; aliás, a aventura pode ser vista como um jogo com regras que definem como os espaços serão loteados e utilizados, onde há diversos interesses.

Buscamos nossas referências nos jogos de linguagem de Wittgenstein por entender que, para o autor, a linguagem vista como um *jogo* constitui ou representa diferentes práticas. Dessa forma, observamos que Wittgenstein utiliza a linguagem, apresentando uma teoria onde enfatiza que devemos considerar o uso e não o significado. Para o autor, o significado só pode ser entendido no interior de um contexto cultural, pois a própria linguagem emerge da cultura. As palavras têm sentido e podem ser usadas apenas como parte de um jogo de linguagem, que representam regras estabelecidas por um grupo, e constituem a linguagem do mesmo. Como a linguagem não se dissocia do meio cultural, então não é única, mas constitui diferentes jogos de linguagem. Assim acreditamos que, ao trabalhar a construção de cidades com o curso de Edificações, estamos possibilitando aos alunos que estabeleçam suas próprias regras e, consequentemente, seus próprios jogos de linguagem, dando significado às praticas matemáticas ou relações entre disciplinas que já cursaram até o presente momento.

Informações sobre o território

A proposta do trabalho consistiu em duas etapas básicas: a pesquisa e a construção das cidades e, posteriormente, a matematização das mesmas. A tipologia das cidades foram escolhidas por nós, não num sentido de limitar os alunos, mas por entendermos que seria muito difícil deixar que 38 alunos chegassem a um consenso de quais cidades escolheriam. Dessa forma, apresentamos sete possibilidades de territórios: Cidade Medieval, Cidade Balneário, Vila Esportiva, Cidade Universitária, Centro Cultural, Capital Administrativa e Cidade Futurista. Entendemos esses territórios como representações onde as diversas formas de combinar os espaços, administrá-los, fazer escolhas que constituiriam as cidades etc iam configurando a própria estrutura delas, ou seja, configuravam o "jogo" escolhido para aquela cidade e, ao mesmo tempo, representavam suas regras acordadas pelos grupos. Ancorados no conceito de representação pensamos, ao escolher estes sete territórios, na possibilidade de a pesquisa partir de cidades existentes (não seria esta uma medida obrigatória, mas um suporte de onde começar).

A partir dessas pesquisas, onde cada grupo pôde conhecer melhor o programa de necessidades de cada território, foi elaborado um novo programa (relativamente semelhante ao anterior) que atendesse as características de cada cidade inventada. Nesta etapa, julgamos que o consenso coletivo de cada grupo é que deveria julgar o que fosse necessário para cada cidade, como combinar os lotes, a estrutura viária, os agrupamentos das edificações etc. Nosso objetivo era que cada grupo de "jogadores" compreendessem os princípios como cada espaço se forma e é ocupado, negociando direitos e vantagens, perdas e ganhos. Acreditamos que essa forma de trabalho despertaria o desejo de participar e o prazer de sentirem-se responsáveis pela criação. Não podemos negar que, no começo, as coisas saíram meio tateantes, mas foram aperfeiçoadas ao longo do percurso através de orientações com os professores.

No final desta primeira etapa foi entregue uma pesquisa por escrito com as justificativas de cada escolha, abrangendo programa de necessidades para que tal cidade se tornasse viável, como a população, malha urbana, espaços públicos e privados bem definidos, o construído e o não construído, além de outras informações pertinentes como a parte histórica, cultural, econômica e social etc. A pesquisa foi lida pelos professores e entregue aos alunos com as considerações pertinentes à elaboração do trabalho. A partir desse momento, um propósito mais amplo se constituiu, pois teriam que construir tudo que haviam idealizado em escalas, sustentadas em propósitos mais concretos e "reais", respeitando muitas noções aprendidas no curso de Edificações; isto fez com que alguns grupos tivessem de reelaborar o pré-projeto que, até então, fazia parte do imaginário e não possibilitava sua construção "real".

Em seguida, conhecendo já vários elementos constitutivos de cada cidade, os grupos trabalharam na organização do espaço, apresentando também uma história para a cidade (sua origem, localização geográfica, colonização etc). Era hora de apresentar de uma forma suave o contexto em que cada cidade se "desenvolveu" e também justificar suas opções urbanísticas (a malha viária, distribuição dos prédios, extensão etc), bem como as diferentes tipologias construtivas (como castelo, igrejas, prédios, praças, viadutos, pontes etc). Era hora de "apresentar" a cidade, mostrar aos demais o que suas próprias regras tinham produzido enquanto "jogo". Antecipando a matematização da cidade, pedimos aos grupos que estabelecessem um "marco zero" para a cidade, podendo este ser uma praça, um prédio etc – este "marco zero", mais tarde, se tornaria a origem do plano cartesiano.

Outro resultado bastante importante desta parte de pesquisa e apresentação das cidades é que, tendo cada grupo construído sua cidade "do nada", sentiam-se realmente donos e conhecedores dela, agentes de sua história, passeantes de suas ruas, o que os ajudaria na próxima fase.

O território

As cidades foram criadas em programas gráficos – pois os alunos encontravam-se na metade do curso, facilitando assim a utilização dessas ferramentas, aprendidas nas disciplinas de formação específicas – e em jogos de computador (do tipo The Sims, Sim City etc). Pensamos em diversificar essas escolhas justamente por entender que nessa etapa nenhum vazio urbano deveria ser preenchido sem planejamento, o que não seria possível se as cidades fossem criadas em "desenhos à mão". Cada grupo elencou como gostaria de trabalhar e tivemos os seguintes resultados:

- no programa gráfico *SketchUp*: as cidades Capital Administrativa, Balneário, Universitária e Futurista, além da Vila Olimpica[1].
- em jogos: as cidades Medieval (Age of Empires II) e Cultural (Sim City).

Surpreendeu-nos, e muito, a qualidade dos projetos apresentados, pois a configuração geral do espaço resultou de ótimas sínteses urbanísticas e escolhas adequadas. As propostas de intervenções por vezes investiram em situações complicadas com soluções no limiar entre o imaginável e o fazível, mas essa era a proposta do trabalho: que se trabalhasse com esses símbolos que representam no imaginário de cada grupo a sua cidade. Dessa forma as cidades "Invísives"[2] tornaram-se visíveis.

[1] Problemas na composição do grupo acabaram prejudicando a construção dessa cidade e, por isso, ela não aparecerá nas ilustrações.
[2] Título do livro do italiano Ítalo Calcino

Abaixo mostramos as ilustrações das cidades construídas:

Cidade Medieval

Centro Cultural

Capital Administrativa

Cidade Futurista (imagem 1)

Cidade Universitária

Cidade Futurista (imagem 2)

Cidade Balneário

Matematizando as cidades

A próxima etapa do trabalho foi a matematização da cidade construída: a proposta, já que no semestre corrente os alunos estavam estudando Geometria Analítica, foi aplicar alguns tópicos deste conteúdo àquele universo imaginário, respeitando os variados contextos e universos linguísticos que constituíam cada uma das cidades. Assim, por estar trabalhando no seu universo linguístico, o aluno observou a noção do traçado de uma cidade mesmo que empiricamente, sendo capaz de reconhecer traçados perpendiculares, paralelos e concorrentes. Neste contexto, a compreensão em Matemática implica na capacidade que um sujeito deve ter de mudar de registros o mais naturalmente possível: o emaranhado de ruas e a disposição dos prédios foram traçando a conexão entre a matemática e o conteúdo.

Foi pedido aos alunos que entregassem a planta baixa da cidade em folha A3, transformada em plano de fundo para o sistema cartesiano, o qual deveria ser sobreposto à cidade. A origem do sistema deveria coincidir com o "marco zero" da cidade, escolhido anteriormente, e também era necessário respeitar a escala adotada na construção da cidade. A partir destes referenciais, foi-lhes pedido que marcassem pontos sobre o sistema cartesiano (isto é, sobre o mapa da própria cidade), a fim de resolverem os seguintes problemas:

a) Calcular a menor percurso entre dois prédios importantes, respeitando o percurso através das ruas.

b) Verificar a posição relativa entre duas ruas (que serão tratadas como retas), e deduzir a equação da reta relativa às ruas em questão;

c) Calcular a área de um dos terrenos que contenham um dos prédios principais.

Neste tipo de trabalho, é sempre importante estar atento às "particularidades" que surgem e, tanto professor quanto alunos, devem saber se readaptar. Um caso que podemos citar aqui é que a questão (b) não fazia sentido algum para o grupo da Cidade Medieval, pois seu traçado, igual ao das cidades medievais historicamente construídas, é orgânico, com vielas que se abrem em qualquer ponto, viram em qualquer direção, acabam de repente ou se abrem em várias outras vielas. Como nosso interesse com esta questão era que os alunos estudassem a posição relativa entre retas e escrevessem suas equações respectivas, alteramos, para este grupo, a ordem: pedimos que escrevessem as equações de dois lados da muralha, considerando um ponto em que estes lados se encontravam.

Conclusões

Quando o professor convida os alunos a participarem de um novo jogo, eles vislumbram a oportunidade de experimentar e pesquisar. Quanto mais os alunos experienciam, mais familiar a eles se tornarão diferentes significados – linguagem, imagens, formas – que dependem exclusivamente da situação que estão sendo usados. Assim, nosso intuito foi fazer com que os alunos conseguissem, dessa maneira, atribuir significados no uso dessa linguagem (perpendicular, paralelo, distância, origem etc). Para nossa surpresa, tanto as pesquisas quanto a criação das cidades (a criatividade e as soluções gráficas que os alunos utilizaram na construção delas) foi muito além das nossas expectativas, o que revela que o trabalho foi agradável para todos e que nós, professores, não precisamos ter tudo sobre controle, e sim estar dispostos a acolher e orientar aos alunos e trabalhar com um pouco de imprevisibilidade.

Referências Bibliográficas

LARROSA, Jorge. *Pedagogia profana*: danças, piruetas e mascarados. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

MORENO, Arley. *Wittgenstein Através das Imagens.* 2 ed. Campinas: UNICAMP, 1995.

MORENO, Arley. *Wittgenstein: Os Labirintos da Linguagem: ensaio introdutório.* São Paulo: Moderna, 2000.

WITTGENSTEIN, Ludwig. *Investigações Filosóficas.* 6º ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

LA LITERATURA COMO MOTIVANTE Y OBJETO DE LA CLASE DE MATEMÁTICA

Silvia Cristina Tajeyan – Irene Zapico
stajeyan@yahoo.com.ar , izapico@yahoo.com.ar
I.S.P. "Dr. J. V. González", Buenos Aires y ESB Nº 312 Guernica. Argentina

Tema: 3. Modelización de la realidad
Modalidad: CB
Nivel educativo: Medio
Palabras clave: geometría, álgebra, modelización, literatura,

Resumen
Esta comunicación tiene como objetivo mostrar y compartir cómo se implementó una experiencia de enseñanza de la Matemática en forma interdisciplinaria, con origen en la Facultad de Arquitectura de La Plata buscando propuestas alternativas en la enseñanza de la matemática a sus alumnos y que luego fuera transferida a otros niveles de la enseñanza como en la Escuela de ESB Nº 12 "Carlos Siciliano" de Guernica, Buenos Aires. La Literatura es la motivadora, y con ella se desarrollan una serie de secuencias de aprendizaje matemático tendientes a estimular la investigación en torno a conceptos geométricos. El cómo, implica que el docente promueva en el alumno un aprendizaje profundo en la adquisición de nuevas aptitudes frente a un objeto. Este desarrollo aporta una nueva mirada y percepción, generando en los alumnos un trabajo cooperativo y una mayor confianza en el aprendizaje, produciendo un mayor interés por los nuevos conocimientos y su contextualización. Con los textos de "Las ciudades Invisibles" (Calvino) seleccionados por la docente, los alumnos actúan como creadores aplicando sus conocimientos, aportando imágenes, formas, texturas, partiendo del texto hasta llegar a un modelo que tiene un rigor técnico adecuado al nivel de los conceptos matemáticos puestos en juego.

Introducción.

Esta Comunicación tiene como objetivo mostrar y compartir la implementación de una experiencia de enseñanza - aprendizaje de la Matemática en relación con la Literatura, en la que ésta aparece como motivadora.

Se llevó a cabo una serie de secuencias de aprendizaje tendientes a estimular en los estudiantes la investigación en torno a conceptos geométricos, para ello el docente promueve en el alumno un aprendizaje profundo consistente en la adquisición de nuevas aptitudes frente a un objeto que alteran actos y entendimiento. En este trabajo desarrollado se aporta una nueva mirada y percepción, generando en los alumnos un trabajo cooperativo y una mayor confianza en el aprendizaje, produciendo un mayor interés por los nuevos conocimientos y su contextualización.

Fundamentación.

El trabajo se sustenta en las investigaciones de los españoles Juan Díaz Godino y Carmen Batanero (2000), quiénes explicitan que el fin de la Investigación en Educación Matemática es el estudio de los factores que afectan a la instrucción sobre la Matemática. Estos autores reconocen tres ámbitos o campos de estudio en la Didáctica de la Matemática, como disciplina científica:

a) La acción práctica reflexiva sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

b) La investigación científica, que trata de comprender el funcionamiento del sistema de enseñanza de las matemáticas en su conjunto y de los sistemas didácticos particulares y, en cierta medida predecir su comportamiento.

c) La tecnología didáctica (o investigación aplicada), que se propone poner a punto materiales y recursos, usando los conocimientos científicos disponibles, para mejorar la eficacia de la instrucción matemática.

Entonces, nuestra propuesta se inscribe en este tercer ítem. Sobre él los autores agregan que es prescriptivo, ya que está más comprometido con la elaboración de dispositivos para la acción, y es el campo de actividad propio de los diseñadores de currículos, los escritores de manuales escolares, materiales didácticos, etc.

Los mismos autores enuncian que las soluciones inmediatas que la práctica requiere, en la actualidad, difícilmente podrán surgir de la investigación científica, lo harán de la investigación aplicada. Dentro de ella, nuestro propósito es conectar la Matemática con otras disciplinas para hacer conocer a los adolescentes (a través de las actividades que diseñaremos para el aula) algunas de sus múltiples aplicaciones.

En este ejercicio realizado, se trabajó de manera que los alumnos resignificarán un texto que, desde su autor y su obra literaria misma, permiten una multiplicidad de significados.

A partir de lo escrito en un cuento que describe una ciudad imaginaria y usando los conceptos matemáticos, se buscó un diseño de ciudad o un espacio arquitectónico comenzando con la propia interpretación de cada uno de los grupos de alumnos frente al texto, y estaba pensado en el entramado entre la Literatura, la Matemática y el Diseño.

En el proceso educativo los contenidos de diversa índole deben relacionarse entre sí para potenciar el razonamiento y el espíritu reflexivo, crítico y creativo del alumno; adherimos a lo enunciado por Valiente Barderas (2000): la educación no es un mero acto de otorgamiento de conocimientos; es una actividad integral que provoca el desarrollo de capacidades, de habilidades y de destrezas que llevan a la transformación del sujeto educante y del educador.

La Matemática es una poderosa herramienta que describe, explica, predice (y hasta estima el error cometido) modelizando distintos fenómenos. Sus conceptos, métodos y estructuras son aplicables a muy diferentes segmentos de la realidad y contribuyen a comprenderla mejor. Estos aspectos deben estar presentes en las clases de Matemática. Entonces los creadores son los alumnos al poner en práctica sus conocimientos cuando utilizan las formas geométricas al imaginar la ciudad, y generan imágenes que tienen además de la forma, una textura y hasta colores desde una visión matemática, que les posibilita un producto final con las maquetas y diseños, pero permite al docente el pie para comenzar un proceso de conocimiento espiralado mucho más rico y significativo, puesto que se logra llegar a un modelo que tiene un rigor técnico matemático adecuado al nivel educativo del alumno

Durante el trabajo el estudiante toma conciencia de formular y resolver, reconocer errores y subsanarlos, es así que nuestra disciplina aparece ante los ojos de nuestros jóvenes alumnos como algo con un sentido, como un producto del hombre, por ende la Matemática se convierte en un instrumento creativo consciente, que nos provee de reglas para realizar una lectura de la realidad y operar sobre ella. Nos parece acertado promover en nuestros alumnos el descubrimiento del placer de hacer matemática (resolver; demostrar; encontrar soluciones a situaciones problemáticas, manipular el espacio en dos y tres dimensiones) y del placer que otorga el conocimiento en general, adquiriendo las capacidades de razonar, relacionar, compartir, cuestionar, integrar, argumentar, criticar, confrontar, comunicar , y hasta lograr el uso de medios tecnológicos junto con los objetos tradicionales en el aula.

Para lograrlo no basta la formación académica específica, interesa muchísimo la actitud del docente hacia sus alumnos, hacia la Matemática y hacia el saber en general.

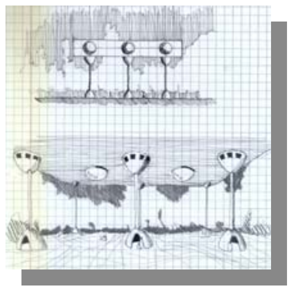
Como no es posible aventurar qué contenidos serán necesarios o útiles a nuestros alumnos dentro de veinte o treinta años, lo que debemos transmitirles es el amor al conocimiento; que será una llave para su futuro. Dicho amor debe ser cultivado por el docente para brindarlo a sus discípulos; obviamente, no es posible transmitir lo que no se posee.

Propuesta.

Se presentan a continuación, algunos de los trabajos prácticos llevados a cabo con el cuento “Las ciudades y los ojos. 3” de Las ciudades invisibles de Italo Calvino, con un breve vistazo primero en el nivel universitario y el segundo en el tercer ciclo de la EGB que nos interesa en este caso.

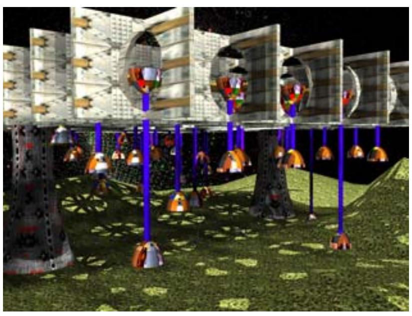
A.- En la Facultad de Arquitectura y Urbanismo. UNLP

El tema Superficies en 3D, en el segundo año de la Cátedra de Matemática se implementó como una adecuada motivación, pues los alumnos le dan un mero valor instrumental muy lejano al verdadero propósito de la Matemática a en la currícula de la carrera. Con un abordaje aplicacionista, la actividad la inicia Enrich (2003) al proveer a los alumnos una guía de trabajo con la correspondiente fundamentación teórica y los textos de los cuentos seleccionados por la cátedra, participando docentes de las tres disciplinas involucradas: Literatura, Matemática y Diseño, para mostrar la interdisciplina en acción.



Los alumnos agrupados en equipos de hasta seis miembros, seleccionan uno de los cuentos y comienzan a desarrollar las actividades propuestas en la guía en forma individual: interpretando y diseñando un tipo de ciudad o un espacio arquitectónico sin dejar la matemática. Boceto, es la primera interpretación semántico-formal del espacio imaginado a partir del texto, con el fin de proponer figuras, formas, volúmenes y colores en consonancia con lo sugerido por el cuento.

Ahora el grupo con la guía de los docentes, discute las diferentes alternativas individuales y le da forma a un diseño que los representa como equipo en forma digital (en este caso) o a mano alzada. Se trabaja con cada docente –de Matemática y de Diseño- hasta definir todos los detalles, de allí surge el diseño definitivo.



Luego del diseño definitivo, se plantea la resolución de ejercicios y problemas que involucren el uso de conceptos matemáticos, cada grupo defiende su proyecto y las soluciones encontradas a los problemas propuestos como parte de la evaluación de su trabajo.

Así, por ejemplo: partiendo de la selección de algunas de las superficies diseñadas por el alumno, se le propone la resolución de ejercicios tales como:

a. Escribir las ecuaciones canónicas de cada una de ellas.
b. Determinar intersecciones con planos paralelos a planos coordenados
c. Determinación de intersecciones entre diversas superficies.
d. Proposición de cambios al diseño presentado que requieran de rediseños específicos.

En algunos casos se propone cálculo de volúmenes o de superficies de determinados recintos, así como la resolución de alguna problemática relacionada con el diseño llevado a cabo por el equipo.

Durante el proceso de diseño se puede recurrir al uso de collages, dibujos, fotos y otros métodos de representación, con el fin de hilar una urbe alternativa y abstracta, un espacio subjetivo. Superficies cuádricas, superficies complejas, etc. son algunos elementos que conformarán la obra. Se trata de modelos representados y desarrollados subjetivamente; especulaciones visuales, arquitectónicas y territoriales que sin tener una estricta teoría espacial, se pretende que posean un profundo rigor técnico a nivel de conceptos matemáticos.

La ciudad o el espacio análogo de cada grupo, estará representada en forma tridimensional, por lo que se podrán realizar dibujos volumétricos, representaciones digitales, simulaciones tridimensionales o maquetas donde se exhibirán algunas complejidades urbanas o espaciales.

B.- En una Escuela de EGB de la provincia de Buenos Aires.

A partir de la experiencia de la Ingeniera Susana Enrich se acuerda con la Profesora Irene Zapico y su equipo, perteneciente a la Unidad Interdepartamental de Investigaciones del Instituto Superior del Profesorado “Joaquín V. González” de la Ciudad de Buenos Aires, implementar la experiencia en una escuela de nivel medio.

En la Escuela de EGB Nº 12 “Carlos Siciliano” de Guernica, Pcia de Buenos Aires, se llevó a cabo la experiencia con la Profesora Silvia Tajeyán, con un curso del 8º año (13 años).

Haciendo la trasposición de conocimiento se efectuaron las adaptaciones necesarias debido al cambio de nivel, aunque la elaboración en forma conjunta de las consignas se vio facilitada porque, en muchos aspectos, se comparten los enfoques didácticos con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en por la Ing. Enrich y la Prof. Zapico.

Se presentó a los alumnos de 8º año, los mismos textos de Ítalo Calvino que también fueron utilizados en el nivel universitario. Ellos son: Las ciudades y los ojos 1, Las ciudades y los cambios 5 y Las ciudades y los ojos 3.

Con respecto a los contenidos se les indicó que utilizaran todas las figuras y cuerpos geométricos que conocieran para luego implementar ejercitación específica en función de sus elecciones.

Implementación de la propuesta.

Se destaca que:

Los alumnos trabajaron con gran interés y entusiasmo y de manera cooperativa, sobre conceptos de Geometría, a partir de una propuesta no tradicional.

Parte del trabajo se desarrolló fuera del aula.

Tiempo de realización en cuatro etapas de dos días cada una aproximadamente. .

Trabajo participativo y cooperativo con la docente de Plástica.

Mostraron una gran imaginación y creatividad para incluir múltiples y diferentes entes geométricos en el diseño de la ciudad.

Se debían incluir en los trabajos: Movimientos en el plano (Valdrada) Figuras geométricas (Smeraldina) Cuerpos geométricos (Bauci)

Entre las técnicas previstas: dibujar y pintar con lápiz, marcador, témperas, etc. Utilizar la técnica de collage Emplear fotos. Todo otro material que le guste al alumno y/o crea conveniente.

Se plasmaron: techos triangulares, tanques de agua cónicos, un lago cuadrado y una casa con forma de prisma de base pentagonal, caminos sinusoidales, puentes semicirculares (por ejemplo)

Uso de materiales que consideraron apropiados y que estaban a su alcance: toda clase de papel, cartón, cajitas diversas (de remedios, de perfumes) cilindros interiores de rollos de papel higiénico, lápices, temperas, marcadores, goma de pegar, telgopor, ramitas, tierra, semillas, maderitas, fósforos usados, hilos diversos.

Incorporaron sus preferencias o gustos particulares, como una cancha de fútbol con el escudo de San Lorenzo y un reloj.

La actividad posterior, de contestar preguntas y resolver ejercicios, sobre las maquetas por ellos mismos confeccionadas, cobró un sentido que los hizo trabajar conservando las ganas y el entusiasmo desplegados en la primera parte del trabajo. Superficies y volúmenes, buscar simetrías y correspondencias, sobre el material creado por ellos, fue una experiencia interesante, enriquecedora y favorable para sus conocimientos de

Geometría (algunos manifestaron haber realizado "descubrimientos" sobre conceptos ya estudiados pero no del todo comprendidos). Clasificar cuerpos y figuras, medir, calcular.

Facilitó entender nuevos conceptos: cuerpos de revolución y cómo se generan.

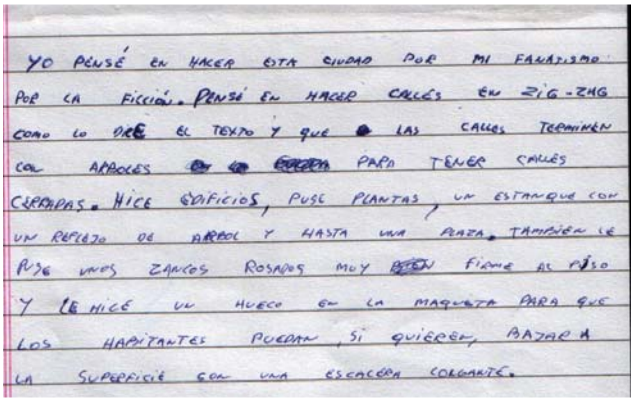
Llamó la atención la similitud existente entre los dos niveles (media y superior) e cuanto a la distribución del espacio y también que la elección del texto recayera en "el más corto" en cuanto a la cantidad de renglones.

A continuación, se presentan imágenes los alumnos y algunos de sus trabajos que muestran parte de los resultados obtenidos.

Bocetos de alumnos

Boceto de alumnos

Justificación de la idea de la ciudad


YO PENSÉ EN HACER ESTA CIUDAD POR MI FANATISMO POR LA FICCIÓN. PENSÉ EN HACER CALLES EN ZIG-ZAG COMO LO DICE EL TEXTO Y QUE LAS CALLES TERMINEN CON ÁRBOLES PARA TENER CALLES CERRADAS. HICE EDIFICIOS, PUSE PLANTAS, UN ESTANQUE CON UN REFLEJO DE ÁRBOL Y HASTA UNA PLAZA. TAMBIÉN LE PUSE UNOS ZANCOS ROSADOS MUY FIRME AL PISO Y LE HICE UN HUECO EN LA MAQUETA PARA QUE LOS HABITANTES PUEDAN, SI QUIEREN, BAJAR A LA SUPERFICIE CON UNA ESCALERA COLGANTE.

Maqueta de alumnos

Texto más elegido.

Las ciudades y los ojos. 3 - Bauci

Después de haber marchado siete días a través de boscajes el que a Bauci no consigue verlas, y ha llegado. Los finos zancos que se alzan del suelo a gran distancia uno del otro y se pierden sobre las nubes sostienen la ciudad. Se sube por escalerillas. En tierra los habitantes rara vez se muestran: tienen todo lo necesario arriba y prefieren no *bajar. Nada de la ciudad toca el suelo salvo las largas patas de flamenco en que se apoya, y en los días luminosos, una sombra calada y angulosa que se dibuja en el follaje.*

Tres hipótesis se enuncian sobre los habitantes de Bauci: que odian la tierra; que la respetan al punto de evitar todo contacto; que la aman como era antes de ellos, y con larga vistas y telescopios apuntando abajo no se cansan de pasarle revista, hoja por hoja, guija por guija, hormiga por hormiga, contemplando fascinados su propia ausencia.

Referencias bibliográficas.

Valiente Barderas, S. (2000). Didáctica de la Matemática. Madrid: La Muralla.

Calvino, I. (1983) Las ciudades invisibles. Barcelona: Minotauro.

Enrich. R, Carnicero, A, Fornari. G. (2003)¿Qué hay detrás del espejo? 47 AL FONDO (Revista de la FAU_UNLP) Nº 10, 59-61

Gardner, H. (1995) Inteligencias Múltiples. La Teoría en la Práctica. Barcelona: Paidós..

Díaz Godino, J., Batanero, C (2000). Contenidos teóricos y metodológicos para la formación de investigadores en Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España

Litwin, E. (1992) Evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo Buenos. Aires: Paidós.

Senge, P y otros. (2001) Escuelas que aprenden. Bogotá : Grupo Editorial Norma.

Valiente Barderas, S. (2000). Didáctica de la Matemática. Madrid: La Muralla.

Zapico, I. Serrano G. y otros (2000) Integración de áreas para el mejoramiento de la enseñanza de la Matemática.. Informe Final, Unidad Interdepartamental de Investigaciones, ISP “Dr. J. V. González”. Buenos Aires.

Zapico I., Tajeyan G. y otros (2006) Matemática en su salsa. Buenos Aires: Lugar Editorial.

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA REVISÃO DE PESQUISAS

Helena Noronha Cury – Eleni Bisognin – Vanilde Bisognin
curyhn@via-rs.net – evbisog@terra.com.br – vailde@unifra.br
Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Brasil

Tema: Modelación de la realidad
Modalidad: CB
Nivel educativo: no especifico
Palabras clave: Modelagem Matemática, Pesquisas, Estado da Arte

Resumo

Ao orientar trabalhos que empregam Modelagem Matemática como abordagem de ensino, é necessário conhecer a produção acadêmica sobre o tema. Dessa forma, realizamos uma pesquisa com o objetivo de fazer um levantamento sistemático de dissertações ou teses da área de Ensino de Ciências e Matemática, relacionadas com esta abordagem. Baseamo-nos em trabalhos que investigaram estado da arte da pesquisa em uma determinada área, como os de Megid Neto (1999) e Fiorentini et al. (2002). Para a coleta dos dados, foi utilizada uma ficha, na qual foram digitados os elementos identificadores, as palavras-chave, os objetivos, os autores que fundamentam as análises, o nível de ensino e os conteúdos matemáticos abordados. Determinamos a lista dos principais autores citados nas revisões de literatura, bem como os conteúdos que mais se adaptam ao trabalho com modelagem. Os dados a serem apresentados podem contribuir para trabalhos com essa abordagem, oferecendo um panorama geral do assunto.

Introdução

A orientação de trabalhos de conclusão de curso, de Graduação ou de Pós-Graduação, exige que os orientadores estejam atualizados em termos de metodologias de pesquisa e ensino, bem como de produções que tenham sido apresentadas em artigos, comunicações, dissertações ou teses, na área em questão.

Trabalhando em um curso de Licenciatura em Matemática e na Pós-Graduação em Ensino de Física e de Matemática, em nossa Instituição de Ensino Superior, temos orientado muitos trabalhos sobre o uso de Modelagem Matemática no ensino. Assim, com o objetivo de conhecer as dissertações e teses defendidas nos Programas de Pós-Graduação da área de Ensino de Ciências e Matemática[1], fizemos um levantamento sistemático de dissertações e teses disponibilizadas nos *sites* dos respectivos Programas, desde sua criação, em 2000, até o mês de março de 2011. Foram listadas 1350 dissertações ou teses, das quais indicamos título, autor, ano de titulação e palavras-chave.

[1] No Brasil, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) divide os cursos de Pós-Graduação *stricto sensu* (mestrado e doutorado) em áreas; o programa de Pós-Graduação em que atuamos, na UNIFRA, está alocado na área de Ensino de Ciências e Matemática.

Para trabalhar com as produções que envolvem a Modelagem Matemática, buscamos aquelas que têm, no título ou nas palavras-chave, a palavra "Modelagem" e encontramos 64 trabalhos, sendo quatro teses e 60 dissertações.

Nesta comunicação, apresentamos os dados obtidos com esse levantamento e exemplos de uso da Modelagem em vários níveis de ensino.

Procedimentos metodológicos

Trabalhos sobre o estado da arte da pesquisa em uma determinada área têm sido realizados, no Brasil, em especial os relacionados à Educação Matemática; como exemplo, citamos o de Megid Neto (1998), que investigou as tendências da pesquisa acadêmica sobre ensino de Ciências, e o de Fiorentini e colaboradores (2002), que fizeram um levantamento de pesquisas sobre a formação do professor de Matemática.

Em relação à Modelagem Matemática, encontramos a dissertação de Silveira (2007), que fez um mapeamento de produções sobre Modelagem Matemática até 2005 e a de Beltrão (2009), que buscou investigar os trabalhos que empregaram a Modelagem Matemática para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

Em geral, essas investigações fizeram uso de fichas para apontamento dos dados, nas quais nos baseamos para criar um instrumento de pesquisa no qual foram indicados o título da dissertação ou tese, autor (a), ano de defesa, orientador(a), palavras-chave, nível de ensino, rede escolar, conteúdos matemáticos envolvidos e teóricos que fundamentaram o trabalho.

Após o fichamento das 64 produções, foram realizadas contagens de cada item escolhido para a pesquisa e os resultados foram apresentados em quadros, tabelas ou gráficos. Após a obtenção desses dados, tecemos algumas considerações e destacamos, como exemplos, algumas modelagens realizadas.

Os dados obtidos com a investigação

Os 64 trabalhos catalogados provêm de Programas de Pós-Graduação existentes em quatro das cinco regiões brasileiras, só não tendo sido localizado qualquer produção da região Centro-Oeste. A existência de um maior número de trabalhos nas regiões Sudeste (20) e Sul (31) justifica-se pelo maior número de Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática nessas duas regiões e, também, pela presença, nos cursos, de pesquisadores que têm a Modelagem Matemática como foco de suas investigações.

Nota-se, também, que vem aumentando o número de defesas de trabalhos sobre Modelagem Matemática, conforme é indicado na Tabela 1:

Tabela 1 – Distribuição por ano dos trabalhos defendidos

Ano	**N. de trabalhos defendidos**
2002 |-| 2004	8
2005 |-| 2007	27
2008 |-| 2011	29
Total	**64**

Os trabalhos defendidos nas diferentes Instituições foram orientados por 29 doutores, sendo que, no Quadro 1, são apresentados aqueles que tiveram maior número de orientandos:

Orientadores	**Número de trabalhos orientados**
Lourdes Maria Werle de Almeida (UEL)	11
Adilson Oliveira do Espírito Santo (UFPA)	10
Marcelo de Carvalho Borba (UNESP)	4
Marilaine de Fraga Sant´Anna (UFRGS)	4
Eleni Bisognin (UNIFRA)	3
Vanilde Bisognin (UNIFRA)	3

Quadro 1 – Número de trabalhos por orientador

Também nos preocupamos em catalogar as palavras-chave, tendo sido citadas 231 palavras; as mais usadas estão indicadas no Gráfico 1:

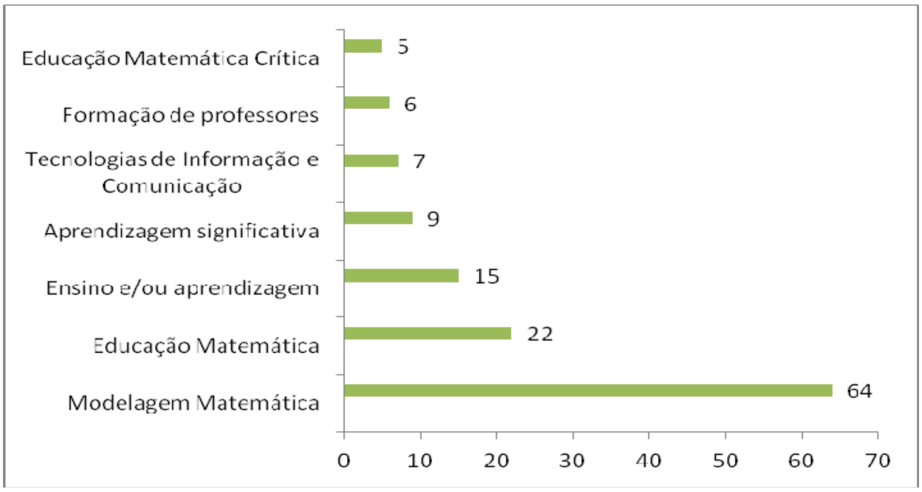


Gráfico 1 – Principais palavras-chave

Vemos que a expressão “Modelagem Matemática” foi citada em todos os 64 trabalhos, mostrando que os pesquisadores, efetivamente, enfocam essa abordagem metodológica em suas investigações. Já os participantes das pesquisas foram alunos de Ensino Fundamental, Médio ou Superior, bem como professores de Matemática da educação básica. O número de participantes de cada tipo está indicado no Gráfico 2, sendo que a expressão "Não se aplica" indica aquelas pesquisas bibliográficas, realizadas sobre livros ou outros textos.

Já o tipo de estabelecimento em que foram realizadas as investigações se distribuíram entre público e privado, com grande predominância da rede pública, como se vê no Gráfico 3.

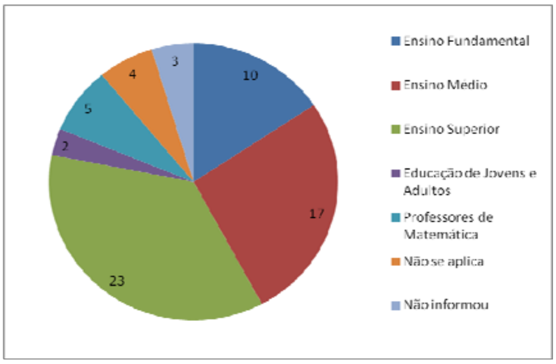


Gráfico 2 – Número de participantes

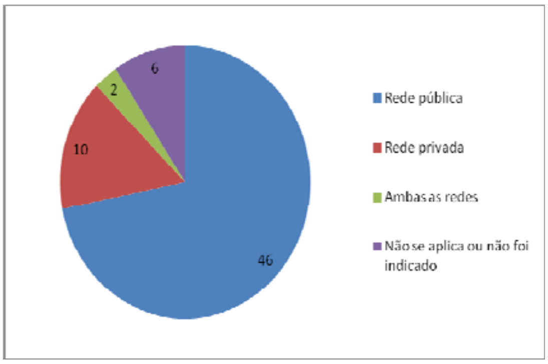


Gráfico 3 – Distribuição de participantes pelas redes

Os conteúdos envolvidos nas modelagens realizadas são bastante variados; em alguns casos, como nas pesquisas sobre concepções de professores a respeito da Modelagem ou naquelas que fizeram análise bibliográfica, não há conteúdo matemático focalizado. Os principais tópicos citados nas 64 dissertações ou teses estão apresentados no Gráfico 4:

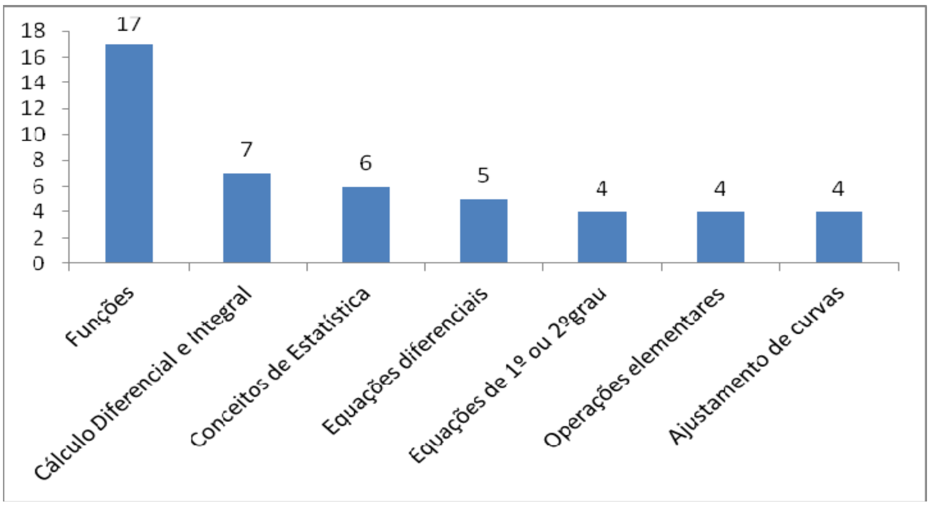


Gráfico 4 – Principais conteúdos matemáticos abordados nas modelagens

As investigações foram fundamentadas teoricamente em uma quantidade muito grande de autores. Destacamos aqueles que foram indicados nos capítulos de Fundamentação Teórica ou Revisão de Literatura e, nesta comunicação, são apresentados apenas os que foram citados em mais de 10 dissertações ou teses. Cada autor foi destacado individualmente, sendo que em alguns casos a obra citada é uma produção conjunta com outro teórico. A listagem desses autores, considerados básicos para a área de Modelagem Matemática nessas produções brasileiras, são apresentados no Quadro 2.

Teórico	**Número de produções em que foi citado**
Rodney Bassanezi (Universidade federal do ABC)	53
Jonei Cerqueira Barbosa (Universidade Federal da Bahia)	49
Maria Salett Biembengut (Fundação Universidade Regional de Blumenau/Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul)	38
Ubiratan D´Ambrósio (Universidade Bandeirante do Brasil)	34
Ole Skovsmose (Universidade de Aalborg, Dinamarca)	25
Dionísio Burak (Universidade Estadual de Ponta Grossa)	17
Marcelo de Carvalho Borba (Universidade Estadual Paulista, Rio Claro)	16
Lourdes Maria Werle de Almeida (Universidade Estadual de Londrina)	16
Paulo Freire	11
Gabriele Kaiser (Universidade de Hamburg, Alemanha)	11

Quadro 2 – Teóricos com mais de 10 citações nas produções

Rodney Bassanezi é um dos precursores da Modelagem Matemática no Brasil. Suas primeiras experiências com este método aconteceram na década de 80, ao ministrar cursos de especialização utilizando Modelagem Matemática, em diferentes instituições brasileiras. Fruto dessas experiências, o autor elaborou um livro (Bassanezi, 2002) no qual são apresentados diferentes modelos matemáticos que podem ser trabalhados em qualquer nível de ensino.

O professor Jonei Barbosa defendeu, em sua tese de doutorado, algumas ideias da corrente sociocrítica na Modelagem e tem nas ideias de Paulo Freire e Ole Skovsmose a fundamentação para os seus trabalhos.

Já Ubiratan D´Ambrósio é um pesquisador conhecido em todo o mundo, pela concepção de Etnomatemática e por muitos trabalhos sobre Modelagem; suas ideias foram assimiladas por muitos dos investigadores brasileiros da área de Educação Matemática. Também se salienta, como influência internacional, o nome de Gabriele Kaiser, que, em conjunto com outros investigadores, estabeleceu uma classificação para os tipos de pesquisa em Modelagem Matemática. (Kaiser & Sriraman, 2006).

Exemplos de trabalhos que envolveram Modelagem Matemática

Pela exiguidade do espaço para apresentação desta comunicação, optamos por exemplificar quatro estudos, por nós orientados.

1º) A dissertação de Machado (2006), que trabalhou com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental de uma escola rural do interior do rio Grande do Sul. O problema que afetava os alunos (e seus pais) era o transporte escolar. Assim, os alunos fizeram uma pesquisa para verificar o número de usuários, por série, nos ônibus disponibilizados pela Prefeitura do município e, de posse dos dados, calcularam as percentagens, por série, e aprenderam a representar os dados em gráficos de setor, discutindo, também, o cálculo dos ângulos para representar os setores nos gráficos. Além da aprendizagem de conteúdos de Matemática elementar, os alunos também entrevistaram um policial rodoviário e puderam discutir as condições dos ônibus escolares e reivindicar melhorias no transporte.

2º) A dissertação de Chaves (2006), que trabalhou, com alunos do Ensino Médio, dados sobre o uso do álcool por jovens de um determinado município do Rio Grande do Sul. Com base em um estudo epidemiológico sobre consumo de álcool por estudantes do referido município, foi constatado que nos últimos anos o percentual de alunos do Ensino Médio que usaram álcool tem aumentado 10% a cada ano; além disso, em 2000, 11.000 estudantes desse nível de ensino foram usuários de álcool. Assim, a investigadora solicitou aos participantes da pesquisa que fizessem uma previsão para o número de usuários de álcool nos anos de 2005, 2010, 2015 e 2020, caso a taxa de consumo permanecesse constante.

Com discussão em sala de aula e auxílio da professora-pesquisadora, foi possível chegar a uma função exponencial, $U(t)=11.(1,1)^t$, que é o modelo matemático que representa o número de usuários do Ensino Médio (em milhares), em função de t (anos), considerando t=0 para o ano 2000. Além da lei da função, os alunos também utilizaram o software Excel para visualizar o seu gráfico.

3º) A dissertação de Stieler (2007), que trabalhou com grupos de alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática, com vários temas propostos pelos próprios estudantes. Entre esses, citamos o transporte urbano na cidade em que foi realizado o trabalho. Foram levantadas várias questões que serviram de subsídios à exploração do tema. A primeira questão foi relacionada ao lucro mensal, considerando o preço da passagem na época. O lucro foi descrito por um modelo linear envolvendo as variáveis taxa de lucro e total arrecadado. Um segundo modelo foi construído para obter o lucro mensal, considerando-se o número de passageiros que não pagam o valor integral da passagem. Uma terceira questão foi colocada: considerando o lucro do dono da empresa e o número de usuários, qual deveria ser o preço da passagem? Essas perguntas problematizadoras deram origem aos modelos matemáticos utilizados para respondê-las.

4º) A dissertação de Sonego (2009), que trabalhou com o tema "Plantação de Arroz", com alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Sendo professora de uma escola pública de uma cidade do interior do Rio Grande do Sul, numa comunidade em que a maioria dos alunos são filhos de agricultores, este tema foi escolhido pela familiaridade dos participantes da pesquisa com a atividade. Em seu trabalho, a autora utilizou a Etnomatemática e a Modelagem Matemática para estudar a Geometria Espacial. Foram trabalhados conceitos geométricos relativos ao volume e área superficial a partir da análise de utensílios utilizados para armazenamento do arroz, tais como o graneleiro e o silo, entre outros. Os modelos obtidos pela autora nesse trabalho foram representados por figuras geométricas espaciais.

Considerações finais

A investigação realizada, tendo como resultado o levantamento dos dados das 64 dissertações ou teses, permitiu-nos ter uma visão geral sobre o que está sendo investigado em relação à Modelagem Matemática, nos diferentes Programas de Pós-Graduação do Brasil. Assim, além de contar com um acervo de arquivos com as produções acadêmicas, ainda temos sugestões para reaplicação de vários estudos, abordando conteúdos variados e compatíveis com os diversos níveis de ensino.

Também é possível aproveitar esses dados em cursos de formação inicial de professores de Matemática, para os quais a Modelagem Matemática ainda é uma abordagem que desperta tensões em sua aplicação em sala de aula.

Referencias bibliográficas

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.

Beltrão, M. E. P. (2009). *Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e aplicações: teoria e prática*. (Tese inédita de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, BR.

Chaves, C. M. S. (2006). *Modelagem Matemática e o uso do álcool e do cigarro: uma forma de contextualizar a matemática*. (Tese inédita de Mestrado). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, BR.

Fiorentini, D. et al. (2002). Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. *Educação em Revista*, 36, 137-160.

Kaiser, G. e Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modeling in mathematics education. *ZDM*, 38 (3), 302-310.

Machado, E. S. (2006). *Modelagem Matemática e resolução de problemas*. (Tese inédita de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, BR.

Megid Neto, J. (1999). *Tendências da pesquisa acadêmica sobre o ensino de Ciências no nível fundamental*. (Tese inédita de Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, BR.

Silveira, E. (2007). *Modelagem matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações*. (Tese inédita de Mestrado). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Paraná, BR.

Sonego, G. V. (2009). *As contribuições da Etnomodelagem Matemática no estudo da geometria espacial*. (Tese inédita de Mestrado). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, BR.

Stieler, M. C. (2007). *Compreensão de conceitos de Matemática e Estatística na perspectiva da Modelagem Matemática: caminhos para uma aprendizagem significativa e contextualizada no ensino superior*. (Tese inédita de Mestrado). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, BR.

SITUAÇÕES COTIDIANAS GEOMETRIZADAS: LEVANDO A MATEMÁTICA A SOCIEDADE

André Ricardo Magalhães - Daniela Batista Santos –
Everton dos Santos Avelar - Fabisson Bispo De Oliveira
andrerm@gmail.com - dansantosd@yahoo.com.br -
eveavelar13@hotmail.com - Fabison-bispo@hotmail.com
Universidade do Estado da Bahia-Brasil

Tema: 3. Modelización de la realidad
Modalidade: Comunicação Breve
Nivel educativo: Não especificado
Palavras chave: Conceitos Geométricos, Ensino de Geometria, Maquetes

Resumo

Este artigo demonstra a importância do uso de maquetes para compreensão da matemática. A partir das atividades do Projeto Matemática é Show, realizado na cidade de Alagoinhas, Brasil, discute sobre importância da geometria, pois é através da construção do conhecimento geométrico que o aluno desenvolve uma serie de habilidades como: a percepção espacial, a capacidade de descrever, medir, dimensionar analisar e transformar figuras, bem com objetos presentes na vida. Nesse sentido, ressaltamos a importância da geometria no projeto Matemática é Show em que abordamos diversas figuras relacionadas com o cotidiano, como por exemplo, a maquete da Praça Rui Barbosa local onde foi realizado o projeto, miniaturas de cancelas, bancos construídos com pedaços de madeira onde abordávamos as formas geométricas, rigidez do triângulo, dentre outros. Essa experiência, foi significativa, já que tivemos uma grande quantidade de pessoas visitando o estande encantando-se com a relação entre a vida real e a Matemática.

Introdução

A geometria é uma área da matemática de grande importância, pois é através da construção do conhecimento geométrico que o aluno desenvolve uma serie de habilidades como: percepção espacial, capacidade de descrever, medir, dimensionar analisar e transformar figuras, bem como objetos presentes na vida. Nesse sentido, ressaltamos a importância da geometria no projeto matemática é show em que abordamos diversas figuras relacionadas com o cotidiano, como por exemplo, a maquete da Praça Rui Barbosa local onde foi realizado o projeto, miniaturas de cancelas, bancos construídos com pedaços de madeira onde abordávamos as formas geométricas, rigidez do triângulo, dentre outros.

Essa experiência, foi bastante significativa, uma vez que tivemos uma grande quantidade de pessoas visitando os estandes e se encantando com a relação entre a vida real e a Matemática, em particular com os conceitos geométricos. Salientamos que ações como essas têm relevância não somente na perspectiva de inovar o ensino de Matemática, mas, principalmente em possibilitar a aproximação da universidade e a sociedade, bem como os conceitos geométricos que a maioria das pessoas não percebe as diversas situações cotidianas que são geometrizadas, o que entra em consonância com os teóricos como Skovsmose (2001), Fiorentini e Lorenzato (2006), Mendes (2009), quando refletem sobre a importância de trabalharmos a matemática de forma crítica e votada para a formação da cidadania.

2. Refletindo sobre as situações geometrizadas: desenvolvimento das atividades

Um dos aspectos que mais incomoda o professor no ensino fundamental é a questão de como ensinar a geometria, qual o tipo de metodologia adequada que seja capaz de despertar o interesse, visto que a aprendizagem dessa disciplina na maioria dos alunos seja muito deficiente. A geometria é uma área da matemática de grande importância, pois é através da construção do conhecimento geométrico que o aluno desenvolve uma série de habilidades como: percepção espacial, capacidade de descrever, medir, dimensionar analisar e transformar figuras, bem como objetos presentes na vida cotidiana. Partindo desse princípio, é fundamental relatar que o ensino da geometria não está recebendo a importância merecida na sala de aula.

Com o projeto matemática é show conseguimos passar uma visão geométrica de forma diferente, ou seja, bem mais prazerosa, como: construção de miniaturas e maquetes, dessa forma, podemos avaliar com muito proveito, pois além de termos um público com grande número de pessoas superando nossas expectativas, pudemos mostrar que a matemática escolar não é algo diferente da vida, mas que esta faz parte das mais variadas formas de nossa realidade.

Uma das formas de aproximar as pessoas ali presentes com o assunto que a gente estava abordando que era as relações geométricas no nosso cotidiano foi uma construção de uma maquete da Praça Rui Barbosa local onde foi realizado o evento, em que além de mostrar a diversidades de figuras, situações geométricas ali presentes.

Entre os exemplos podemos citar o formato da praça que é um retângulo, os quiosques com formato pentagonal, os pisos quadrangulares, a quantidade de triângulos presente no parque e nos telhados das barracas.

Maquete da Praça Ruy Barbosa - Alagoinhas

Outros exemplos que podemos citar eram a respeito das miniaturas de figuras geométricas que fazem parte do nosso dia a dia como: a diferença do banco de 3 pernas para o de 4 pernas , a respeito da sua rigidez , o de 3 pernas por ter o formato de um triângulo considerado a figura plana mais estável, mais rígida, possuindo uma resistência maior em relação ao de 4 pernas, ou seja, o banco com base triangular torna-se mais firme, pois formam um único plano o contrário do de base quadrada que podem formar vários planos.

Observem alguns desses momentos:

Imagens de Atividades no Evento

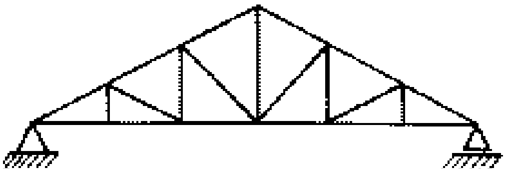
Também utilizamos para explorar essa parte da rigidez do triângulo a miniatura de uma cancela, a respeito de o porquê da necessidade de colocar a diagonal que formava uma serie de triângulos que são figuras geométricas mecanicamente indeformáveis, ou seja, um triângulo feito de ripas de madeiras, que com um simples pino na junção não se deforma, o mesmo não acontece com o retângulo. Em engenharia, esta particularidade dos triângulos desde tempos antigos era conhecida na construção de estruturas chamadas "treliças" para construção de pontes, coberturas e torres.

Figuras apresentadas no Matemática Show

Uma reflexão que nos chamara atenção é a respeito do salário atrelado a qualificação profissional a nível acadêmico, a exemplo temos: pedreiros e carpinteiros cujas profissões que em sua maioria tem um baixo ou nenhum grau de instrução, mas são competentes no que fazem, porém não são valorizados financeiramente. Esses profissionais possuem saberes práticos que exige muitas habilidades geométricas e que muitas vezes esses conhecimentos não são ensinados na escola. Assim, ficamos ainda mais entusiasmados em pesquisar e socializar no projeto esses diversos conhecimentos que ratifica a importância da geometria.

O cotidiano das pessoas esta repleto de situações que envolvem conceitos geométricos nas quais os indivíduos utilizam instrumentos materiais e intelectuais que são próprios de sua cultura aprendidos na escola no ambiente familiar ou na corrida no seu dia a dia. Um grande exemplo que podemos citar e onde abordamos no nosso projeto foi a respeito da construção da tesoura nos telhados e a sua importância, o carpinteiro na maioria das vezes sem ter nenhuma base geométrica na escola é capaz de construir grandes projetos.

Ao iniciar a construção do telhado, após escolher o tipo de telha o carpinteiro deve calcular a porcentagem de inclinação do mesmo para a montagem da tesoura. A tesoura é uma estrutura de madeira com a forma da figura a seguir.



Tesoura

Podemos observa quantos triângulos às vigas de madeiras estão formando e muitos deles são triângulos retângulos. Os triângulos são utilizados pelos carpinteiros e pedreiros por serem polígonos que não possui mobilidades como os demais, conforme já citamos anteriormente.

Assim, acreditamos que o professor deve sempre interagir com o aluno criando um ambiente de discussão, de ideias, debates, fazendo com que a autoestima dos mesmos se desenvolva, para que se sintam capazes e motivados a aprender Matemática, em particular geometria, de modo que este processo seja prazeroso.

3. Considerações Finais

Percebemos a necessidade do desenvolvimento do raciocínio lógico, da percepção visual e da compreensão dos conceitos para que a geometria seja vista de forma mais simples, interessante e significativa de modo que as pessoas sejam capazes de compreender e resolver situações problemas.

Assim, pode-se ver o quão imprescindível a geometria tem se tornado para os dias atuais, no trabalho, na escola, no dia a dia ela tem aplicações diversificadas e nas mais variadas áreas de conhecimento, a saber: engenharia, arquitetura, informática, o que ratifica a proposta apresentada e a sua relevância.

Dessa forma, acreditamos que alcançamos os objetivos propostos para o projeto, uma vez que ações como essa aproxima a universidade da sociedade e também mostramos diversas situações cotidianas em que encontramos a geometria.

Referências bibliográficas

Borba, M. de C; Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus.

Brasil. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática.* Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (1996). *Lei de diretrizes e bases da educação nacional.* http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm consultado 03/07/2000.

Dante, L R. (2003). Contexto & aplicações. São Paulo: Ática.

Fiorentini, D; Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. São Paulo: Autores Associados.

Freire, P.(1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Freire, P. (1987). *Pedagogia do Oprimido*. Rio de janeiro: Paz e Terra.

Giovanni, J R; Catrucci, B. (2002). *A conquista da matemática.* São Paulo: FTD.

Lara, I C M de. (2003). *Jogando com a matemática*. São Paulo: Rêspel.

Mendes, I A. (2009). *Matemática e investigação em sala de aula:* tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Editora e livraria da física.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus.

TAMPAS REDONDAS E O Nº π

Aurelia Ivonne Leal Ventura
aureliaivonneleal@yahoo.com.br
Colégio Estadual Elpídio Ferreira Paes, Brasil

Tema: Pensamiento geométrico
Modalidade: CB
Nível: 9º ano Ensino fundamental ou 1º ano Ensino Médio
Palavras Chaves: Número PI, números irracionais, circunferência, diâmetro.

Resumo

O objetivo desta oficina é o cálculo da aproximação do número π (PI) com o uso do material concreto. Nesta oficina é usado o método lúdico, em que os alunos estarão recordando conceitos já esquecidos de circunferência, raio, diâmetro e além do próprio número em questão. No estudo dos conjuntos numéricos, nos deparamos com um tipo de número que não tem fim, e não podemos escrevê-lo na forma de , com a e b números inteiros e b diferente de 0.Ditos números são chamados de incomensuráveis, (adj. Que não podem ser medidos. Que não tem Limites conhecidos.), e pertencem ao conjunto dos números irracionais. A primeira utilização da simbologia π para representá-lo foi de William Jones no ano de 1706, posteriormente por Euler, sendo depois usado por todos.

Um pouco de história

Desde a antiguidade esse número é um desafio. Os babilônios, à cerca de 1500 a.C. já observaram que o número situava-se entre e

Alguns matemáticos encontraram aproximações usando os perímetros de polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência. A melhor aproximação foi quando Arquimedes de Siracura (*) calculou o perímetro de polígonos de 96, inscritos e circunscritos numa mesma circunferência expressa pela desigualdade $< \pi <$.

Na prática não há nenhuma utilidade em se usar π com tantas casas decimais, jamais chegaremos a um valor exato do n° π.

No século XVIII, o matemático francês L′Ambert provou que o número π é um número irracional.

(*) Arquimedes de Siracura, colônia grega ao sul da Sicília foi indescritivelmente o maior gênio da Antiguidade e algumas autoridades modernas, como o alemão Felix Klein, colocando-o ao lado de Newton e Gauss como um dos três maiores matemáticos de todos os tempos. Nascido por volta de 287 A.C.

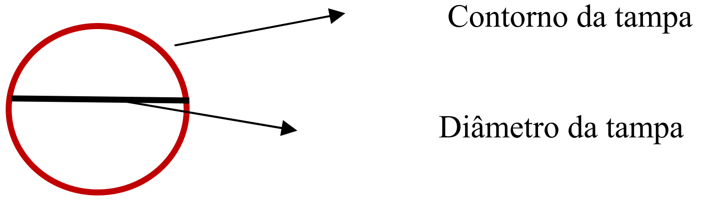
Calculando o valor aproximado com o uso de tampas e barbantes.

Matérias necessários

Tampas redondas de vários tamanhos, rolo de corda fina, cola, tesoura, lápis, canetinhas coloridas, folhas de desenho, régua, calculadora científica.

Procedimento

Medir o contorno e o diâmetro das tampas com a corda, recortar verificar as suas medidas e registrar. Desenhar na folha de ofício o contorno das tampas e também o diâmetro. Colar sobre o desenho a corda e depois colorir.



Depois o professor deve escrever esses números no quadro para melhor verificar a aproximação do número PI.

É interessante que o professor mostre na calculadora científica um valor mais aproximado valor do número PI.

É importante que nesse momento o professor recorde os nomes dos elementos da circunferência e de números irracionais e questionar como deveria ser calculada a circunferência? o raio ?

Referências bibliográficas

Boyer Carl B. História da Matemática, Ed. Edgard Blucher Ltda.

Dolce Osvaldo, Pompeu José Nicolau, Geometria plana Ed. Atual São Paulo.

Gabi Gilberto G. O Romance das Equações Algébricas Ed. Afiliada São Paulo.

Quintella Ary Matemática para a quarta série Ginasial Ed. São Paulo.

Koogan-Larousse Dicionário Básico Escolar Ed. Larousse do Brasil.

Revista do professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, n° 6, 1° de setembro/ 1975, n°1, 2° semestre 1982.

TEATRO E MATEMÁTICA: APRENDENDO LUDICAMENTE

André Ricardo Magalhães - Daniela Batista Santos –
Gildesson França Santos da Silva - Jociclea De Almeida Santos
andrerm@gmail.com - dansantosd@yahoo.com.br -
gilltecla@hotmail.com - jocicleaasantos@hotmail.com
Universidade do Estado da Bahia-Brasil

Tema: 3. Modelización de la realidad
Modalidade: Comunicação Breve
Nivel educativo: Não especificado
Palavras chave: Ludicidade, Teatro, Ensino de Matemática.

Resumo
Esse relato objetiva socializar o uso do teatro como um recurso para a aprendizagem de matemática. Esta atividade desenvolveu-se no projeto Matemática é Show, realizado pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB), no Brasil. A apresentação, feita em praça pública, baseou-se nos textos de Malba Tahan. Dois textos foram trabalhados, a história da divisão dos 21 jarros de vinhos e do dinar sumido. O objetivo primordial desse trabalho foi apresentar uma experiência interessante, buscando contribuir com novas perspectivas no ensino de Matemática. O teatro pode ajudar no entendimento de conteúdos escolares e, por meio de um estímulo emocional, facilitar a reflexão a respeito de variados conteúdos e conhecimentos científicos escolares. Com esta atividade conseguimos proporcionar á sociedade a vivência de um conto do livro de Malba Tahan que usa a língua materna e a Matemática de forma lúdica, mostrando a importância da leitura e da interpretação para a aprendizagem Matemática.

Introdução

Neste artigo, procuramos tecer algumas considerações sobre o uso da matemática dentro do teatro. Falaremos um pouco sobre a visão da matemática na sociedade e a importância da matemática no teatro.

A matemática tem sido para a maior parte da população a matéria mais difícil que existe e com isso ela passa a ter um maior rendimento de reprovação nas escolas. Com base nessas dificuldades que os alunos apresentam, a Educação Matemática vem pesquisando e primando a necessidade de reflexões sobre o ensino e aprendizagem em Matemática de forma dinâmica, elencando possibilidades de se trabalhar com jogos de raciocínio lógico, estratégias e desafios. Essa perspectiva é preconizada por diversos autores da Educação Matemática, dentre eles destacamos: D'Ambrosio (1996), Miorim (1998), Skovsmose (2001), Rocha (2001), Tahan (2011), dentre outros.

O Teatro acontece como uma forma de educação não formal, em que o espaço de relações de confiança possibilita um novo pensar do mundo. Resgatamos o papel do Homem como criador e artista de obras não formatadas, padronizadas ou globalizadas e sim que atendam ao exercício do pensar criativo e da construção de uma Poética-metáfora da realidade.

A expressão teatral, realizada no contexto do coletivo, abrange um leque amplo de exercício e aprendizagem: a sensibilização para o uso do imaginário, a entrega à improvisação que traz consigo o mistério do que será a ludicidade como prática, o abraço a um processo profundo de convivência, o diálogo entre a teoria e a prática.

Assim, acreditamos que o teatro, como arte coletiva e lúdica, contribui com o convívio entre as pessoas, a superação de pré-conceitos, o trabalho de equipe, a construção do conhecimento em grupo, a articulação estética da expressão, entre outros aspectos. Com esse entendimento trabalhamos com o conto O Problema dos Vinte e um Vasos e o Diná Sumido do livro O Homem que Calculava, de Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan).

Malba Tahan em cena: Aprendendo matemática com o teatro

De forma lúdica, resolvemos utilizar uma peça teatral retirada do livro O Homem que Calculava de Malba Tahan, com a história da divisão dos 21 jarros de vinhos: sete cheios, sete meio cheios e sete vazios, onde um sábio em matemática teria que dividir os vasos para três jovens cada um deveria ter a mesma quantidade de liquido e de vasos.

Continuamos contando a segunda parte do conto que corresponde à solução do Diná Sumido quando os jovens pagam a conta do bar. Para isso, metaforizamos sobre o saberes dos jovens acadêmicos, pois queríamos passar a mensagem de que nem sempre se tem a resposta para um problema e assim, recebem ajuda de um simples senhor que estava no bar completamente embriagado.

Os jovens que se sentiam os melhores passaram a colocar desafios uns para os outros e poucos sabiam resolver os desafios. Assim, de forma ousada o bêbado tentava se levantar e para revolver o problema. De forma engraçada este consegue a solução e deixa todos perplexos com seu raciocínio lógico.

Vejam algumas imagens da apresentação:

A peça teatral teve um ponto muito positivo, pois, fez com que o público prestasse atenção ao conteúdo que estava sendo abordado no momento da execução e que eles disfarçadamente contribuíssem com a peça, sussurrando a resposta ou mesmo compreendendo os cálculos realizados. Demonstrando que podemos aprender matemática de forma criativa e divertida.

Com a resolução do Diná Sumido foi possível refletir sobre o desenvolvimento do raciocínio lógico, diversos conteúdos de matemática, como, por exemplo: as quatro operações e a importância da ordem das operações ao resolver um problema aritmético.

A História dos 21 Jarros e a do Dinar Sumido é bastante interessante, pois possibilita reflexões sendo necessário utilizar o raciocínio lógico sem precisar fazer cálculos matemáticos muito complicados para resolver o problema.

Com o teatro conseguimos proporcionar ao público vivenciar uma história interessante que com alguns incrementos desenvolvemos de forma dinâmica, simples e prática um novo olhar para aprendizagem de Matemática para todas as comunidades da cidade de Alagoinhas.

Imagem da peça teatral

Considerações finais

Acreditamos que esse trabalho foi de fundamental importância para o nosso crescimento acadêmico e profissional, uma vez que foi bastante interessante trabalhar matemática de forma inovadora, principalmente pelo caráter cômico que abordamos e assim discutimos conteúdo matemático sutilmente e de forma divertida, além de integrar leitura e interpretação para a resolução de problemas.

Salientamos também que a apresentação oportunizou demonstrar que a matemática oferece um conjunto singular de ferramentas poderosas para compreender e mudar o mundo, porém exige dedicação e força de vontade em compreender técnicas de resolução de problemas, e a capacidade de pensar em termos abstratos.

Referências

Malba, T. (2011). *Bibliografia.* www.record.com.br/malbatahan/ malba consultada 20/10/2011.

Brasil. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (1996). *Lei de diretrizes e bases da educação nacional.* http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm consultado 03/07/2000.

D'ambrosio, U. (1996). *Educação matemática da teoria a prática*. São Paulo: Papirus.

Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Miorim, M Â. (1998). *Introdução a história da educação Matemática*. São Paulo: Atual.

Rocha, I C B. (2001). *Ensino de Matemática: formação para a exclusão ou para a cidadania?* São Paulo: Educação Matemática em revista.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus.

ANÁLISIS DE UNA SITUACIÓN TRADICIONAL DE OPTIMIZACIÓN EN ANÁLISIS MATEMÁTICO, FUNCIONANDO DINÁMICAMENTE

Mariana Gabriela Torres – Julio Ricardo Torres
mtorres@uaco.unpa.edu.ar – ricardo_lh13@hotmail.com
Unidad Académica Caleta Olivia – Universidad Nacional de la Patagonia Austral
Argentina.

Tema: 4. Uso de Tecnologías.
Modalidad: Comunicación Breve.
Nivel educativo: Terciario – Universitario.
Palabras clave: Análisis Matemático, Optimización, GeoGebra.

Resumen

Este trabajo surgió en el marco de un curso para profesores y alumnos que realizamos en UACO – UNPA, Argentina. Un participante realizó una interesante reflexión acerca de la resolución de un problema típico de optimización, como sobre la justificación de la solución encontrada. El problema: "hallar el volumen máximo de una caja de cartón construida con una lámina, recortando de cada esquina un cuadrado de igual tamaño". Lo planteamos de dos maneras, según el contexto donde funcionan las relaciones que se producen con los datos: el analítico, como se realiza en un curso de cálculo y el dinámico, con GeoGebra. Comparamos las resoluciones pensando, como incide el uso de elementos dinámicos, en los significados y en los que emergen a partir de las condiciones de diferentes contextos, tratando de brindar una mirada para abordar el problema desde diferentes mirandas y su efecto en la enseñanza-aprendizaje con éstas actividades.

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo surgió en el marco de un curso que formaba parte de un Programa de Extensión[1] que se brindo para profesores y alumnos de carreras de ciencias exactas de la Unidad Académica Caleta Olivia de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral, Argentina. Dicho curso apuntaba al uso del software GeoGebra, allí un alumno participante, co-autor de este trabajo, realizó una interesante reflexión acerca de la resolución de un problema típico de optimización de un curso de análisis matemático, como sobre la justificación de la solución encontrada y como el software facilita ver diferentes objetos en lo dinámico, los cuales no se observan en lo analítico. La idea fue abordar el trabajo se desde dos diferentes enfoques, el analítico y el que denominamos dinámico. El primero de ellos, utilizando las herramientas que brinda un curso de análisis matemático y el segundo apoyándonos, con GeoGebra.

[1] Programa de Extensión denominado: "Uso e Integración de software libres en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática", a cargo de la Lic. Mariana Torres (directora de dicho Programa) docente UACO - UNPA y la Prof. Cristina Viviana Varas docente UACO- UNPA.

2. DESARROLLO

La importancia y delimitación del campo de la modelización en la educación matemática han sido puestas de manifiesto por diversos autores, tales como Niss, Blum, & Huntley (1991), Galbraith, Blum, Booker & Huntley (1998), Ortiz (2000) y Ortiz, Rico & Castro (2004). Además, la diversidad de trabajos de investigación en esta área y la introducción de cursos y propuestas curriculares para su uso, confieren a la modelización un marco conceptual para la enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles. Por otro lado, la modelización posee un espacio de reflexión que muestra los procesos de transmisión y construcción del conocimiento matemático (Rico, 1997)[2].

Las modificaciones que se han incorporado a los currículos de algunos países han sido dirigidas principalmente hacia una introducción del Análisis Matemático más intuitiva y experimental, incorporando el uso de las nuevas tecnologías[3].

En éste trabajo nos abocaremos a trabajar en particular a un problema de optimización. En primer lugar, queremos comentar diversas características que dan los dos autores que hemos tomado de referencia al problema, antes de analizar sus posibles resoluciones.

El *Problema*, (según Larson, R. Hosteler, R. Edwards, B.) que hemos tomado dice:

Que se desea construir una caja abierta de volumen máximo, a partir de una pieza de cartón cuadrada de 24 cm de lado, cortando cuadrados iguales en las esquinas (véase Figura 1 y Figura 2).

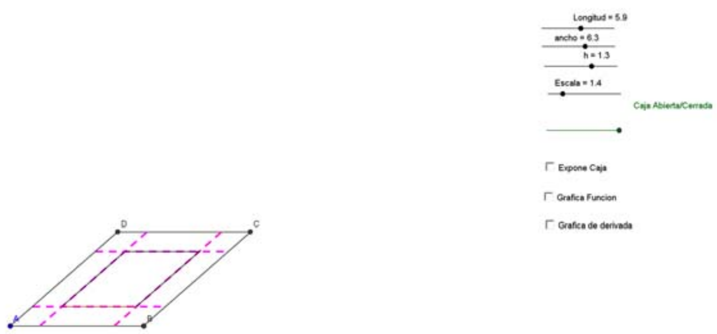


Figura 1

[2] Citado de: Uso de la modelización matemática en actividades didácticas. Análisis de una situación problema.
[3] Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático.

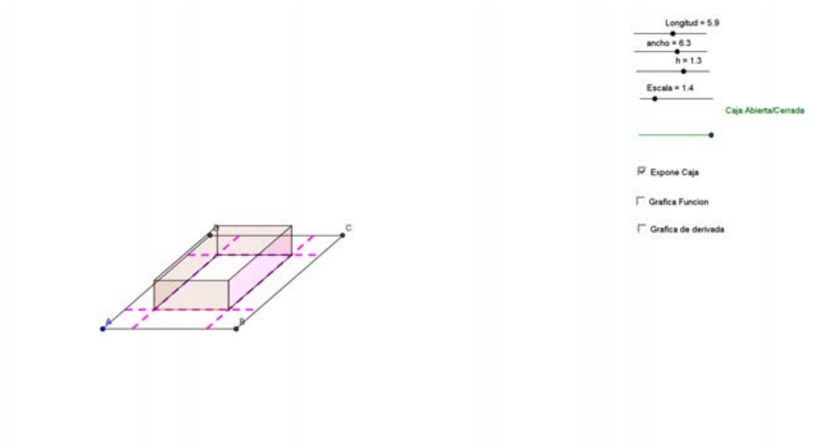


Figura 2

Luego de presentado el problema, el autor, escribe una serie de cuestiones, para que el alumno tenga en cuenta a la hora de su resolución, las mismas son:

* Completar analíticamente seis filas de una tabla que adjunta, la cual contiene 3 columnas. Una en donde el alumno irá registrando la altura, otra para registrar la longitud y anchura y en la última columna, el volumen.

* Luego pide que exprese el volumen V como función de x. Donde x es el valor que el alumno debió asignar al cuadrado del cartón que se va a ir quitando de las esquinas.

* A continuación se comenta que utilice las herramientas del cálculo, para hallar el punto crítico de esa función y su valor máximo.

Luego se requiere que con algún soft grafique esa función y verifique en la gráfica el volumen máximo.

Por último se solicita resolver para una pieza de s metros de lado y pregunta, Si las dimensiones de la pieza cuadrada se doblan, ¿cómo cambia el volumen? Esto, ya mas abocado a la generalización.

Nuestro trabajo no se basa en hacer críticas a cada una de las cuestiones enunciadas anteriormente por el autor para orientar al alumno a la hora de resolver el problema. Por ello sólo nos limitaremos a describir el trabajo realizado desde las dos resoluciones que se proponen.

J. Stewart. enuncia de igual manera el *problema*, sólo que utiliza como medida de los lados del cartón, *pies*. Solicita al alumno que: dibuje varios diagramas para ilustrar la situación; algunas cajas cortas con bases grandes y otras altas con bases pequeñas. Suponiendo que el alumno va tomando distintos valores para recortar las esquinas.

Luego pide, que encuentre el volumen de varias de esas cajas y pregunta: ¿Parece que existe un volumen máximo? Si es así, estímelo. Solicita también, que dibuje un diagrama en el cual se ilustre la situación general, que introduzca la notación y marque en el diagrama con sus símbolos. Que escriba una expresión para el volumen usando la información dada para escribir una ecuación que relacione las variables, que escriba el volumen como función de una variable. Y que una vez terminado de resolver el problema, compare la respuesta con la estimación que hizo al principio. Se quiere que el alumno realice un modelo matemático del problema de optimización.

¿Qué es un modelo matemático?[4]

Para que un alumno experimente con un modelo matemático y sea capaz de reflexionar sobre las relaciones existentes en él, es una precondición epistemológica que este alumno sea capaz de percibir la situación o fenómeno modelado y la matemática en juego, como dos objetos separados pero al mismo tiempo interrelacionados. En efecto, esto es el núcleo del problema, ya sea en relación al potencial que tiene el aprendizaje de la modelización matemática, como a las dificultades conectadas con este aprendizaje. En principio, existe un proceso de modelización detrás de todo modelo matemático. Esto significa que alguien de manera implícita o explícita ha recorrido un proceso de establecer una relación entre alguna idea matemática y una situación real. En otras palabras, con el fin de crear y usar un modelo matemático es necesario, en principio, recorrer todo el camino de un proceso de modelización. Analíticamente es posible describir un proceso de modelización matemática consistente en los siguientes seis sub.-procesos (Blomhøj y Højgaard Jensen, 2003). (a) Formulación del problema. (b) Sistematización. (c) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático. (d) Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones. (e) Interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial. (f) Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.

[4] Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica.

3. ESTUDIO REALIZADO

3.1 Enfoque analítico

La resolución del problema, desde en éste enfoque se realizó utilizando las herramientas del análisis matemático, es decir, hallada el modelo matemático, se encuentran el/los puntos críticos del modelo y luego se aplican los criterios de derivadas para concluir si el/los puntos son un máximo y en consecuencia, el máximo volumen de la caja que es lo que se está buscando.

Habiendo realizado el gráfico de la situación, llamamos x, al cuadrado que se quita de cada una de las esquinas del cartón, como lo sugiere uno de los autores considerados en éste trabajo. Luego, cada lado del cartón, tiene una longitud de 24 – 2.x, pues es un cartón cuadrado. Una vez que tenemos la longitud de cada lado se plantea la función volumen, en términos de la variable x. Donde:

Base= 24-2.x

Ancho=24-2x

Altura=x

Entonces,

$$V = (24-2x).(24-2x).x$$
$$V = (24-2x)^2.x$$

Ahora a partir de la función V, calculamos la derivada primera, la igualamos a cero y calculamos el/ los puntos críticos como ya mencionamos arriba.

$$V' = 2.(24-2x).(-2).x + (24-2x)^2$$
$$V' = -96x + 8x^2 + 576 - 96x + 4x^2$$
$$V' = 12x^2 - 192x + 576$$
$$V' = 0$$
$$x_1 = 12, x_2 = 4$$

Aplicando el criterio de la derivada segunda en cada uno de los puntos críticos hallados, se tiene:

$$V''(x) = 24x - 192$$
$$V''(12) = 96 > 0$$
$$V''(4) = -96 < 0$$

Observemos que para x=12 no tiene sentido el calculo del volumen, dejamos en claro que luego de hallar la solución analítica debemos contextualizarla. El dominio de la solución estará acotado de acuerdo a las longitudes que del cartón dado.

Concluimos entonces que, cuando se saca un cuadrado de cada esquina del cartón, de 4 cm de lado, el volumen de la caja será máximo.

3.2 Enfoque dinámico

Cuando analizamos el problema aplicando GeoGebra, surge una cuestión interesante en la función V, que no se tiene en cuenta a la hora de analizarlo desde el enfoque analítico. Para crear la caja, tendremos que tener en cuenta el valor de cada cuadrado x, la altura de la caja, dependerá de la longitud de cada lado del cuadrado de cartón que se considera, pues sino no se formará la caja. Véase Figura 3 y Figura 4.

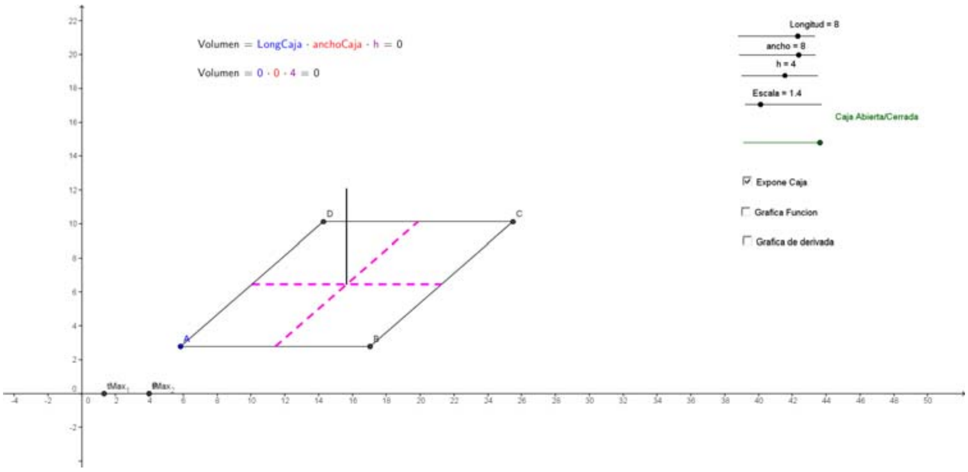


Figura 3

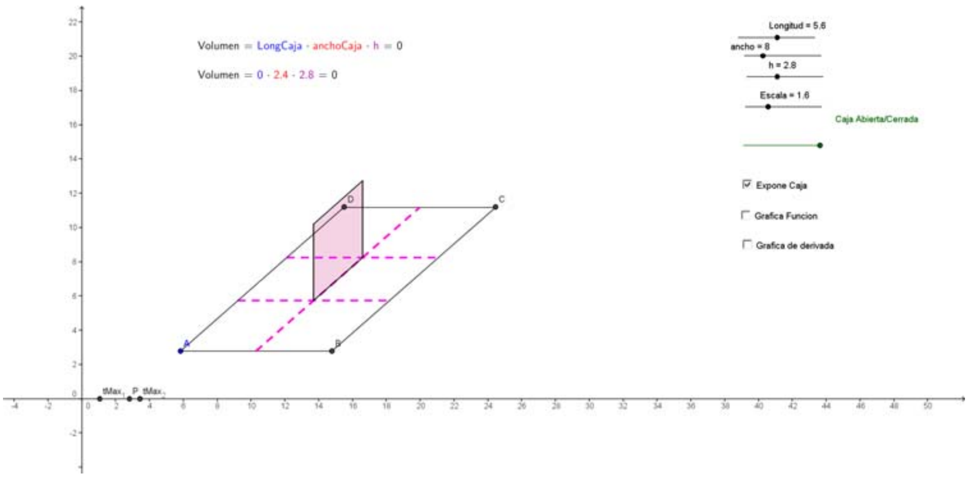


Figura 4

El problema se vuelve muy interesante con el soft si se hace variar las dimensiones de la caja. Se puede así generalizarlo si se considera un cartón rectangular. En éste proceso de generalización se deberá poner especial énfasis en el dominio de definición de cada uno de los lados, como así también el dominio de x. Véase Figura 5 con la caja formándose y la gráfica de la función V. Y la Figura 6 con la caja armada.

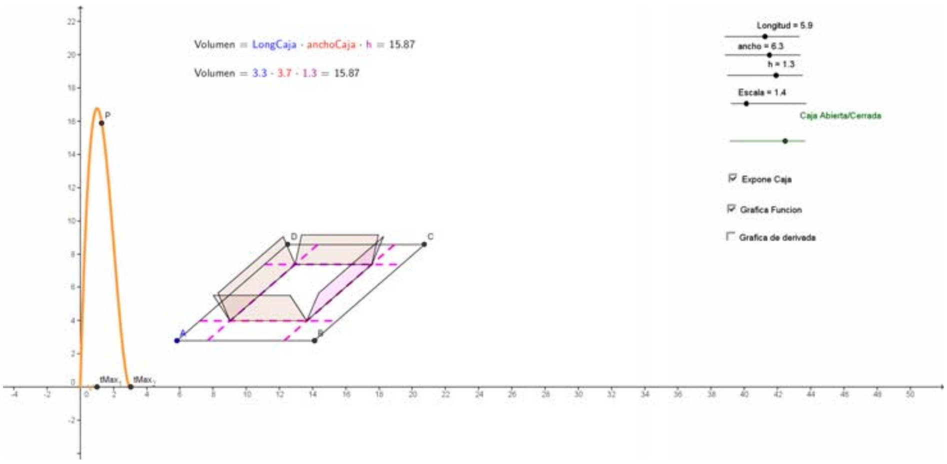


Figura 5

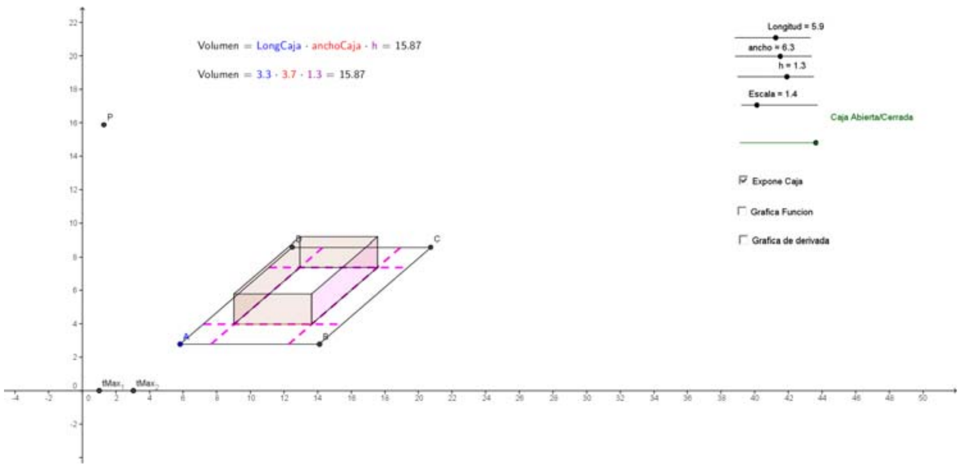


Figura 6

4. REFLEXIONES FINALES

En el enfoque analítico la caja se ve y es una sola, como así también solo se puede realizar la gráfica de una función V por vez, sin ver la familia de funciones que surgen a medida que varían los cuadrados de cartón.

Mientras que en el enfoque dinámico vimos que se ponen a funcionar elementos y propiedades que no se explicitan en el contexto analítico, por ejemplo, la necesidad de tener de antemano el dominio de definición de x, cuando consideramos un cartón cuadrado y el dominio de los lados del cartón si se considera de forma rectangular. Aquí se podrán observar las gráficas de las funciones V, si el cartón es cuadrado y las gráficas de V cuando es rectangular.

No pretendemos tomar partido por el enfoque analítico o el dinámico, estamos convencidos que cada uno de los enfoques tienen cuestiones interesantes para abordar, creemos que deben complementarse entre sí, permitiendo su coexistencia. El GeoGebra permite visualizar, significar e idealizar conceptos, propiedades y relaciones que desde lo analítico se pierden de vista.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Azcárate Giménez, C, Camacho Machín, M. (2003). *Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático*. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana. Vol. X (Nº 2). pp. 135 – 149.

- Blomhøj, M. Traducción: María Mina. *Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica.* Recuperado de: http://www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_23/23_2_Modelizacion1.pdf

- Gómez-Chacón, M. *Modelización matemática en contextos tecnológicos*. Recuperado de: http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/modelizaciones/modelizacion-1.pdf

- Larson, R., Hosteler, R.; Edwards, B. (2000). *Cálculo y Geometría Analítica* Vol. 1. México: Editorial MC GRAW HILL.

- Stewart, J. (2002). *Cálculo. Trascendentes Tempranas*. México: Editorial THOMSON.

- Vilanova, S. Rocerau, M. Valdez, G. Oliver, M. Vecino, S. Medina, P. Astiz, M. Álvarez, E. *LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje.* Recuperado de http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF.

EMERGENCIA DE UN MARCO CONCEPTUAL PARA LA INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LÍNEA

César Augusto Pérez-Gamboa
caperez.cideccyt@gmail.com
Cideccyt. Centro de Investigación y Desarrollo del Pensamiento
International Center For Integral Formation
México/Colombia

Tema: 4. Uso de tecnologías
Modalidad: Comunicación breve
Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)
Palabras clave: “Interconexión de teorías”, “e-sistema didáctico”, “semiótica digital”, “representaciones ejecutables”.

Resumen

Al considerar a la educación matemática en línea como un nuevo escenario de aprendizaje, esta investigación aborda el interrogante sobre cuáles deberían ser los marcos teóricos y las metodologías que den cuenta de los fenómenos didácticos que aquí se desarrollan (Borba y Llinares, 2008) como parte de una nueva agenda de investigación. El propósito, es elaborar un marco conceptual desde una interconexión entre el marco teórico integrado de Remath (Alexopouluo et al, 2009), la teoría semiótica digital (Hegedus y Moreno-Armella, 2011) y la aproximación humanos con medios (Borba y Villareal, 2005) y fortalecerlo desde una perspectiva interdisciplinaria (educación matemática, e-learning, ciencias de la computación y neurobiología) que incida benéficamente en la investigación, innovación y formación en educación matemática en línea. Como una ampliación de la problemática didáctica, se considera la existencia de una inflexión epistemológica que genera la relación de intersubjetividad sujeto-sujeto, donde el e-Sistema Didáctico (Pérez, 2011) es el sujeto dinámico a investigar.

Introducción

La empresa central de este trabajo es constituir un *marco conceptual* para la educación matemática en línea —como nueva agenda de investigación—, que contribuya al debate que existe en la comunidad académica de la disciplina sobre cuáles deberían ser los marcos teóricos y las metodologías de investigación que den cuenta de los fenómenos didácticos que aquí se desarrollan (Borba y Llinares, 2008). Muestra de la relevancia de este debate es la publicación especial en The “*Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*”. Marcelo C. Borba y Salvador Llinares [Eds.] (2012). *Online Mathematics Education*. Vol. 44, No 7. Springer; Además, existe en el (PME) un espacio de discusión sobre el tema.

Se busca que este marco conceptual sea lo suficientemente abierto y flexible para favorecer su evolución, a través de la repetición cíclica. A su vez, que se constituya en una herramienta eficaz para una amplia comunidad de investigadores, diseñadores y profesores, que les permita observar y explicar los fenómenos didácticos del *e-learning de las matemáticas*. Para lograr esta conceptualización, se plantea la interconexión (Fig.1) entre el marco teórico integrado de Remath (Alexopouluo et al, 2009), la teoría semiótica digital (Hegedus y Moreno-Armella, 2011) y la aproximación humanos con medios (Borba y Villareal, 2005).

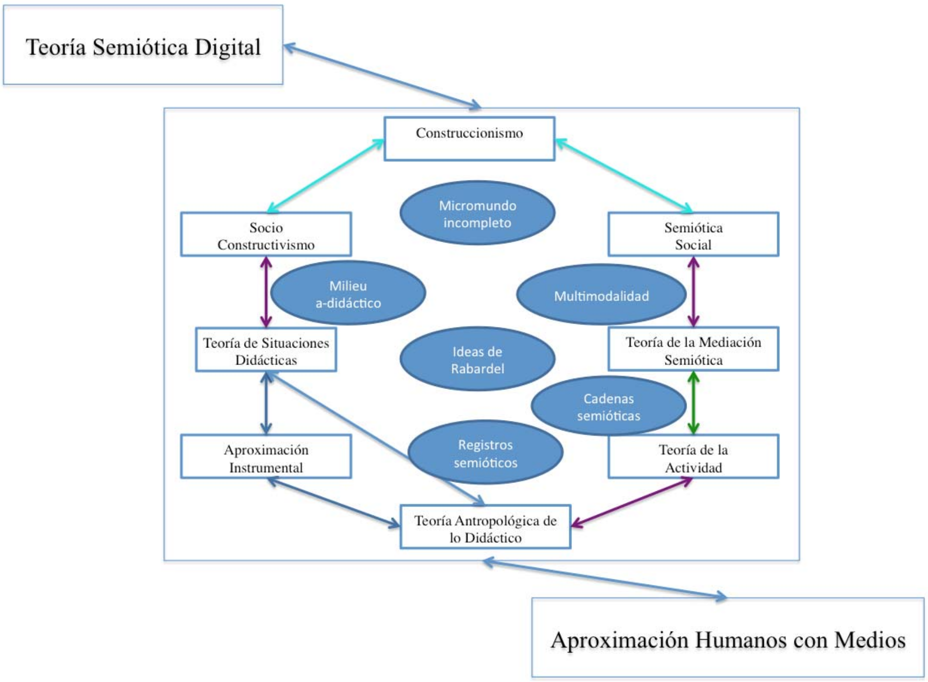


Fig. 1. Interconexión teórica para la conceptualización de la educación matemática en línea.

Posteriormente potenciar esta interconexión, con un proceso interdisciplinario entre los marcos teóricos pertenecientes a la educación matemática, las ciencias de la computación, el *e-learning* y la neurobiología (Donald, 2010, 1991) que aborden problemas didácticos sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemática en entornos interactivos de aprendizaje en línea (Fig. 2).

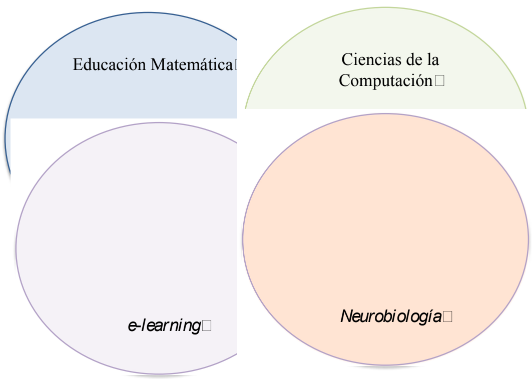


Fig. 2. Interdisciplinaridad para constituir un marco conceptual de la educación matemática en línea.

El propósito es establecer elementos conceptuales a las dos cuestiones fundamentales planteadas por Artigue (2007, p. 9): *¿qué esperamos de la educación matemática?* y *¿qué consideramos como un progreso, una regresión o un fracaso?* Para dar respuestas a estas incógnitas se apela al uso e impacto de los medios digitales en la educación matemática.

En la disciplina, el énfasis inicial a las respuestas de estos interrogantes, se dio en las tecnologías clásicas (*Computer Algebra System*, hoja de cálculo, programas computacionales de geometría dinámica, calculadoras gráficas y simbólicas), ahora las impugnaciones las buscamos desde las tecnologías digitales en línea. Con la intención de construir una prospectiva de los retos que fija el futuro inmediato de la educación matemática en este entorno y contraponer respuestas apropiadas desde una perspectiva multiteórica e interdisciplinaria.

Partimos del indicio que la didáctica de las matemáticas de lo presencial es una disciplina en relación a un objeto de investigación, este corresponde al "sistema didáctico" (Chevallard, 1992). Para el caso de los entornos en línea, es una disciplina que presenta una inflexión epistemológica que genera una intersubjetividad, al generar una relación dinámica entre *sujeto-sujeto*, en donde el sujeto a investigar es el *e-sistema didáctico* (Pérez, 2011), que se considera una relación ternaría (e-profesor, e-estudiante, e-contenido), complementada con un e-contrato didáctico (Richard et al, 2011) y un sistema estudiante-*milieu* (Pierce, R. Stacey, S. y Wander, R; 2010) [Ver Fig. 3 en el anexo] .

Escenario de la educación en línea

Montiel, G, Castañeda, A, y Lezama, J. (2007) plantean que la modalidad en línea de la educación a distancia esboza un *escenario* diferente de cualquier otro que le preceda, en consecuencia lo que se ha venido desarrollando esencialmente es una práctica sin fundamentos de investigación (Hopper, 2001). Ahora bien, realizar investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el *escenario en línea*, debe considerar el *escenario* mismo, el efecto de su organización y su constitución, los contenidos y su transposición al escenario, la actividad de los actores educativos y las relaciones que establecen con el propósito de generar aprendizaje (Montiel y Pérez, 2009).

Se supone que en la educación matemática las peculiaridades tecnológicas y de comunicación se consideran variables didácticas, ya que son elementos propios del escenario que evidentemente condicionan la actividad didáctica. En consecuencia, en esta investigación se parte de la hipótesis que *el aprendizaje y lo aprendido quedarán matizado por el escenario*. En este caso, el escenario presenta fenómenos como la co-acción entre el sujeto cognitivo y la tecnología (Moreno, Hegedus y Kaput, 2008), el dominio de la expresión escrita, el uso de interfaces —visuales, de texto, de audio y/o video—, la comunicación multidireccional —sincrónica y/o asincrónica— la interactividad, la autonomía y los recursos accesibles en Internet que demanda la modalidad. Por ejemplo, en el escenario virtual se pueden presentar fenómenos como la multimodalidad semiótica la cual se consigue rastrear por medio de cadenas semióticas. En relación al escenario, la Internet, Borba (2009, p. 4) explica puede incorporar el discurso multimodal en las matemática, ya que se tienen imágenes, películas y música de una manera que no era posible antes. Este nuevo fenómeno, que es analizado por autores como Hughes (2007), ofrece nuevas posibilidades para la educación matemática. Es por eso, que en la investigación de educación matemática en línea es necesario que hoy seamos visionarios.

Respecto a los fenómenos de multimodalidad semiótica, se considera que el comprender cómo los estudiantes entienden los objetos y procesos matemáticos a través de su actividad con Artefactos Digitales Dinámicos (ADDs) requiere la consideración de esta diversidad que va más allá de la variedad de los registros semióticos de las representaciones implementadas con la tecnología. Es de notar que el trabajo sobre la multimodalidad se encuentra aún en un estado emergente y ha sido principalmente impulsado por la investigación sobre el aprendizaje matemático en entornos de aprendizaje interactivos tales como aquellos adheridos a los ADDs de ReMath (Eduard, Radford & Arzarello, 2009). Como indica Sfard (2009), se deben desarrollar una base conceptual más sólidas, una mayor comprensión sobre los papeles positivos y negativos posibles de gesticulación al tiempo que el aprendizaje de las matemáticas tiene que ser desarrollado junto con una comprensión más profunda de las potencialidades respectivas de expresiones y gestos de sus relaciones (Alexopoulou et al, 2009, p. 61).

En el caso particular del trabajo de Remath, se plantea que una conjetura compartida corresponde al hecho de que la construcción de significado de los objetos matemáticos y los procesos a través de las representaciones es en esencia una actividad social. En consecuencia, reconocen que la necesidad de ampliar la unidad de análisis, en su diseño e implementación de cualquier experimento de enseñanza, para incluir el discurso generado por estudiantes y maestros al manejar tareas relacionadas al uso de la tecnología. Tomando una perspectiva semiótica, algunos de los equipos de ReMath asumen enfoques teóricos específicos que identifican el papel central de las representaciones, ya sea como un producto o como un medio, en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En particular, cuando éstos procesos son interpretados como el desarrollo del discurso del aula en el cual los estudiantes y los profesores están comprometidos activamente. A partir de ésta perspectiva, cada ADD ofrece un potencial basado en sus características y distintos modos de uso. La noción de cadena semiótica es una de las construcciones teóricas que han sido usadas fructíferamente en la experimentación transversal y considera una herramienta útil para describir procesos de construcción de significados en actividades de clase (Alexopoulou et al, 2009, p. 62) y puede ser extensiva a los fenómenos didácticos en entornos en línea.

Por otra parte, es necesario para comprender la educación matemática en línea: explicitar una conceptualización respecto a la cognición, la didáctica, la epistemología y las prácticas sociales que sobrevienen en los escenarios virtuales; determinar ¿qué se entiende por educación matemática en línea?; ¿qué aspectos la caracterizan? y construir ideas para modelizarla.

Resultados

Entre los resultado que se esperan son: un estudio multidimensional de la evolución de la investigación e innovación del uso e impacto de las tecnologías digitales, como referente para la disciplina y de las nociones teóricas que incidan en el estudio de fenómenos didácticos en el escenario virtual. Un consenso científico sobre la definición de educación matemática en línea a través de un cuestionario y una entrevista semi-estructura a grupos de enfoque (profesores, diseñadores, gestores).

Se obtendrá una interconexión teórica en donde se considera la dimensión operativa del marco teórico integrado de Remath, la teoría semiótica digital y la aproximación humanos con medios, para que contribuya a entender los fenómenos didácticos de la educación matemática en línea, interconexión realizada a través de la experimentación con los artefactos digitales dinámicos y la observación con teorías diferentes a su creación.

Bibliográfia

Artigue, M. (2009). Didactical design in mathematics education. In, C. Winslow (Ed.), Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings from NORMA08 in Copenhaguen, pp. 7-16. Rotterdam: Sense Publishers.

__________. (2008) Digital technologies: a window on theoretical issues in Mathematics education, in Pitta- Pantazi, D. and Philippou, G. (eds.) Proceedings of CERME 5, Larnaca, Chyprus, http://ermeweb.free.fr/CERME5b, 68-82.

__________. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. En: Mancera, E. y Pérez, C. (2007). Historia y Prospectiva de la Educación Matemática. Memorias de la XII CIAEM, pp. 9-21. Edebé Ediciones Internacionales S.A. de C.V. México.

__________. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. International Journal of Computers for Mathematical Learning. Vol 7 (3), 245-274.

__________. (1989). Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 9.3., 281-308.

Alexopoulou et al. (2009). *Integrated Theoretical Framework* Version On: Alexopoulou et al. (2009) *Representing Mathematics with Digital Media*. Project Number: IST4-26751 ReMath.

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Borba, M. (2007). Humans with Media: a performance collective in the classroom? Keynote address at the fields symposium on digital mathematical performance, June 2006.

__________. (2009). Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. ZDM: The International Journal on Mathematics Education: Transforming Mathematics Education through the Use of Dynamic Mathematics Technologies, 41(4):453–465

Borba, M., & Confrey, J. (1996). A student's construction of transformations of functions in a multiple representational environment. Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, 31, 319–337. doi:10.1007/BF00376325.

Borba, M., & Villarreal, M. (2005). Humans-with-Media and reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. USA: Springer (Mathematics Education Library).

Borba, M., & Scheffer, N. (2004). Coordination of multiple representations and body awareness [videopaper]. Educational Studies in Mathematics, 57(3) [on CD-ROM].

Callejo, M., Llinares, S., & Valls., J. (2008). Using video-case and on-line discussion to learn to "notice" mathematics teaching. In Figueras, O. & Sepúlveda, A. (Eds.) (2008). Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XX North American Chapter Vol. 2, pp. 233-240. Morelia, Michoacán, México: PME.

Chevallard, Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique. Perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherche en didactique des Mathématiques 12(1), 73-112.

Donald, M., (2010). The Exographic Revolution: Neuropsychological Sequelae. In Malafouris L. & Renfrew C. (eds) *The Cognitive Life of Things: Recasting the boundaries of the mind.* Cambridge, UK: McDonald Institute Monographs, pp.71-79.

Donald, M., (1991). *Origins of the Modern Mind: Three Stages in the Evolution of Culture and Cognition*. Cambridge (MA): Harvard University Press.

Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti, O. (2006). The role and uses of technologies for the teaching of algebra and calculus: ideas discussed at PME over the last 30 years. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future (pp. 237–273). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.

Friedman. A y Heafner, T. (2010). Web 2.0 Tools in Social studies methods. Pp 314-332. En Yamoto, Lombard y Hertzog (Eds.) Technoloy Implementation and Teacjers Education: Reflective Models. Information Science Reference. USA.

Gadanidis, G. y Borba, M. (2008). Our lives as performance mathematicians. For the learning of mathematics (Vol. 28, pp. 44–51), Series 1, ISSN/ISBN: 02280671.

Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (2005). The didactical challenge of symbolic calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument (Vol. 36), Hardcover, Ships.

Hopper, K. (2001). Is the Internet a classroom? *TechTrends* 45(5), 35-43

Hotte. R y Contamines. J (2007). Communautés de pratique : auteures et utilisatrices des banques de ressources éducatives. Pp. 289-314.

Johnson, K. (2010). Peer to peer: Using the electronic discussion board during student teaching. Pp.- 60-74. En Yamoto, Lombard y Hertzog (Eds.) Technology Implementation and Teachers Education: Reflective Models. Information Science Reference. USA.

Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), Research issues in the learning and teaching of algebra. Hillsdale, NJ: LEA.

Kieran, C., & Yerushalmy, M. (2004). Working group on technological environments. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), The future of the teaching and learning of algebra. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Kress, G. (2003). Literacy in the new media age. London: Routledge.

Kynigos. Ch, Dimaraki. E, Trouki, E. (2007) pupil communication during electronic collaborative projects: integrating communication tools with communication scenarios. Pp 155-172. En Hoppe. H, Ogata. H y Solle. A. (2007) The Role of Technology in CSCL. Studies in Technology Enhanced Collaborative Learning. Springer.

Llinares, S y Valls. J. (2009a). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case. studies. Instr Sci (37): 247–271.

__________. (2009b). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment en J Math Teacher Educ.

Niss, M. (2007). Reflections on the State and Trends in Research on Mathematics Teaching and Learning: From Here to Utopia. In, F. Lester (Ed.), Second Handbook of Research on

Mathematics Teaching and Learning, 1293-1311. Information Age Publishing, Inc., Greenwich, Connecticut.

Margolinas, C. (2009). Points de vue de l'élève et du professeur: Essai de développement de la theorie des situations didactiques. Habilitation àdiriger les recherches en sciences de l'éducation, Universite ́deProvence.Versione électroniqueré cupéré ele 26 juillet 2010 à: http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/42/96/95/ PDF/HDR_Margolinas.pdf.

Montiel, G y Pérez, C.(2009). Marcos teóricos para la innovación e investigación en educación a distancia en línea. El caso de la aproximación instrumental. VI CIBEM. Chile

Montiel, G y Castañeda, A y Lezama, J, (2007). Investigación e innovación en educación a distancia en línea para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En Montiel, G y Buendía, G, (2007). Memoria de la XI escuela de invierno en matemática educativa. Pp. 581-602.

Moreno-Armella, L., & Hegedus, S. (2009). Co-action with digital technologies. ZDM: The International Journal on Mathematics Education: Transforming Mathematics Education through the Use of Dynamic Mathematics Technologies, 41(4), 505–519.

__________. (2011). The emergence of mathematical structures. Educational Studies in Mathematics. 70(1).

Moreno-Armella, L., Hegedus, S., & Kaput, J. (2008). From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. Educational Studies in Mathematics, 68(2), 99–111.

Pérez, C. (2011). Aproximaciones conceptuales para la investigación, innovación y formación en educación matemática en línea. En: García, M, Núñez, K, Godoy, M y Garrido, C. (2011). Actas del II Congreso Iberoamericano sobre Calidad de la Formación Virtual (CAFVIR). Chile.

Pfeil. U. y Zaphiris. P, (2010). Applying qualitative content analysis to study online support communities. Universal Access Information. Pp. 9:1–16. Springer.

Prediger, S., Arzarello, F., Bosch, M., L'Enfant, A. (Eds.) (2008). Comparing, combining, coordinating-networking strategies for connecting theoretical approaches. ZDM 40(2).

Prediger, S., Bikner-Ahsbahs, A., Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. ZDM 40(2), 165-178.

Sriraman, B., y English, L., (2010). *Advances in Mathematics Education. Theories of Mathematics Education. Seeking New Frontier.* Springer

Anexos

Sujeto de investigación en la educación matemática en línea

Se tiene que las transformaciones del sistema didáctico es un tema de interés en la disciplina como lo refleja el número especial de The "*Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*". Goodchild, S y Sriraman, B. [Eds.] (2012). *New Perspectives on the Didactic Triangle: Teacher-Student-Content*. Vol. 44, No 4. Springer.

En la figura 3 se parte de la idea de Anderson (2004) quien plantea que el triángulo didáctico en la educación en línea al menos tiene seis interacciones:

1.- *e-contenido—e-contenido*,

2.- *e*-Profesor—e-Profesor,

3.- e-Estudiante—e-Estudiante,

4.- *e-contenido—e-Profesor* (relación 1),

5.- e-Contenido—e-Estudiante (relación 2),

6.- e-Profesor—e-Estudiante (relación 3).

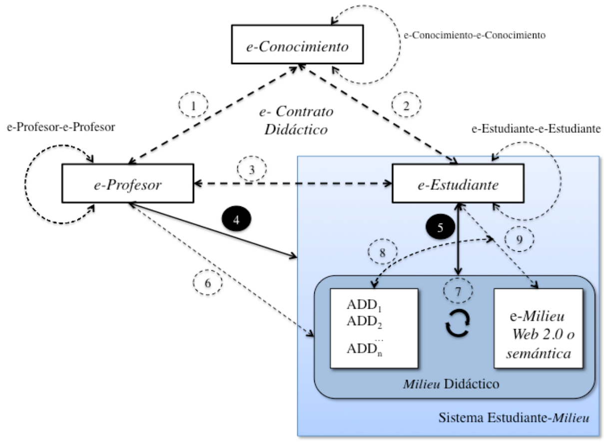


Fig. 3. *e-sistema didáctico* en escenarios de educación a distancia de matemáticas en línea.

En particular, en el modelo del e-sistema didáctico, se encuentra la interacción entre el estudiante y el *milieu*. Esta noción formalmente aparece como un concepto básico en la Teoría de Situaciones Didácticas en matemáticas planteada por Brousseau (1998) y que de acuerdo con Margolinas (2009):

> Brousseau tendrá en cuenta la interacción estudiante-*milieu* como la unidad de interacción cognitiva más pequeña. Un estado de equilibrio de esta interacción significa un estado de conocimiento, el desequilibrio estudiante-*milieu* permite la generación de nuevo conocimiento (la búsqueda de un nuevo estado de equilibrio) (págs. 13-14).

Se considera que esta noción en la educación en línea se amplía y admite la descripción, de una manera profunda, de los conocimientos en juego en una situación didáctica. El edificio del *milieu* caracteriza a cada fragmento del conocimiento de las situaciones específicas relacionadas. Las cuales consisten, en permitir que las estrategias de los e-estudiantes puedan estar motivadas por las necesidades de sus relaciones con el *milieu* y en colaboración con artefactos digitales dinámicos y aplicaciones de la web social; la cual permite al e-estudiante, fortalecer su relación con su *milieu* constituyéndose un *milieu* a-didáctico (Richard et al, 2011), en donde se relacionan artefactos digitales dinámicos con lo que denominamos *e-milieu* (relación 7, 8 y 9) la cual permite procesos de aprendizaje basado en problemas, trabajo colaborativo, representación visual y creación de comunidades virtuales.

Para conocer las producciones de los e-estudiantes y generar gestión de construcción del conocimiento y de comunicación, el e-profesor debe establecer una interacción con el sistema estudiante-*milieu* (relación 4 y 5 en la fig. 3). Incluso si el e-profesor no enseña, apoya al estudiante en su devolución de los e-problemas, y de forma indirecta puede institucionalizar fragmentos de conocimiento.

El papel del profesor, desde el punto de vista de la Teoría de Situaciones Didácticas, se incorpora en el sistema estudiante-*milieu* (relación 4 y 5). Ahora el e-profesor, realiza su principal intervención sobre este sistema (relación 5).

En cuanto el papel de un artefacto digital dinámico es el de intervenir en la interacción con un *milieu* más especifico (relación 9). En los entornos en línea la noción de *milieu* didáctico, se conjetura que este se convierte en antagónica al de sistema de enseñanza planteada por Brousseau, entonces la tecnología digital (artefactos digitales dinámicos, aplicaciones web) se transforman en un sub-sistema que intercambia con el estudiante y el *e-milieu* (relación 8 en 9) [Pierce, R. Stacey, S y Wander, R, 210].

En cuanto al contrato didáctico Borba (2009) considera que el enfoque pedagógico que permite un escenario en línea, en donde se enfatiza la elección del tema a estudiar por parte de los estudiantes rompe con los contratos didácticos tradicionales que se dan en el aula de matemáticas (p, 459).

Metodología

Se plantea una ingeniería didáctica (Artigue, 1989, 2009) donde se busca previsiones en la fase de análisis *a priori* sobre el diseño y el diseño del uso de un entorno de aprendizaje interactivo en línea orientado al segundo año de telesecundaria en México; en donde se propicia y optimiza las características de la co-acción entre los e-estudiantes y el entorno a través del diseño de variables didácticas como e-actividades, e-tareas y e-problemas, apuntado a que las interacciones en el escenario virtual, sean razonablemente productivas y se puedan observar desde una trayectoria hipotética de aprendizaje, coherente con la visión epistemológica de los diseñadores del entorno.

Se tiene diversos métodos de trabajo, en donde se realizan tres estudios de profundización:

1) estudio multidimensional de la evolución en investigación e innovación respecto al uso e impacto de las tecnologías digitales entre 2008-2012, con el propósito de tomar elementos teóricos y procedimentales que contribuyan a la delineación del marco conceptual y el entorno de aprendizaje interactivo,
2) búsqueda de un consenso científico sobre la definición de educación matemática en línea; se realiza: a) una revisión bibliográfica con relación al el aprendizaje en línea de las matemáticas desde 2008 en la literatura de la disciplina, de ciencias de la computación y de e-learning, b) elaboración y aplicación de un cuestionarios dirigido a expertos reconocidos en el ámbito de la tecnología digital en educación matemática, con el propósito de recoger sus consideraciones para lograr un consenso solido al respecto y c) consulta a grupos de enfoque (profesores, diseñadores, gestores) que usan escenarios de matemáticas en línea,
3) una interconexión de marcos teóricos, teniendo en consideración la dimensión operativa de las teorías, para que contribuya a entender los fenómenos didácticos de la educación matemática en línea, a partir de la metodología usada en Remath, que corresponde a un contraste experimental con el uso de artefactos digitales dinámicos.

Con base en los resultados de estos tres estudios se diseña la ingeniería didáctica. Es importante hacer relevante que esta metodología es singular no por los objetivos de las investigaciones que entran en sus límites, sino por las características de su funcionamiento metodológico. Mirada desde su distinción temporal del proceso experimental tiene cuatro fases: análisis preliminar, concepción y análisis *a priori*, experimentación y análisis *a posteriori* y evaluación.

Objetivos generales

1.- Elaborar *un marco conceptual* a través de una interconexión teórica en educación matemática y desde una perspectiva interdisciplinaria que incida benéficamente en la investigación, innovación y formación en educación matemática en línea.

2.- Utilizar y comprobar *metodologías y técnicas de investigación* que permitan analizar fenómenos didácticos de la educación matemática en línea.

Preguntas de investigación

1.- ¿Qué elementos conceptuales tienen la dimensión cognitiva, epistemológica, didáctica y social de los escenarios virtuales de matemáticas?

2.- ¿Qué se entiende por educación matemática en línea en la comunidad académica y en los grupos de innovación?

3.- ¿Qué aspectos caracteriza y cómo modelizar la educación matemática en línea?

4.- ¿Cómo llevar a cabo una interconexión teórica que establezca una dialéctica entre la reflexión teórica y el trabajo experimental?

5.- ¿Cuáles son las características y usos de las metodologías y técnicas de investigación para conocer los fenómenos de enseñanza y aprendizaje en entornos virtuales de la matemáticas?

6.- ¿Qué transformaciones y nuevas perspectivas ofrece el e-sistema didáctico (e-Profesor, e-Estudiante, e-Contenido) a la disciplina y cómo contribuye en la investigación e innovación de la educación matemática en línea?

7.- ¿Cuáles son los diferentes modelos de organización de entornos en línea y cuáles son las consecuencias para el *e-learning* de las matemáticas y la constitución de comunidades *e-learning*?

8.- ¿Cómo se fortalecen la representación, la comunicación y la visualización matemática en entornos virtuales?

9.- ¿Qué papel desempeña las interacciones y la co-acción en el *e-learning* de las matemáticas?

10.- ¿Cómo son las comunidades de *e-learning* de las matemáticas que se constituyen en la interacción en línea?

LABORATORIO GEOGEBRA: LUCES, SOMBRAS Y DESAFÍOS DEL CAMINO RECORRIDO

Gustavo Aguilar – Agustín Arriola – Gonzalo Galván – Mathías Tejera – Víctor Suárez – Fabio Ximeno – Fabián Vitabar
gustavo@geogebra.org.uy - agustin@geogebra.org.uy - gonzalo@geogebra.org.uy - mathias@geogebra.org.uy - victor@geogebra.org.uy - fabio@geogebra.org.uy - fabian@geogebra.org.uy
Instituto de Profesores 'Artigas' – Montevideo, Uruguay

Tema: Uso de tecnologías
Modalidad: CB
Nivel educativo: No específico
Palabras clave: GeoGebra, trabajo colaborativo, planificación didáctica, recursos didácticos

Resumen

El Laboratorio GeoGebra es un grupo de estudiantes, docentes y egresados del Instituto de Profesores 'Artigas' de la especialidad Matemática que impulsa el desarrollo de una comunidad virtual (laboratoriogeogebra.depdematematica.org) que permita dar aportes significativos para el buen uso del software GeoGebra en las aulas de Matemática. Pretende generar un espacio de reflexión de calidad, que permita producir recursos didácticos basados en GeoGebra, pero sólidamente fundamentados en un análisis didáctico serio, donde el principal objetivo sea mejorar los aprendizajes en Matemática de los estudiantes. Estas ideas que iniciaron un año atrás fueron tomando forma, realizándose en algunos casos de acuerdo a las pretensiones y sin cumplir totalmente los objetivos en otros. En esta comunicación se comparten las características del camino recorrido: se valoran los aspectos más enriquecedores del proceso, se explican los principales obstáculos encontrados, se comparten las producciones generadas hasta el momento y se plantean las perspectivas de futuro.

Introducción

El Laboratorio GeoGebra Uruguay surgió hace un año tras la búsqueda de conciliar varias ideas que los promotores del grupo consideraban necesarias para el buen uso de las herramientas informáticas en el aula, en particular del software GeoGebra. El objetivo inicial fue, no solo tener un foro en la web, sino también acompañar esto con el dictado de diferentes talleres para profesores y estudiantes de profesorado que tendieran a difundir el uso del programa en la clase de matemática y la reflexión didáctica asociada.

En el presente artículo describiremos el grado de cumplimiento de los objetivos planteados inicialmente y los nuevos desafíos generados a partir de esta experiencia.

Las valoraciones se fundamentan en el trabajo colaborativo realizado y la discusión permanente dada al interno del equipo.

Acerca del Laboratorio GeoGebra

El Laboratorio GeoGebra es un grupo de estudiantes y docentes del Instituto de Profesores 'Artigas' (Montevideo, Uruguay), de la especialidad Matemática, que impulsa el desarrollo de una comunidad virtual que permita dar aportes significativos para el buen uso del software GeoGebra en las aulas de Matemática.

Pretende generar un espacio de reflexión de calidad, que permita producir recursos didácticos basados en GeoGebra, pero sólidamente fundamentados en un análisis didáctico serio, donde el principal objetivo sea mejorar los aprendizajes en Matemática de los estudiantes.

Se ofrece un espacio virtual en el que todos los interesados en alcanzar estas mismas metas puedan establecer vínculos y enriquecerse colaborativamente. También se pone a disposición de todos los visitantes aquellos recursos que, luego de haber atravesado una valiosa reflexión, merezcan ser recomendados para su aprovechamiento.

La forma de trabajo es esencialmente en línea, abarca a todos los usuarios registrados voluntariamente en el sitio web. Cada participante dedica el tiempo que puede disponer, contestando las consultas que se publican en el foro, y avivando la reflexión didáctica acerca del uso de los recursos.

También se realizan reuniones semanales en que los mismos temas de discusión planteados en los foros son abordados en una dinámica de taller, reflexionando conjuntamente y devolviendo al sitio las conclusiones obtenidas.

Se planteó originalmente el objetivo de tomar algunos proyectos prioritarios, para enriquecerlos a partir de una reflexión profunda y ofrecerlos luego a la comunidad de educadores. Esta etapa se encuentra en pleno proceso de implementación.

Las diversas modalidades de participación que se advierten en el sitio tienen que ver con el planteo de consultas acerca del uso de GeoGebra, compartir archivos creados por los usuarios, formular preguntas referidas a las aplicaciones didácticas de los recursos, opinar en las discusiones abiertas, responder preguntas planteadas por la comunidad, colaborar en el desarrollo de los proyectos de la incubadora, etc.

Estructura del sitio

La dirección de acceso al sitio web del Laboratorio GeoGebra es http://laboratoriogeogebra.depdematematica.org.

La primera sección del sitio se dedica a la publicación de información relevante para la comunidad virtual.

La segunda sección se centra en los recursos didácticos, donde conviven los apartados "Cajón de recursos", "Incubadora" y "Solicitudes"; estos son los lugares específicos en donde se generan las discusiones y reflexiones didácticas que luego se concretarán en los aplicativos producidos.

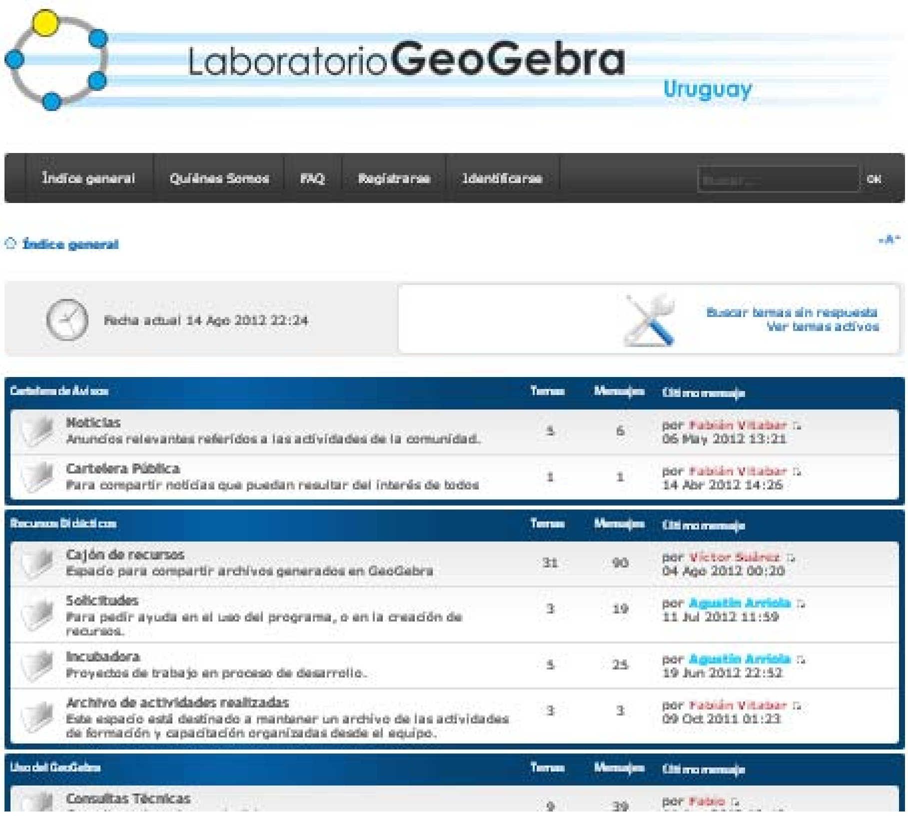
La tercera sección ofrece un espacio para consultas técnicas del uso específico del *software.*

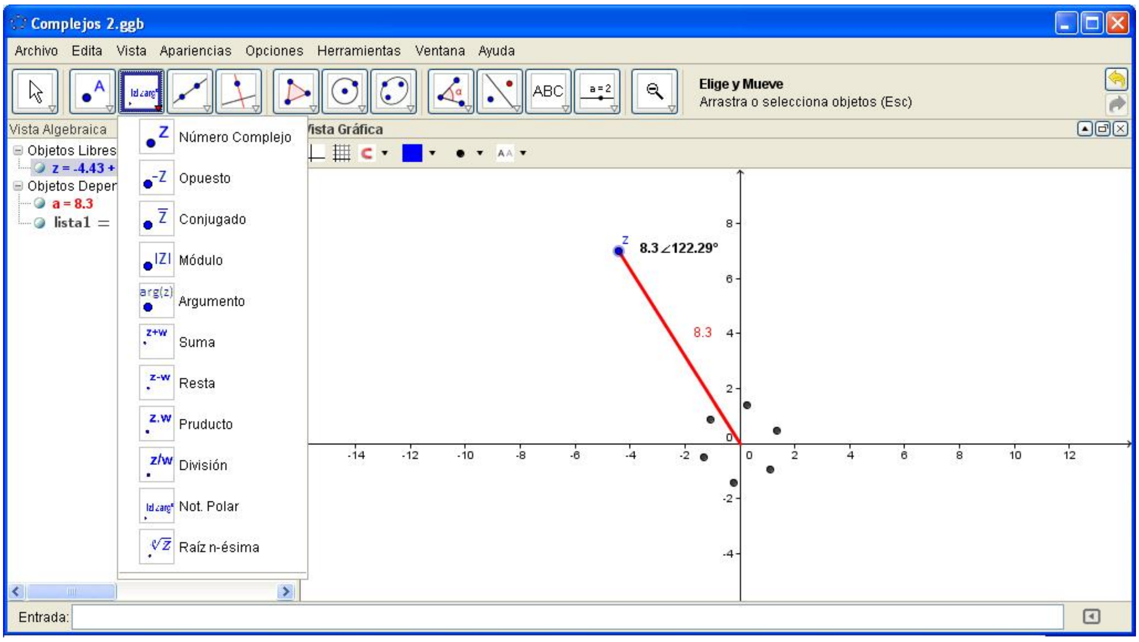
También hay un espacio reservado para la administración del sitio, donde se coordina lo relacionado con las decisiones que el equipo director va tomando. Se acuerdan las próximas actividades a realizar y las propuestas e inquietudes a discutir en la "incubadora". Se discute también sobre otros temas de carácter organizativo.

Recursos didácticos

Si bien las secciones agrupadas bajo este tópico son secciones con un fin común, la diferencia está dada por la profundidad con que se tratan los temas en cada una de ellas.

En el "cajón de recursos" cualquier integrante de la comunidad puede proponer un tema y publicar en él un archivo generado con GeoGebra. La ventaja de este espacio es que no se trata simplemente de un depósito de archivos, sino que en el foro se discute sobre ellos y se mejoran con los aportes de los integrantes de la comunidad. La discusión plasmada en este foro es, en sí misma, una reflexión didáctica valiosa, ya que integra las opiniones de varios docentes, muestra sus visiones particulares y se procuran acuerdos. Esta riqueza puede aprovecharse por los docentes para alimentar su reflexión personal y repensar sus prácticas de aula.





Números Complejos (Plantilla de trabajo)

El archivo adjunto contiene herramientas para trabajar con la representación gráfica de los números complejos (Opuesto, conjugado, módulo y argumento)

Posibles Objetivos:
- Introducir al plano Complejo.
- Observar la relación geométrica entre el afijo de un complejo y el afijo de su opuesto.
- Observar la relación geométrica entre el afijo de un complejo y el afijo de su conjugado.
- Inducir una definición (a partir de la observación) del concepto de módulo y argumento de un número complejo.

ADJUNTOS

Complejos.ggb
(4.79 KiB) 36 veces

GeoGebra
Archivo Edita Vista Disposiciones Opciones He
Vista Algebraica
Objetos Libres
Objetos Deper
Número Complejo
Opuesto
Conjugado
Módulo
Argumento

Plantilla Complejos.jpg (36.55 KiB) Visto 312 veces

Re: Números Complejos (Plantilla de trabajo)

Muy buena idea!
Ya que estamos, se me ocurre que se podrían agregar tres herramientas más: suma, producto y raíz n-ésima, ya que tienen interpretaciones geométricas tan interesantes.
Aunque las operaciones básicas puedan hacerse directamente desde el teclado, creo que puede ser

«puntos» también pueden usarse para operar

Re: Números Complejos (Plantilla de trabajo)

Estoy trabajando en eso, los íconos estaría bueno que queden todos parecidos, los hago como me parece o mejor si me pasas alguna de tus imágenes ?

Re: Números Complejos (Plantilla de trabajo)

Hola, va el archivo, tiene suma, producto, resta, división, raíz n y notación polar

Se me ocurre que una posible aplicación puede ser que los estudiantes usen muchas veces un botón y ellos mismos logren visualizar las propiedades de la operación .

Saludos Gustavo

ADJUNTOS

Complejos 2.ggb
(8.49 KiB) 34 veces

Re: Números Complejos (Plantilla de trabajo)

Está bueno!!

Un cuestionamiento que me surgió y para el cual no tengo respuesta, es la conveniencia/inconveniencia de que las raíces enésimas aparezcan como una lista, puesto que si uno quiere operar con ellas (considerando que son complejos) no se puede... dejo la pregunta

Re: Números Complejos (Plantilla de trabajo)

no se me ocurrió otra forma para tener "todas" las raíces que con una lista, se podría luego asignar complejos a cada punto que genera esa lista?? y que al final la herramienta tire solo los complejos asignados??

A modo de ejemplo se muestra en la imagen una discusión planteada a partir de una propuesta o "Planilla de trabajo" que un docente publicó en base a un trabajo con números complejos (Los nombres de los participantes en esta discusión fueron omitidos a propósito)

Dado que no es posible atender con profundidad todas las discusiones generadas en los foros, se cuenta con el espacio de la "Incubadora". Allí se seleccionan algunos hilos del foro para ser considerados con mayor atención, concentrando en ellos un mayor esfuerzo. Estos recursos cuentan con el reconocimiento del Laboratorio en cuanto a su aplicabilidad e intención didáctica.

Se ofrece además un espacio para solicitudes, donde es posible pedir ayuda técnica específica acerca del uso del programa. Estas inquietudes surgen a partir de la intención didáctica y a favor de una mejor visualización de los conceptos matemáticos a tratar en el aula. No refieren simplemente a cuestiones estéticas o técnicas; para este cometido se destina otro foro específico denominado "Consultas técnicas".

Próximos desafíos

Si bien el camino recorrido muestra que se está avanzando en el sentido deseado, hay algunos de los objetivos iniciales que consideramos oportuno profundizar.

En primer lugar, incitar la participación activa de más docentes en las actividades de la comunidad, que puedan aprovechar el material disponible y encuentren un espacio adecuado para la reflexión didáctica y el trabajo colaborativo.

En segundo lugar, optimizar el trabajo en la "incubadora", avanzando hacia la generación colectiva de fichas de trabajo referidas a cada recurso generado, que sirvan como sugerencias para su implementación en el aula. Este proceso resultará muy provechoso para fomentar el debate, poniendo a disposición diversos enfoques sobre un mismo recurso, que reflejen el trabajo continuo del docente que adapta las planificaciones de clase a las complejas realidades de cada institución y cada curso. Dichas fichas de trabajo evidenciarán la intención del docente al utilizar ese archivo en su clase. No pretenden ser un conjunto de instrucciones para ser aplicadas en una clase completa que no puedan ser modificadas, sino que buscan explicitar el proceso de fundamentación didáctica de quien diseño una clase aprovechando el recurso: conocer para qué año fue pensado, qué aprendizajes se podrían promover en los estudiantes al usar el recurso, qué preguntas guías pueden ser efectivas, qué resultados se obtuvieron en experiencias concretas, qué dificultades de implementación surgieron, qué fortalezas y debilidades caracterizan al recurso.

En tercer lugar el Laboratorio pretende promover instancias de actualización docente que fomenten el uso del programa GeoGebra. En particular, se proyecta la realización de talleres para estudiantes de formación docente y otros docentes en general, en los que se reflexione sobre los enfoques didácticos del uso del programa, promoviendo un uso crítico y profesional de los recursos informáticos, y que tienda a una mejora de los aprendizajes de los contenidos matemáticos.

Se intenta conformar una red de profesores de Matemática que fomente nuevos tipos de aprendizajes para las nuevas capacidades que se requieren en los tiempos que corren. Invitamos a todos a formar parte de esta comunidad a través de la página http://laboratoriogeogebra.depdematematica.org .

O COMPUTADOR NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Dr. André Ricardo Magalhães – Danton de Oliveira Freitas - Rogério Silva Santana
andrerm@gmail.com – dantonf@gmail.com - rogermool22@yahoo.com.br
UNEB - Universidade do Estado da Bahia - Brasil

Tema: 4 - Uso de Tecnologias.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: Medio (11 a 17 años) .
Palabras clave: Computadores, Ensino de Matemática, Formação de Professores.

Resumen

Neste trabalho relatamos um estudo realizado em nove escolas do município de Cansanção, estado da Bahia, no Brasil, com o objetivo de identificar a disponibilidade de computadores e discutir a relação dos professores de matemática com o uso destes dispositivos no processo ensino-aprendizagem. A pesquisa foi realizada em escolas públicas do Ensino Fundamental de 5ª à 8ª série. Foram entrevistados 24 dos 27 professores de matemática. Os dados foram coletados mediante aplicação de questionários. O arcabouço teórico da pesquisa foi baseado nos estudos de Valente(1997), D´Ambrósio(2009), Kenski(2008) e Lévy(2004), onde se compreende que o uso da tecnologia pode potencializar a atividade docente. Com a análise dos resultados, concluímos que nas escolas existe ainda a necessidade de implantar um ambiente computacional adequado para ser utilizado por professores e alunos lançando mão das tecnologias para a representação, articulação de pensamentos, realização de ações que gerem reflexões, ou seja, permitir o pensar tecnologicamente.

INTRODUÇÃO

Atualmente uma série de tecnologias nos cerca e se faz presente em todos os níveis sociais, pois, estamos vivendo um período de transformações, de valorização da comunicação e informação e interdependência global. Tudo isso estimulado pelo conjunto de ações políticas aplicadas na economia mundial.

Dentro desta concepção de valorização da comunicação e da informação, Cysneiros (2000) considera relevante refletir sobre os significados do termo “Tecnologia” por entender que este seja o melhor começo para ampliar as perspectivas sobre as possibilidades e limites de uso no cotidiano, em particular, o escolar. Enfatizaremos o cotidiano escolar por ter sido o ambiente de atuação da nossa investigação.

Kenski *apud* Fonseca (2008), considera tecnologia como sendo um “conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento, em um determinado tipo de atividade”.

D’Ambrosio (2006, p.2) define tecnologia como sendo “a convergência do saber [ciência] e do fazer [técnica], atrelada à matemática na sua busca “solidária de sobreviver e transcender””.

Durante toda sua trajetória de desenvolvimento, o homem produz conhecimentos, transformando-os, adaptando–os, conforme as necessidades para sua sobrevivência. Dentre esses conhecimentos produzidos, há tecnologias que influenciam a vida, evidenciando a necessidade de sua presença no cotidiano, inclusive na escola, por ser uma ferramenta capaz de potencializar a construção do conhecimento do aluno.

Entre essas tecnologias enfatizaremos o computador por ser presente nas escolas e a sua utilização de modo adequado (reconhecer limitações e potencialidades) faz parte de uma das habilidades propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998) a serem desenvolvidas durante o processo ensino-aprendizagem de matemática.

Ao enfatizarmos o uso do computador no ambiente escolar estaremos concedendo-o um *status* de Tecnologia Educacional. Para Cisneyros (2000), o computador possui o *status* de Tecnologia Educacional quando ele for parte de atividades desenvolvidas com objetivos pertinentes a uma relação entre quem ensina e quem aprende. Isso pode ocorrer na escola, no lar ou em qualquer outro local.

Nessa perspectiva de discussão, no âmbito do *lócus* definido para pesquisa, o presente estudo teve como objetivos avaliar a disponibilidade de computadores nas escolas públicas de Ensino Fundamental de 5ª à 8ª séries do município de Cansanção/BA, discutir a formação acadêmica e a relação dos professores de matemática com o uso dos computadores no processo ensino-aprendizagem.

RELATO DE EXPERIÊNCIA

Cansanção é um município do estado da Bahia que conta com uma população de 32.601 habitantes. Localiza-se na região nordeste do estado, distando 351 km da capital Salvador e 110 km da cidade de Senhor do Bonfim - BA, cidade sede do Departamento de Educação – Campus VII, da Universidade do Estado da Bahia – UNEB. No município de Cansanção existem atualmente 109 escolas municipais, três escolas estaduais e duas escolas privadas, sendo que apenas nove escolas municipais oferecem o ensino fundamental de 5ª à 8ª séries.

Para desenvolvermos o presente estudo, visitamos os ambientes das nove escolas, elaboramos um questionário contendo 07 sete perguntas objetivas, aplicamos com 24 dos 27 professores[1] envolvidos no processo ensino-aprendizagem de matemática e, por fim, tratamos e analisamos os dados coletados.

[1] Faltaram três professores, pois, segundo as Diretoras 02 estavam ausentes por motivos de saúde e 01 por interesse particular.

Quanto aos dados oriundos da aplicação do questionário, com indagações pertinentes aos objetivos propostos para o estudo, foram tabulados com o auxílio do software SPSS. O instrumento e os métodos de abordagem empregados foram escolhidos por oferecerem perspectivas diferentes, entendermos que daria um melhor suporte aos objetivos. Também, por permitirem mensurar as informações coletadas e as respectivas opiniões dos pesquisados em uma perspectiva sócio-política.

Entre as indagações explicitadas no questionário, destacamos para reflexão às que tratam da disponibilidade dos computadores nas escolas, da formação acadêmica dos professores e a utilização do computador na sala de aula.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A presença dos computadores nas escolas, cada vez mais, tem sido uma das metas do Governo Federal na última década. Seja na área administrativa ou pedagógica, mesmo com os investimentos ocorridos, podemos observar que ainda temos escolas com carência desse recurso tecnológico.

Segundo o Boletim Informativo do INEP (2006), um estudo divulgado em 2006 pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico – OCDE, através do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), detectou que no Brasil existem em média 23 computadores por escola. A distribuição dos computadores nas escolas ocorre de forma que 39% são destinados para o setor administrativo, 18% aos professores e os alunos podem utilizar 47%. A OCDE, nesse mesmo estudo, identificou que a realidade da média entre os países[2] cadastrados no PISA é bastante diferente da nossa, pois, para o pessoal administrativo se destina 10% dos computadores, os professores 16% e os alunos 64%.

Nas escolas pesquisadas, identificamos que apenas 22,2% das escolas possuem computadores de acesso restrito ao professor, pois, o número de máquinas é insuficiente para disponibilizá-las aos alunos. Nessas escolas que disponham de computadores podemos observar que existia em cada uma apenas 01 computador, sem dispor na sua arquitetura a conexão de internet, para fins estritamente administrativos e os

[2] Alemanha, Austrália, Áustria, Bélgica, Brasil, Canadá, Coréia do Sul, Dinamarca, Espanha, Estados Unidos, Finlândia, França, Grécia, Holanda, Hong Kong, Hungria, Indonésia, Irlanda, Islândia, Itália, Japão, Latvia, Liechtenstein, Luxemburgo, Macao, México, Noruega, Nova Zelândia, Polônia, Portugal, Reino Unido, República Eslováquia, República Tcheca, Rússia, Sérvia e Montenegro, Suécia, Suíça, Tailândia, Tunísia, Turquia, Uruguai.

professores, quando poderiam utilizar, seria para digitar as atividades acadêmicas (provas, textos, listas de exercícios, etc.).

Também, identificamos que as escolas não possuíam disposição física e nenhum projeto pedagógico para implantação de laboratórios de informática, mas, 45,8% dos professores, independentemente da formação acadêmica, afirmaram ter habilidade com computadores e sentem-se aptos a utilizá-los durante o processo ensino-aprendizagem de matemática. Segundo os professores, essas habilidades para o uso de computadores foram adquiridas por iniciativa própria e por entenderem que o computador contribui significativamente para o desempenho das nossas atividades durante o dia-a-dia. Muitos desses professores, em suas residências, utilizam seus computadores pessoais para elaborar, planejar e realizar pesquisas sobre atividades a serem desenvolvidas em salas de aula.

FORMAÇÃO ACADÊMICA DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA	
FORMAÇÃO ACADÊMICA	%
Licenciatura em Matemática	4,2
Outra Graduação	20,8
Ensino Médio	75

Tabela 01 – Formação Acadêmica dos Professores de Matemática

A formação acadêmica mínima do professor para o desempenho das funções é regulamentada pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB (1996) e exige que os professores para exercerem as atividades de docente no ensino fundamental e no ensino médio possuam a formação de nível superior, em licenciatura. Quanto aos docentes das séries iniciais do ensino fundamental permite que o docente possua o ensino médio na formação normal ou magistério.

Segundo o INEP (2009), através do Censo Escolar de 2007, dos docentes que possuem nível superior e atuam no ensino fundamental (5ª à 8ª séries) temos que 10,7% são formados em matemática. Quando partimos para investigar a disciplina que lecionam e a área de formação dos professores, o Censo revela que 44,7% dos professores que ministram as disciplinas de matemática estão com a formação na área sendo que 43,9% a formação é no mesmo curso. Nessa mesma pesquisa foi identificado que 55,2% dos professores que ministram as disciplinas de matemática possuem a formação mínima exigida pela LDB 9394/96, porém, em outras áreas consideradas não afins à matemática.

De acordo com os dados, expostos na Tabela 01, a formação acadêmica dos professores não contempla as determinações da LDB nº 9394/96, pois, 95,8% dos professores que atuam em sala de aula de matemática não são licenciados em matemática. Entre esses professores identificamos que 75% estão atuando no ensino fundamental (5ª à 8ª séries) com a formação adequada apenas para atuar no ensino das séries iniciais. Outro dado destacável é a existência de apenas 4,2% dos professores com a formação de licenciado em matemática.

Nessa situação, percebemos um quadro docente fora do contexto determinado pela LDB nº 9394/96 porque foi identificado um percentual significativo de professores sem a formação adequada para atuar na sala de aula de matemática e um índice pequeno de professores com a formação no mesmo curso. Esses dados encontram-se muito abaixo da média nacional representada no Censo Escolar de 2007. Possuir a formação em matemática para atuar na sala de aula influencia durante o processo ensino-aprendizagem, pois, segundo Veloso (2005, p. 11) “o professor tem que ter conhecimentos relativos aos conteúdos matemáticos e à natureza da matemática, de modo a sentir-se à vontade quando a ensina, ser capaz de relacionar idéias particulares ou procedimentos dentro da matemática”.

A formação acadêmica adequada possibilita autonomia profissional ao docente para que este possa rever a sua prática pedagógica e melhorar os seus métodos de ensino. Para Oliveira Netto (2005), a formação acadêmica dos professores é alicerce fundamental para melhoria da qualidade de ensino, portanto, é relevante que o professor tenha conhecimento sobre as possibilidades de recursos que o computador oferece para utilizá-lo durante o processo ensino-aprendizagem.

Nesse caso, o município precisa de ações afirmativas para estimular esses professores adquirirem a formação em matemática e que os mesmos continuem desenvolvendo suas atividades de ensino. Exigir do professor de matemática a formação adequada para desempenhar suas funções, significa buscar melhorias na qualidade do ensino, dá autonomia acadêmica, independência metodológica e, valorizar o profissional com a compreensão ampla e profunda nos conteúdos matemáticos para que seja capaz de propiciar ao aluno uma conexão com sua realidade social.

USO DO COMPUTADOR NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA	
USO DO COMPUTADOR NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA	%
Sente-se Preparado para Utilizá-lo	45,8
Melhora a Aprendizagem	41,7
Já Utilizaram	20,8

Tabela 02 – Uso do Computador na Sala de Aula

Ao tratarmos com os professores do uso do computador na sala de aula, buscamos identificar, independente da formação acadêmica, sobre a preparação de cada um para utilizá-lo na sala de aula, a opinião quanto aos aspectos de melhoria da aprendizagem e se já utilizaram alguma vez.

Quanto ao aspecto “sente-se preparado para utilizá-lo” 45,8% dos professores declararam que estão aptos a utilizar o computador na sala de aula. Segundo os professores, a preparação ocorre pelo fato dos mesmos tomarem a iniciativa para participarem de cursos, grupos de estudos e em virtude de exercitarem, nos computadores particulares, durante a preparação dos materiais para serem trabalhos na sala de aula.

Sobre a melhoria da aprendizagem, 41,7% dos professores afirmaram que durante as experiências vivenciadas pode-se perceber uma melhoria na aprendizagem de matemática. Esta opinião dos professores está em consonância com os resultados do PISA 2003, onde foi identificado que os alunos de melhor desempenho em matemática possuem a prática de utilizar freqüentemente, a mais de cinco anos, com segurança, o computador realizando tarefas básicas como: salvar, abrir, fechar, navegar na internet, usar barra de rolagem, editar documento.

Entre os professores 20,8% informaram que já utilizaram o computador, em outras escolas, na sala de aula e os alunos demonstraram maior motivação durante o desenvolvimento das atividades. Para os professores a utilização do recurso possibilitou observar, também, a mudança de comportamento de alguns alunos no aspecto disciplina, autonomia, melhoria na aprendizagem e capacidade de relacionamentos nos trabalhos em grupo.

CONSIDERAÇÕES

Consideramos o computador, no processo ensino-aprendizagem, um recurso tecnológico relevante para deslocar o professor da função de repassador do conhecimento para mediador de ambientes de aprendizagem em condições de estimular o desenvolvimento sócio-cultural do aluno. Desenvolver ambientes computacionais na escola significa inserir novas tecnologias para a representação, bem como, articulação de pensamentos, realização de ações e desenvolvimento que geram reflexões.

A inserção dos novos recursos tecnológicos, em particular o computador, no ambiente escolar, encontra respaldo na LDB nº 9394/96 que determina sobre o papel da escola e de que forma podem contribuir para melhoria do processo ensino-aprendizagem de matemática.

Sobre a relação dos professores de matemática, com o uso dos computadores no processo ensino-aprendizagem, verificamos uma pré-disposição dos mesmos em utilizá-lo por entenderem que o recurso possibilita melhorias no processo ensino-aprendizagem. Além disso, mesmo sem existir o recurso na escola, alguns professores já vivenciaram a utilização na sala de aula.

Assim, consideramos relevantes desenvolver ações de políticas públicas para propiciar às escolas condições de ter professores com formação acadêmica adequada e de trabalhar práticas educativas interligadas com Tecnologias da Informação e Comunicação.

Referencias bibliográficas

Amorim, A. P.(2006). *Metodologia do Trabalho Científico*. 2ª ed. Faculdade de Tecnologia e Ciências – Ensino à Distância. [s.n.].

Barros, A. J. P. (1990). *Projeto de Pesquisa: propostas metodológicas.* – Petrópolis, RJ: Vozes.

Brasil .(1996). *Lei de Diretrizes e Bases da Educação*. Brasília – lei 9.394. 12 dez 1996.

Brito, G. S.; Purificação, I.(2006). *Curso normal superior da Faculdade Internacional de Curitiba, módulo de Informática na Educação*.Curitiba: [s.n.]

Cysneiros, P.G.(2007). *Novas Tecnologias no cotidiano da escola*. Consultado em http://www.infoeduc.maisbr.com/arquivos/novas%20tecnologias.pdf. 23/10/2007.

D'Ambrosio, U. (2009). *Informática, Ciências e Matemática*. http://vello.sites.uol.com.br/tve.htm. Consultado 10/10/2009.

D'Ambrosio, U.(2009). *Informática, Ciências e Matemática*. < http://vello.sites.uol.com.br/tve.htm>. Consultado em 10/10/2009.

Henriques, A.; Nagamine, A.; Silva, M. D. F.(2009). *Ensino- Aprendizagem da Matemática em Ambiente Computacional.*

http://www.uesc.br/arbelos/projetos/pesquisa/220.1300.161.pdf. Consultado em 11/11/2009.

Gravina, M. A.; Santarosa, L. M.(1998). *A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados*. In: IV Congresso RIBIE, Brasília.

Ideosfera: computação gráfica.(2006). <http://ideosfera.spaces. live.com/PersonalSpace.aspx?c01links=showdefault&c=Links:222fbeef>. Consultado em: 26/10/2006.

Inep.(2006). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anisio Teixeira. Boletim Informativo. Ano 4, nº 126. 03 fev 2006. Disponível em http://www/inep.gov.br/informativo /informativo126.htm. Consultado 10/05/2006.

Inep.(2007). *Estudo exploratório sobre o professor brasileiro com base nos resultados do Censo Escolar da Educação Básica 2007* / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. – Brasília : Inep.

Kenski, V.M. (2008). *Tecnologias e ensino presencial e a distância.* Campinas, SP: Papirus.

Lévy, P. (2004). *As Tecnologias da Inteligência. O futuro do pensamento na era da informática*. São Paulo: Editora 34.

Marconi, M. A.; Lakatos, E. M.(2002). *Técnicas de pesquisas: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados* -5ª ed. - São Paulo: Atlas.

Oliveira Netto, A. A.(2005). *Novas Tecnologias & Universidade: da didática tradicionalista à inteligência artificial: desafios e armadilhas*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Parâmetros Curriculares Nacionais (1998): *Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais* / Secretaria de Educação Fundamental – Brasília.

Veiga, M. S(2001). *Computador e Educacão? Uma ótima combinação*. In.: BELLO, José Luiz de Paiva. Pedagogia em Foco, Petrópolis.: <http://www.pedagogiaemfoco.pro.br/inedu01.htm>. Consultado : 26/10/2009.

Valente, J. A. (1997). O Uso Inteligente do Computador na Educação. NIED – UNICAMP. *Pátio - Revista pedagógica*. Ano 1, Nº 1, pp.19-21. Artes Médicas Sul.

Veloso, E. et al.(2009). *A matemática na formação inicial de professores*. http://www.eduardoveloso.com/pdfs/marprof.pdf. Consultado: 10/11/2009.

TENTANDO COMPREENDER A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DOS SUJEITOS DA GERAÇÃO *HOMO ZAPPIENS*

Raquel Martins Araújo; Denise Nascimento Silveira
raquelmartinsaraujo@gmail.com; silveiradenise13@gmail.com
Universidade Federal de Pelotas - Brasil

Tema: Uso de Tecnologias
Modo: Conferência Breve
Nível de Ensino: Médio (11 a 17 anos)
Palavras-chave: Aprendizagem – Matemática – Tecnologia – *Homo Zappiens*

Resumo

Esse trabalho relata o teste piloto do projeto de pesquisa para o mestrado. Ele está focado no uso de tecnologias nas aulas de Matemática da 7ªsérie/8ºano do ensino fundamental, um ambiente virtual de aprendizagem com jogos e desafios, como uma ferramenta mediadora no processo de ensino, capaz de facilitar a aprendizagem, açular o interesse do aluno e promover um olhar diferente deles em relação ao professor de Matemática. A tecnologia é vista como propulsora de modificações importantes no comportamento, aprendizagem e forma de produção de conhecimento das gerações que se formam dentro dessa cultura, na qual temos nossos alunos, as crianças da geração Z, geração que corresponde aos homo zappiens conceito trazido por VEEN & VRAKKING (2009). No mundo contemporâneo, a escola faz parte da vida do aluno, mas não é a principal atividade, ela permanece analógica diante de estudantes digitais. Com a tecnologia, houve mudanças na forma de pensamento e a aprendizagem precisa mudar em função dessa tecnologia. É muito importante lembrar que a história de vida do professor está ligada a sua prática docente e que a geração dos professores não é a mesma dos alunos, por isso o educador precisa estar atento a essa mudança.

Fazendo o *login...*

Inicialmente, gostaríamos de situar o leitor sobre o termo *login* utilizado na linha acima, é uma expressão computacional que não tem tradução para o português, é um neologismo dentro do mundo da informática e da internet. Ele é formado pelas palavras da língua inglesa LOG (registro/sistema) com IN (em/entrada), então *login* quer dizer dar entrada no sistema, ou como preferimos início da sessão. Sendo assim, damos início a esse trabalho contando ao que ele se propõe.

Ele relata uma pesquisa piloto do projeto apresentado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Mestrado Profissional da Universidade Federal de Pelotas, no qual sou mestranda e a professora Denise Nascimento Silveira minha orientadora. Essa pesquisa está focada no uso de tecnologias nas aulas de Matemática da 7ªsérie/8ºano do ensino fundamental, no conteúdo de Álgebra, como uma ferramenta mediadora no processo de ensino, que seja capaz de facilitar a aprendizagem, açular o interesse do aluno e promover um olhar diferente dos mesmos em relação ao professor de Matemática.

O uso das ferramentas digitais, das Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) podem auxiliar no ensino de Polinômios da 7ªsérie/8ºano do ensino fundamental? A fim de justificar esse trabalho, primeiramente, começamos esta escrita com um breve comentário sobre a história da tecnologia, mais precisamente, dos computadores domésticos e sua utilização nas escolas públicas brasileiras para que possamos entender melhor o meu relacionamento com a tecnologia dos microcomputadores no meu contexto escolar como aluna e docente, por entender que o professor ou pesquisador está ligado não somente à experiência de trabalho, mas, segundo TARDIF (2002), também à sua história de vida, ao que ele foi e ao que é, o que significa que está incorporado à própria vivencia, à sua identidade, ao seu agir, às suas maneiras de ser.

Referendada em NÓVOA & FINGER (1998), a proposta objetiva perceber o que o estudante deseja aprender e de como estas aprendizagens poderiam auxiliar no processo de aprendizagem. Dessa forma, acreditamos na possibilidade desse paralelo para a condução dos processos de ensino e de aprendizagens.

Iniciarei esse *finger*[1], com uma busca que realizada na *internet*. Segundo o *Computer History Museum*[2], o primeiro "computador pessoal" foi o Kenbak-1, lançado em 1971, ele tinha 256 bytes de memória e foi anunciado na revista *Scientific American* por 888 dólares; todavia, não possuía CPU e era, como outros sistemas desta época, projetado para uso educativo.

A partir de 1977 tivemos alguns computadores de uso doméstico, como os Apple I e Apple II, ZX80, Ataris e outros computadores de 8 bits, mas em agosto de 1981 chegamos finalmente à era PC. Nesse ano aconteceu o lançamento do primeiro IBM-PC, esse computador custava 2,5 mil dólares na época, atualmente o equivalente a 7 mil dólares, logo nos dias atuais custaria, aproximadamente, entre 13 e 19 mil reais.

O uso dos computadores para ensino e aprendizagem nas universidades dão origem em 1984, com o Projeto Educom, uma iniciativa conjunta do MEC, Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq), Financiadora de Estudos e Projetos (Finep) e Secretaria Especial de

---

[1] Termo utilizado na computação, é um comando que provê informação sobre os utilizadores conectados num sistema

[2] **O Museu da História do Computador** é um museu criado em 1996, em Mountain View, Califórnia , EUA. O Museu é dedicado a preservar e apresentar as histórias e artefatos da era da informação, e explorar a revolução da computação e seu impacto em nossas vidas.

Informática da Presidência da República (SEI/PR), voltada para a criação de núcleos interdisciplinares de pesquisa e formação de Recursos Humanos nas Universidades Federais do Rio Grande do Sul (UFRGS), do Rio de Janeiro (UFRJ), Pernambuco (UFPE), Minas Gerais (UFMG) e na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Apesar de dificuldades financeiras, este projeto foi o marco principal do processo de geração de base científica e formulação da política nacional de informática educativa. Os resultados do Projeto Educom fizeram com que o MEC criasse em 1986, o Programa de Ação Imediata em Informática na Educação de 1º e 2º graus, destinado a capacitar professores (Projeto Formar) e a implantar infraestruturas de suporte nas secretarias estaduais de educação (Centros de Informática Aplicada à Educação de 1º e 2º graus – Cied), nas escolas técnicas federais (Centros de Informática na Educação Tecnológica – Ciet) e nas universidades (Centro de Informática na Educação Superior – Cies).

Em 1997, o MEC criou o Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo) para promover o uso pedagógico de Tecnologias de Informação e Comunicações (TICs) na rede pública de ensinos Fundamental e Médio.

Com base nos dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Censo Escolar, em 1997, apenas 10,8% do total de alunos matriculados no Ensino Fundamental regular estavam em escolas com laboratório de informática e já em 2001 esse número aumentou para 23,9%. No caso do Ensino Médio regular, em 1997, 29,1% estava matriculado em escolas com laboratório de informática e em 2001 esse número aumentou para 55,9%.

Em 2001, 25,4% dos alunos do Ensino Fundamental regular estavam matriculados em escolas com acesso à internet e para o Ensino Médio regular 45,6% dos alunos estavam matriculados em escolas com acesso à internet.

Considero relevante trazer um detalhe como uma das autoras: como brasileira, nascida na cidade de Pelotas, no estado do Rio Grande do Sul, na década de 80, um ano após o lançamento do IBM-PC, fui uma criança do meio rural e tive uma infância muito simples. No verão 1989, minha família mudou-se para o interior de Santa Vitória do Palmar, mais ao sul do país. Nesse ano ingressei na primeira série, atualmente o segundo ano do ensino fundamental, em uma escola municipal e rural, lá estudei por três anos, até a terceira série, quando voltamos para morar na cidade de Pelotas, em 1992.

Estudei então, da quarta até a sétima série em uma escola maior, estadual, mas lá também nunca usei, nem vi um computador. Na oitava série, em 1996, fui, segundo a

Secretaria Municipal de Educação e Desporto de Pelotas, para a maior escola municipal da América latina, lá concluí meu segundo grau, atualmente, ensino médio no ano 1999 e não havia laboratório de informática na maior escola municipal da América latina. Em 2001, ingresso no ensino superior, lá eu tenho a oportunidade de, pela primeira vez, utilizar um computador, com 19 anos é o meu primeiro contato com esse tipo de tecnologia.

Logo, percebemos que não sou nativo digital, nem provavelmente as pessoas desse tempo, os professores que atualmente estão nas salas de aula, somos apenas imigrantes digitais, diferentemente dos nossos alunos que são nativos, pois já nasceram imersos nesse montante de tecnologias. Segundo Prensky (2001), os professores que atuam na escola e possuem mais de vinte anos são imigrantes no ciberespaço. Ou seja, nasceram em outro meio e aprenderam a construir conhecimento de forma diferente do que esta geração denominada de "nativos".

Em 2009 esses nativos são denominados *homo zappiens*. O *homo zappiens* conceito trazido por VEEN & VRAKKING (2009) pensa em redes e de maneira mais colaborativa do que as gerações anteriores, determinam núcleos essenciais de informação pertencentes a um fluxo na busca de conhecimento significativo. No mundo contemporâneo, a escola faz parte da vida do aluno, mas não é a principal atividade, a escola permanece analógica diante de um público digital.

Com a tecnologia, houve mudanças na forma de pensamento, logo a aprendizagem também deve ser pensada em função dessa tecnologia. Sendo assim, escolhemos o estudo de Álgebra do oitavo ano para incorporar as tecnologias no seu ensino, por entendermos que é um conteúdo muito complexo e abstrato para os alunos. Na escola pública de ensino fundamental onde atuo, é um dos anos com maior índice de recuperações e reprovação. Os alunos comentam que os "polinômios" são muito difíceis.

As ferramentas...

No teste piloto a metodologia utilizada enfatiza os ambientes de aprendizagens virtuais. Nesse primeiro momento, após escolher o ano e o conteúdo – Álgebra do 8º ano do ensino fundamental – buscou-se um ambiente virtual como o *Moodle*, onde, de acordo com as atividades propostas pelo professor, de maneira mais dinâmica os alunos poderiam interagir com os colegas, organizar suas atividades (espaço/tempo), desenvolver atividades virtuais lúdicas (como jogos), explorar as simulações e imagens gráficas disponíveis com a tecnologia. Pois nessa pesquisa pretende-se utilizar o AVA como uma ferramenta mediadora, um conceito central para a compreensão das concepções *vygotskiana* sobre o funcionamento psicológico é o conceito de mediação. Conceito que sustenta parte do meu projeto. De acordo com OLIVEIRA (1999), a mediação de Vygotsky, em termos genéricos, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento. Ele trabalha, então, com a noção de que a relação do homem como mundo não é direta, mas, fundamentalmente, mediada. "As funções psicológicas superiores apresentam uma estrutura tal que entre o homem e o mundo real existem mediadores, ferramentas auxiliares da atividade humana." (OLIVEIRA, 1999). É indispensável que se desenvolva uma aprendizagem sem a utilização de ferramentas auxiliares, os quais irão mediar esse processo. Nessa pesquisa, dentro os inúmeros elementos mediadores, o cerne entre eles é a tecnologia, mais precisamente, o *Moodle*. Porém, não posso deixar de citar a mediação feita pelos colegas, enquanto se auxiliam nas tarefas, pois o trabalho em grupo/rede é muito explorado em tecnologias da informação e comunicação.

Dessa forma exploramos um ambiente virtual oferecido pelo SESI – O *Mangahigh*, numa versão de teste de um mês com acesso a todas as ferramentas do programa. Nesse ambiente o professor se cadastra como administrador, ou seja, ele tem as designações comuns a um administrador do *Moodle*, como por exemplo, conter as senhas e *login* dos alunos, abrir e fechar tarefas, acompanhar o desempenho dos alunos. A diferença desse AVA é que as atividades não podem ser criadas, elas já existem, são inúmeras, desde as séries iniciais até o ensino médio, cabe ao professor selecioná-las e dispô-las para os alunos num determinado período.

O ensaio dessa proposta aconteceu nesse período de teste. Durante duas semanas os alunos ficaram com atividades referentes ao conteúdo de polinômios, entre elas jogos de ação e raciocínio, que exploravam além do conteúdo uma parte muito lúdica e um Quis (jogo de perguntas e respostas). Aos estudantes que tinham dificuldades de acesso a *Internet* a escola disponibiliza horário no laboratório de informática no turno inverso, mas no ambiente escolar em que essa pesquisa está inserida menos de 10% dos alunos tinha problemas com o acesso a rede.

Possíveis resultados e discussões...

Até o momento a pesquisa tem como pontos negativos: a dificuldade de acesso à internet, pois a rede deve ser de alta capacidade, velocidade e estrutura para suportar esses programas, o custo para manter um ambiente virtual de aprendizagem é muito alto, nesse caso do *Mangahigh*, após o período de teste o valor aproximado é de R$ 20,00 por aluno, anualmente, para 750 alunos, caso sejam menos alunos o valor aumenta; já para ter um *Moodle* é necessário um servidor, onde o valor é mensal e o custo pode ser ainda maior.

Em suma adquirir esses programas não é nada fácil, mas a rede de ensino a distância aumenta muito e rapidamente, o que está tornando essa realidade cada vez mais possível, o professor ainda pode utilizar as versões gratuitas desses softwares, ou os *blogs* como mediadores desse processo de aprendizagem. É recompensador esse esforço, pois estamos em contínuo processo de mudança o que sugere o uso criativo da relação entre os nossos valores e habilidades para trabalhar com o cotidiano.

Talvez aceitar a incerteza como parte do processo de construção do saber para acolher o *homo zappiens* através das suas concepções, conforme VEEN & VRAKKING (2009) usando cenários criados para a educação futura e fundamentados em sete princípios para a educação: confiança, relevância, talento, desafio, imersão, paixão ou motivação e autodirecionamento. É baseado nesses princípios que esse projeto se estrutura, dessa forma o retorno do teste piloto não poderia ser diferente do que foi, os alunos envolvidos, empolgados com as atividades extra-classe – retornando com as tarefas de casa, trabalhando em grupo na sala de informática ou em casa, na *Lan House*, dando significado ao conteúdo estudado.

Antes desse trabalho 20% dos alunos realizavam os estudos de casa – os "temas", com essa maneira de propor as tarefas, através do AVA, 60% dos estudantes desenvolveram as atividades completamente, 90% deles visitaram a plataforma de ensino e fizeram tentativas. Na minha formação docente esse desafio contribuiu e continua contribuindo muito, pois me leva a crer que todo esforço em planejamento, dedicação em horas extras e a imersão nesse mundo digital, vale a pena. É fundamental para o professor na sua prática a formação continuada.

Algumas conclusões até o momento...

Na minha prática e na escola da pesquisa sempre se utilizou o laboratório de informática para pesquisa de conteúdo ou para jogos didáticos. A minha proposta é fazer do ambiente virtual de aprendizagem uma extensão da escola, onde o aluno possa ser incentivado a realizar estudos fora do ambiente escolar, otimizando e organizando seu tempo de forma autônoma, se envolvendo no conteúdo abordado e de maneira lúdica desenvolvendo o raciocínio matemático.

Sendo assim, é possível concluir que essa estrutura de trabalho contribui para o baixo índice de reprovação dos alunos no conteúdo de polinômios da 7ªsérie/8º ano, para uma alta participação dos alunos nas tarefas propostas e é um desafio para os professores que lidam com esses estudantes *homo zappiens*, crianças da geração Z, forçando os professores a repensarem suas práticas, o espaço e tempo tem outra relação na contemporaneidade dessa geração e a escola deve derrubar suas fronteiras, pois vão além dos muros da escola o espaço escolar de aprendizagem.

Referências bibliográficas

Moyses, L. Aplicações de Vygotsky à educação matemática. 2ª ed. São Paulo. Editora: Papirus, 2000.

Nóvoa, A. Prefácio. In: JOSSO, M. Experiências de Vida e Formação. Lisboa: Educa, 2002.

Nóvoa, A.; Finger, M. O método (auto)biográfico e a formação. Lisboa: MS/DRHS/CFAP, 1998.

Oliveira, M. K. de. Vygotsky - Aprendizado e Desenvolvimento: Um Processo sócio-histórico. 4ª ed. São Paulo. Editora: Scipione,1999.

Tardif, M. Saberes docentes e formação profissional. Petrópolis: Editora Vozes, 2002.

Oliveira, M. K. de. Vygotsky - Aprendizado e Desenvolvimento: Um Processo sócio-histórico. 4ª ed. São Paulo. Editora: Scipione,1999.

Prensky. M. Disponível em http://www.marcprensky.com/writing, acessado em 2007, texto publicado na sua primeira versão em 2001.

Veen, W.; Vrakking, B. Homo Zappiens: educando na era digital. Porto Alegre, Artmed, 2009.

www.fvc.org.br, acessado em 25/07/2012.

www.hardware.com.br, acessado em 25/07/2012.

www.wordreference.com, acessado em 30/08/2012.

UNA SITUACIÓN DE OPTIMIZACIÓN ANALIZADA CON GEOGEBRA

Mariana Gabriela Torres – Cristina Viviana Varas
mtorres@uaco.unpa.edu.ar – crisvi33@hotmail.com
Unidad Académica Caleta Olivia – Universidad Nacional de la Patagonia Austral
Argentina

Tema: 4. Uso de Tecnologías.
Modalidad: Comunicación Breve.
Nivel educativo: Terciario – Universitario.
Palabras clave: Análisis Matemático, Optimización, GeoGebra.

Resumen

En ésta presentación se muestra el trabajo realizado sobre una actividad típica de optimización, se la ha analizado, tanto de la manera tradicional como se realiza en un curso de nivel medio, como con elementos que denominamos dinámicos, en este último utilizamos las herramientas del software GeoGebra. En el trabajo se hacen funcionar las relaciones que se producen en ambos contextos y comparamos las resoluciones, pensando en como inciden cada uno de los elementos que emergen de dichos análisis. La situación que se presenta es la de hallar los lados de todos los triángulos isósceles dado su perímetro, que hacen máxima el área. Se trata de brindar una mirada crítica en la enseñanza-aprendizaje de la matemática en este tipo de actividades.

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo surge en el marco de un curso, que forma parte de un Programa de Extensión[1] que se dictó para profesores de nivel medio y universitarios y alumnos universitarios de carreras de ciencias exactas de la Unidad Académica Caleta Olivia de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral en Argentina. Dicho curso apuntaba al uso del software GeoGebra, en el área de Análisis Matemático, área a la cual pertenecen sus disertantes y autoras de éste trabajo. Éste trabajo aborda el problema desde dos diferentes enfoques, el analítico y el que denominamos dinámico. El primero, lo abordamos usando las herramientas de un curso de nivel medio y el segundo utilizando el software GeoGebra que viene instalado en las netbooks que entrega el Programa Conectar Igualdad a las escuelas de Nivel Medio.

[1] Programa de Extensión denominado: "Uso e Integración de software libres en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática", a cargo de la Lic. Mariana Torres (directora de dicho Programa) docente UACO - UNPA y la Prof. Cristina Viviana Varas docente UACO- UNPA.

2. DESARROLLO

Cuando una tarea es abierta, el alumno se encuentra ante una pregunta a la que debe buscar respuesta sin conocer exactamente los medios para alcanzarla. Todo problema suele requerir para su solución estratégica poner en juego destrezas previamente adquiridas. Una planificación y control de la ejecución, y el conocimiento sobre los propios procesos psicológicos (metaconocimiento), lo que implica el uso selectivo de los propios recursos y capacidades disponibles (Pozo y Postigo, 1994). No obstante la puesta en marcha de una estrategia (como por ejemplo, formular y comprobar una hipótesis) requiere dominar técnicas más simples (desde aislar variables a dominar los instrumentos o registrar por escrito lo observado, etc.). De hecho, el uso eficaz de una estrategia, depende en buena medida del dominio de las técnicas que la componen. Identificar necesidades y demandas de su contexto[2].

La importancia y delimitación del campo de la modelización en la educación matemática han sido puestas de manifiesto por diversos autores[3]. En éste trabajo analizamos un problema de optimización usual del nivel medio, del área análisis matemático, área en la cual las autoras son docentes. Hemos tomado de referencia para analizar el problema, dos autores con los que trabajamos en el área. El *Problema*, (según Larson, R. Hosteler, R. Edwards, B.) que hemos tomado dice:

De todos los triángulos isósceles de 12 cm de perímetro, hallar los lados del que tome área máxima.

3. ESTUDIO REALIZADO

3.1 Enfoque analítico

La resolución del problema, desde éste enfoque se realizó buscando un modelo matemático, encontrando el/los puntos que satisfacen el modelo para luego concluir si

[2] Planteo de situaciones problemáticas como estrategia integradora en la enseñanza de las ciencias y la tecnología.

[3] Citado de: Uso de la modelización matemática en actividades didácticas. Análisis de una situación problema.

el/los puntos son un máximo y en consecuencia, la mayor área del triángulo en cuestión. La función que tenemos que maximizar es el área del triángulo, entonces:

Sea y uno de los lados iguales del triángulo, y sea x el lado desigual. La condición del problema nos dice que el perímetro del triángulo es de 12 cm. Por lo que

P= x+2y=12

Relacionamos las variables y obtenemos que: x + 2 y = 12 → x= 12-2y

Hallamos a continuación el área del triángulo que es: $A = x.\dfrac{\sqrt{y^2 - (x/2)^2}}{2}$. Sustituimos la relación hallada anteriormente.

$$A = (6-y).\frac{\sqrt{y^2 - (6-y)^2}}{2}$$

$$A = (6-y).\frac{\sqrt{y^2 - 36 + 12y - y^2}}{2}$$

$$A = (6-y).\frac{\sqrt{-36 + 12y}}{2}$$

Derivamos, igualamos a cero y calculamos el valor de y.

$$A' = 0$$
$$y = 4$$

Si y=4, encontramos el valor de x y obtenemos que x=4, por lo que el triángulo de área máxima sería un triángulo equilátero.

3.2 Enfoque dinámico

Cuando analizamos el problema aplicando GeoGebra, surge una cuestión interesante en la función A, que no se tiene en cuenta a la hora de analizarlo desde el enfoque analítico. Para crear el triángulo hay que escribir la relación entre x e y dada en el problema, pues sino no se puede realizar

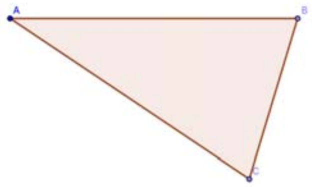


Figura 1

4. REFLEXIONES FINALES

En el enfoque analítico el área del triángulo se ve y es una sola, como así también solo se puede realizar la gráfica de una función A por vez, sin ver la familia de funciones que surgen a medida que varían los lados de los triángulos.

Mientras que en el enfoque dinámico vimos que se ponen a funcionar elementos y propiedades que no se explicitan en el contexto analítico, por ejemplo, se pueden incorporar deslizadores para y, luego como x depende de y, a medida que varía el primero también lo hace el segundo y así se pueden ver como se barren las diferentes áreas.

No pretendemos tomar partido por el enfoque analítico o el dinámico, estamos convencidas que cada uno de los enfoques tienen cuestiones interesantes para abordar, creemos que deben complementarse entre sí, permitiendo así su coexistencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gómez-Chacón, M. *Modelización matemática en contextos tecnológicos*. Recuperado de: http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/modelizaciones/modelizacion-1.pdf

- Larson, R., Hosteler, R.; Edwards, B. (2000). *Cálculo y Geometría Analítica* Vol. 1. México: Editorial MC GRAW HILL.

- Ortíz Buitrago, J., Rico Romero, L., Castro Martínez, E. Uso de la modelización matemática en actividades didácticas. Análisis de una situación problema. Recuperado de: http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/OrtizJ04-2859.PDF

- Stewart, J. (2002). *Cálculo. Trascendentes Tempranas*. México: Editorial THOMSON.

- Vásquez, S., Bustos, P., Núñez, G., Mazzitelli, C. (2004). Planteo de situaciones problemáticas como estrategia integradora en la enseñanza de las ciencias y la tecnología. Revista electrónica de Enseñanza de las Ciencias. Vol. 3 (Nº 1). Pp. 73-85.

- Vilanova, S. Rocerau, M. Valdez, G. Oliver, M. Vecino, S. Medina, P. Astiz, M. Álvarez, E. *LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje.* Recuperado de http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF.

¿QUIÉNES Y CÓMO ESTUDIAMOS EN LA CLASE DE MATEMÁTICA?

Graciela Bellome
gbellome@ungs.edu.ar
Universidad Nacional de General Sarmiento - Argentina

Tema: Investigación didáctica
Modalidad: CB
Nivel: Medio
Palabras clave**:** estudiantes, motivación, matemática, teoría de la actividad

Resumen
La presente ponencia es un avance teórico y empírico del proyecto de investigación "Estudiar en la escuela secundaria: construcción de sentidos y estrategias". El propósito de ésta es comprender cómo se articulan los fenómenos sociales con la construcción subjetiva de los estudiantes en el contexto escolar respecto de la motivación para el estudio. Se parte de la hipótesis de que los propios procesos de enseñanza desarrollados en el ámbito escolar pueden aportar herramientas cognitivas para favorecer la motivación para el estudio, mientras que la ausencia de estas puede obstaculizarla. Particularmente este trabajo fue guiado por preguntas del estilo: ¿Cuáles son las experiencias escolares que contribuyen a la construcción de la motivación para el estudio en matemática?, ¿Cuáles son las iniciativas escolares que favorecen u obstaculizan la motivación de los estudiantes para el estudio en matemática?

Presentación

Como se señala en el proyecto de investigación[1], el aprendizaje de los conocimientos escolares requiere de una participación activa de los estudiantes en la realización de actividades de todo orden. Es necesario « hacer algo »: escuchar a los profesores, responder preguntas, formular preguntas, resolver ejercicios, opinar, analizar, buscar información, leer. Todas esas acciones suelen ser englobadas en la noción de estudio.

La investigación en la que se enmarca este trabajo parte de la hipótesis de que los propios procesos de enseñanza desarrollados en el ámbito escolar pueden aportar herramientas cognitivas para favorecer la motivación para el estudio, mientras que la ausencia de estas puede obstaculizarla, y por ello se propone indagar sobre ¿cómo construyen los estudiantes de escuela secundaria su motivación / desmotivación por el estudio? ¿Cuáles son las experiencias escolares que contribuyen a esa construcción?

[1] Dirigido en su primer etapa por Flavia Terigi y actualmente bajo la dirección de Juan Carlos Serra.

¿Cuáles son las iniciativas escolares que favorecen u obstaculizan la motivación de los estudiantes para el estudio?

El propósito de esta presentación es abonar a la construcción de las dimensiones, categorías y variables que permitirán el análisis de nuestras observaciones de clases de matemática de 1º año de escuela secundaria que llevamos adelante durante el mes de mayo del corriente año, a la que asisten los alumnos seleccionados para la muestra, en dos escuelas del conurbano bonaerense.

Comprender la motivación para el estudio a partir de la Teoría de la Actividad

Si bien el abordaje teórico respecto de estas cuestiones no remite a un encuadre teórico específico que de cuenta de la complejidad del fenómeno, parte de nuestro trabajo durante el año 2011 ha sido analizar las alternativas teóricas que han abordado esta cuestión y proponer un encuadre teórico que pueda articularlas.

La teoría de la actividad (Baquero y Terigi, 1996; Engeström, Miettinen, Punamäki, 1999; Cole y Engeström, 2001; Daniels, 2003) representa un marco conceptual potente para tener una comprensión más acabada de la motivación de los alumnos de escuela secundaria para el estudio a través de la descripción de los componentes de su sistema de actividad y de las relaciones que se establecen entre ellos.

Baquero y Terigi (1996) señalan que esta teoría es útil para "*comprender que los motivos o sistemas de motivación que regulan la actividad escolar en su conjunto (los que definen el sentido de asistir a la escuela) y las tareas específicas, son también objeto de apropiación por parte de los sujetos".*

Los teóricos de la actividad intentan analizar el desarrollo de la conciencia dentro de estos contextos de actividad social práctica. Hacen foco en los impactos psicológicos de la actividad organizada y en las condiciones y los sistemas sociales que se producen mediante esta actividad.

Este abordaje reconoce que la motivación –en tanto proceso psicológico de los alumnos-no es una propiedad particular de los sujetos, sino por el contrario su construcción es el resultado del sistema de actividad en su conjunto.

A continuación presentamos un nuevo avance en la aproximación empírica de las relaciones entre el sujeto que aprende (el alumno) y la comunidad en la que aprende (grupo de compañeros de curso y docente). Este surge del análisis de las observaciones de clases que se llevaron a cabo durante los meses de octubre y noviembre del año 2011 durante cuatro jornadas de clase de escuela primaria a las que asistieron los alumnos que fueron seleccionados para formar parte de la muestra de estudiantes que serán seguidos en distintos momentos de su escolaridad secundaria, a partir del año 2012.

La clase de matemática ¿una oportunidad para todos?

El foco de esta presentación está centrado en el trabajo académico que se llevó a cabo en las clases de matemática de sexto grado (A y B) que se observaron en una escuela primaria del conurbano bonaerense perteneciente a la zona de influencia de la Universidad Nacional de General Sarmiento.

Para dar respuesta a la pregunta que abre este apartado nos propusimos realizar el análisis sobre el modo en que el trabajo académico fue llevado a cabo, y el de las demandas intelectuales propias de las diferentes formas de trabajo propuesto.

Durante las clases de matemática observadas, la docente a cargo de los dos cursos planteó actividades de repaso para una próxima evaluación. Mientras que a un grupo les propuso una actividad individual y escrita, al otro le planteó una actividad, con consignas similares a la anterior, oral y a todos juntos. En ambos casos comprobamos que las respuestas que dieron los alumnos:

- ✓ Fueron exposiciones verbales, y no quedó registrado en sus carpetas lo que se fue desplegando (tanto aciertos como errores).
- ✓ No incluyeron cuestiones acerca de cómo llegaron a la respuesta solicitada, ni tampoco evidenciaron la capacidad –por parte de los alumnos- de reconocer la necesidad de validar.
- ✓ Se lograron por imitación a un modelo que les presentó la docente anteriormente, para lo cual necesitaron tomar indicios superficiales, externos al

conocimiento[2]. Tal es el caso de las preguntas que presentó la docente a la hora de comenzar con la resolución de los ejercicios, a las cuales siguió una ejemplificación de cómo había que resolver los ejercicios, con la intención de que los alumnos puedan resolver correctamente:

1.- "¿Qué es lo que hay que hacer?"
2.- "¿Cómo tengo que hacer?

- ✓ La ausencia de un proceso de reflexión sobre lo realizado, imposibilitó la producción de generalizaciones a la luz de las estrategias desplegadas frente a los problemas.

Es decir que aquellas tareas académicas propuestas por la docente, en las que decidió allanarles las dificultades, simplificando y fragmentando las tareas propuestas, definieron un trabajo académico de los alumnos –*tareas de memoria* en términos de Doyle- algoritmizado y de menor compromiso cognitivo. Tareas que, según Novembre, buscan contextualizarlos en escenarios muy familiares[3], "*lo que frecuentemente lleva a los alumnos al uso de lógicas pragmáticas en contraposición con la lógica matemática*" (Novembre; 2011).

---

[2] A modo de ejemplo, en la clase observada el día 26/11/11 , se les propuso a los alumnos la siguiente consigna:

1.-

$$1\frac{6}{4}= \qquad 8{,}23= \qquad \frac{8}{100}=$$

$$2\frac{8}{5}= \qquad 9{,}65= \qquad \frac{9}{10}=$$

$$6\frac{7}{2}= \qquad 64{,}27= \qquad \frac{116}{10}=$$

Quienes estuvimos registrando esa clase, no entendimos qué se esperaba de los alumnos con esta actividad, ya que no se explicitó la consigna. Sin embargo, parecía que los alumnos "tenían en claro" lo que se esperaba que respondieran. Sus respuestas fueron: 10/4; 823/100; 0,08; etc., etc.

[3] Tanto que sin explicitar la consigna, los alumnos sabían qué se les pedía que hicieran.

En la clase en la que la propuesta organizativa fue con todo el grupo, sólo seis de los 22 alumnos del grupo clase respondieron a las preguntas que planteó la docente. Las respuestas que dieron aquellos seis no se debatieron, y las que presentó la docente como verdaderas, fueron consideradas un producto acabado.

En cuanto al ritmo que se impuso, a la hora de resolver los ejercicios propuestos, pareció cada vez más vertiginoso y en el que no hubo lugar para la ayuda a los alumnos que no alcanzaron siquiera a entender la consigna del ejercicio[4]. Nosotros proponemos una hipótesis adicional: el ritmo acelerado con el que se respondió cada uno de los ejercicios planteados se podría considerar como una estrategia de control disciplinario, dado que: de las clases observadas, éste fue el único momento en el que ninguno de los alumnos se levantó de su banco, escuchó música con el celular, ni conversó con otro compañero.

Al hacer foco en aquellos alumnos que manifiestan en las entrevistas: "No me gusta la matemática, porque no la entiendo…"; o… "No soy bueno para la matemática" o "… me cuesta entender porque van rápido", y en función de la propuesta, las consignas y las posibilidades de participar, creemos que hay oportunidades de aprendizaje desiguales. Advertimos que los alumnos que presentan bajo rendimiento en cuanto a notas, no pertenecen al grupo de esos seis alumnos que respondieron, tampoco presentaron indicios de haber comprendido las respuestas dadas por sus compañeros, ni las propias consignas; y no demandaron ayuda a la docente ni a sus compañeros.

Es menester la articulación del análisis de estas tres dimensiones (propuesta organizativa por parte de la docente, el ritmo de trabajo impuesto y las demandas intelectuales que se les pidió a los alumnos) con el decir de estos alumnos de bajo rendimiento para focalizarnos en la interpretación del material empírico recogido.

Para finalizar…

Los elementos identificados en las clases de matemática observadas de escuela primaria tienen el objeto de introducirnos, desde la teoría de la actividad, en una más ajustada

[4] Se escucha en la grabación de las clases, el decir de algunos alumnos: "No entiendo…"

observación de las clases de matemática de primer año de la escuela secundaria. El propósito es analizar si los alumnos que manifiestan dificultades en su rendimiento en primer año, son atravesados por las mismas que se visualizaron desde las dimensiones propuestas en este trabajo.

Determinadas experiencias escolares – de las que pudimos observar- prueban algunas de las tensiones que los docentes manejan en su accionar diario. Pudo observarse que la calidad de los aprendizajes es un atributo secundario en la vida de las aulas, donde las respuestas "rápidas" que dan los estudiantes y el control disciplinario pasan a ser objetos prioritarios. Además, hemos advertido que parecieran confundirse las ayudas a encontrar la respuesta a un problema con las ayudas a aprender.

Nos preguntamos ¿Hasta qué punto este tipo de experiencias descriptas generan condiciones en los alumnos para fortalecer la confianza en las posibilidades de aprender, y no afectan su subjetividad y su propia percepción como sujetos capaces de aprender? ¿Cómo se relaciona el fortalecimiento de esa confianza con el rendimiento?

Referencias bibliográficas

Baquero, R.; Terigi, F. (1996). En búsqueda de una unidad de análisis del aprendizaje escolar, en el Dossier "*Apuntes pedagógicos*" de la revista *Apuntes UTE/CTERA*, Buenos Aires.

Cole, M.; Engëstrom, Y. (2001). Enfoque histórico-cultural de la cognición distribuida, en Solomon, G. *Cogniciones distribuidas. Consideraciones psicológicas y educativas*. Buenos Aires: Amorrotu.

Daniels, H. (2003). *Vygostky y la pedagogía*. Buenos Aires: Paidós.

Doyle, W. (1998). Trabajo académico. En Didáctica II Nº2. Aportes teóricos. UBA-FFyL, "*Representaciones del contenido en las definiciones de los maestros sobre el trabajo académico*".

Engeström, Y.; Miettinen, R.; Punamäki, R. (1999). *Perspectives on activity theory*. New York: Cambridge University Press. Recuperado de http://es.scribd.com/doc/50289457/Perspectivas-en-la-Teoria-de-la-Actividad-Engestom Consultado 6-6-12

Novembre, A. (2011). Posibilidades y responsabilidades del aprendizaje y la enseñanza de la matemática. En Diaz, A. (Coordinadora), *Enseñar matemáticas en la escuela media*, Capítulo 2, pp. 21-54. Buenos Aires: Biblos.

Terigi, F.; Serra, J. C; Bellome, G. (2011) *Estudiar en la escuela secundaria:construcción de sentidos y estrategias* .Proyecto de investigación en la Universidad Nacional de General Sarmiento, Provincia de Buenos Aires.

A DISCIPLINA DE SEMINÁRIO INTEGRADO NAS NOVAS PROPOSTAS DE ENSINO DO GOVERNO GAÚCHO

Dilson Ferreira Ribeiro - Jarbas Santos Vieira
dilsondfr@gmail.com - jarbas.vieira@gmail.com
Universidade Federal de Pelotas - Brasil

Tema: Investigação Didática
Modalidad: Comunicación Breve
Nivel educativo: Médio (11 a 17 anos)
Palavras chave: produção do conhecimento, inovação, proposta de ensino.

Resumen

Este relato centraliza-se numa experiência ocorrida na implantação do Seminário Integrado nas escolas gaúchas em 2012. As atividades, ocorridas numa escola estadual da cidade de Pelotas/RS têm como objetivo principal, estabelecer relações entre as diversas áreas e suas tecnologias como: Linguagens e Códigos, Matemática, Ciências da Natureza e Humanas. Seis professores desenvolveram o trabalho e despertaram, em seus alunos, a capacidade investigativa e de produção do conhecimento. Com as Organizações Curriculares Nacionais do Ensino Médio e a proposta de modificar o Ensino Médio Gaúcho, mostra-se o destaque dado a interpretação e análise de fatos do cotidiano que proporciona, cada vez mais, uma malha curricular flexível, adaptando-se gradativamente à realidade do aluno, ocorrendo assim, mudanças nas metodologias de ensino, na estrutura curricular que envolvem os conteúdos e do processo avaliativo. Diante desta proposta inovadora, faz-se uma análise dos resultados alcançados a partir da escrita dos alunos e do comentário dos professores.

INTRODUÇÃO

Este relato de experiência originou-se a partir de uma proposta oferecida pela Secretaria Estadual de Educação do Rio Grande do Sul (RS) com a finalidade de modificar o ensino médio nas escolas estaduais gaúchas. Esta experiência foi desenvolvida e intensamente vivida por um grupo de seis professores[1] da Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Joaquim Duval, na cidade de Pelotas. Os professores que compõe as diversas áreas do conhecimento contribuíram com horas de reunião e ideias para o desenvolvimento da disciplina de Seminário Integrado. Esta experiência desenvolvida durante o primeiro trimestre letivo de 2012 contava com turmas de, aproximadamente, trinta alunos, na faixa etária dos 14 anos.

Após os professores cumprirem seu período de férias gozadas entre os meses de janeiro e fevereiro de 2012, se depararam com a proposta e demonstraram um certo

[1] Os professores que compõe o grupo mencionado são: Claudia da Silva Borges, Joice Gularte, Lenir Caruccio, Jackie Denise Sena de Godoy, Flavia Rosane Bento Rodriguez e o autor deste artigo, Dilson Ferreira Ribeiro, aluno do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UFPEL.

estranhamento em não desenvolver um trabalho que pudesse contribuir de forma positiva para a formação de seus alunos. Já com os alunos, a expectativa e a dúvida quanto a nova proposta era muito visível, demonstrado pelo espanto em ter aulas com quatro professores ao mesmo tempo. Essas reações de estranhamento em relação ao novo podem ser consideradas aceitáveis tanto por parte de professores como de alunos já tudo aquilo que é novo ou que quebre a rotina causa uma reação ou um sentimento apreensivo por parte de qualquer ser humano.

Percebe-se nas reações demonstradas, de forma implícita, o sistema tradicional de ensino, que diante de tamanha importância torna-se, na percepção de alguns, o único processo capaz de formar pessoas competentes e proporcionar-lhes um futuro promissor.

O grupo de professores que conduziu as atividades aqui relatadas realizou um trabalho em conjunto, cuja fluidez de ideias, que proporcionaram a realização de atividades de qualidade, ocorreu devido ao empenho que todos demonstraram ao levar às reuniões, contribuições e metodologias que serão posteriormente especificadas.

Elucidando as reações encontradas pelos professores, retornamos àquelas reuniões ocorridas antes do Seminário Integrado ter sido posto em prática. Podemos aqui nos apropriar das ideias de Pierre Bourdieu, que fala da necessidade de haver um grupo de pessoas que esteja disposta a mudar, e não uma pessoa em sua infinita solidão, (cf. GONÇALVES, 2011, p.98).

Mas nem todos os grupos buscaram leituras e informaram-se sobre esta proposta de ensino. Houve notícias de que alguns educadores, da Escola Joaquim Duval ou de outras escolas, assimilaram a proposta apenas como mais uma disciplina, escolhendo uma avaliação tradicional, como, por exemplo, uma prova teórica composta por perguntas que previamente seriam memorizadas pelos alunos e, em seguida, respondidas de maneira formal pelos mesmos, acreditando esses professores que estariam, a partir disso, desenvolvendo um trabalho inovador, que contribuísse para uma educação de qualidade.

O Seminário Integrado é, na nova estrutura do ensino médio gaúcho, um espaço que a malha curricular ganha afim de desenvolver a autonomia do aluno em produzir seu conhecimento e desenvolver seu senso crítico e investigativo. O Seminário Integrado desenvolve suas atividades com uma organização de tempo que corresponde a uma aula de 50 minutos pela manhã e mais duas aulas de mesmo tempo cada, no turno inverso, neste caso, nas tardes de segunda feira. Pode-se entender que esta proposta inovadora gerou uma insegurança tanto no grupo de educadores, e desse não excluímos a coordenação e direção da escola, quanto no grupo discente, que mereceu uma atenção com maior compreensão dos seus professores para a realização das atividades propostas. As inovações, segundo Huberman (1976, p.7), "possuem uma ligação direta sobre as relações sociais, desencadeando ai uma manifestação de encorajamento ou de resistência", para isso, entende-se que:

> Os inovadores são caracterizados como aqueles que possuem liberdade de resolver problemas e elaborar soluções. Também atribui-se ao inovador, uma personalidade forte, identificando-os como rebeldes, emancipados, não autoritários, liberais e que percebem um mundo coerente a sua volta, cujas reações eles podem prever. (HUBERMAN. 1976, p.69-71)

CONHECENDO A ESTRUTURA DO SEMINÁRIO INTEGRADO

A proposta do Seminário Integrado é melhor entendida quando tomamos conhecimento da modificação do Ensino Médio proposta pelo Governo do Estado do Rio Grande do Sul (RS), em paralelo com as Organizações Curriculares Nacionais do Ensino Médio (OCNEM).

Na leitura feita nos dois documentos é clara a ênfase dada á contextualização de conteúdos diretamente relacionados ao cotidiano do aluno o qual, através da estatística, desenvolve um papel de investigador e produtor do seu conhecimento

A nova proposta de ensino do RS, aplicada gradativamente até 2014, é composta por uma jornada que pode chegar até 3200 horas, aliando ao Ensino Médio cursos como o Politécnico, Normal e Educação Profissional, com jornada que exige do aluno a presença em um dos dias da semana em turno inverso, conforme está ocorrendo em 2012 com o Seminário Integrado.

Essa divisão de horas na estrutura curricular pode ser compreendida com mais clareza na tabela abaixo que será introduzida gradativamente, até 2014, mantendo a sequência de uma série por ano.

	1° ano	2° ano	3° ano	TOTAL
Formação Geral	600h - 750h	400h - 500h	200h - 250h	1.200h - 1.500h
Parte Diversificada	200h - 250h	400h - 500h	600h - 750h	1.200h - 1.500h
TOTAL	800h - 1.000h	800h - 1.000h	800h - 1.000h	2.400h - 3.000h

Fonte: Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio: 2011-2014. (BRASIL, 2012, p.25)

Em se tratando do ensino da matemática, essa proposta, que visa a diminuição da evasão escolar e do alto número de reprovações, preocupa-se com a modelagem matemática, a interdisciplinaridade e a ênfase á pesquisa, organizando os conteúdos a partir da vivência do aluno e promovendo o diálogo entre as áreas do conhecimento.

A proposta de inovação do Ensino Médio está diretamente ligada com a contribuição do coletivo, para que isto ocorra, as escolas devem realizar um trabalho organizado em que cada indivíduo que compõe essa escola sinta-se responsável pela construção de seu conhecimento.

A METODOLOGIA DE ENSINO DO SEMINÁRIO INTEGRADO MINISTRADO NA ESCOLA JOAQUIM DUVAL.

A proposta desta sessão é mostrar os passos desenvolvidos e os caminhos percorridos pelos educadores e pelo grupo discente na realização das atividades que acabou sendo a base fundamental para a estruturação do Seminário Integrado que, a partir de uma concepção deste grupo de professores, teve o objetivo principal de desenvolver no aluno a responsabilidade no cumprimento de suas tarefas, suas habilidades e competências atrelados ao estudo de temas que realmente fizessem parte de seu cotidiano ou que fosse de seu interesse, bem como o desenvolvimento de práticas como: a apresentação ou argumentação sobre aquilo que pesquisavam, a fim de proporcionar ao educando a oportunidade de aumentar sua bagagem cultural.

Com a preocupação de falar a "mesma língua", os professores envolvidos com esse trabalho, afinaram muito bem a proposta que seria levada aos alunos. Isso ocorreu, mais precisamente, em encontros que ocorreram nas semanas que antecederam as aulas de Seminário Integrado, que começaram em abril, tendo os professores, portanto, um mês de planejamento e discussões que foram desde reuniões ministradas pela equipe pedagógica até chegar às reuniões organizadas apenas pelos professores envolvidos.

Conhecida a verdadeira proposta do Seminário Integrado, os alunos expuseram, em um primeiro encontro, o interesse pelos temas a serem pesquisados. Mesmo com uma conversa informal, a turma custou expressar sua opinião. Acredito que a expectativa do que viria a acontecer ou até mesmo a dúvida com relação ao que estava acontecendo, fez com que as ideias de temas a serem pesquisados fossem ganhando forma a partir de um segundo encontro.

Muito importante salientar a diversidade de assuntos que foram aparecendo, até porque o grupo de professores envolvidos elegeu como prioridade a liberdade do aluno em dedicar-se a um assunto que fosse de seu agrado, fazendo assim com que surgissem temas como: a evolução do cinema, em que outro grupo discutiu o fechamento das salas de cinema na cidade de Pelotas; o meio ambiente, aqui destacado por dois trabalhos que tratavam de aquecimento global e o destino dado ao lixo doméstico; a violência nas escolas; o abandono de animais; o futebol na vida dos brasileiros; uma análise sobre as tecnologias de guerra num contexto que percorreu desde a primeira guerra mundial até os dias de hoje; a evolução da informática, que envolveu um estudo desde o primeiro computador até o *tablet*; os hábitos de alimentação e a influência das redes sociais na vida de todos nós.

Diante da escolha dos temas de pesquisa e também mediante a composição dos grupos de trabalho, os quais tinham na sua formação de quatro a sete alunos, estes começaram a tomar conhecimento da estrutura necessária para a pesquisa e apresentação de um estudo. Nos encontros seguintes foram discutidas a construção de uma pesquisa com uma atenção ao desenvolvimento de uma pergunta problema, uma justificativa, um objetivo de pesquisa, bem como uma metodologia e a elaboração de um relatório de conclusão.

Nesta parte, cada item ocupou o espaço de um encontro, para que os alunos entendessem e tivessem a possibilidade de desenvolver o "corpo de seu trabalho" de acordo com o tema a qual foi escolhido. Sem que se tornasse uma aula expositiva cheia de conceitos e definições, a proposta sempre era de trabalhar em grupo e depois, em poucas palavras, os educandos mostravam ao grande grupo a sua produção. Ocorrido isso, a intenção era desenvolver uma postura correta e perder o medo de falar em público, um dos principais pontos trabalhados com esses alunos.

Diante da escolha de seu tema de pesquisa, os alunos tiveram a liberdade de coletar informações em diversas mídias ou bibliografias, sempre priorizando o desenvolvimento de sua escrita. Uma vez realizado o estudo que lhes ofereceu um certo domínio sobre o assunto escolhido, elaboraram um questionário e foram as ruas para coletar a opinião da comunidade a qual fazem parte, desenvolvendo no retorno à sala de aula, a organização dos dados encontrados e a representação destes em tabelas e gráficos, que oportunizaram a conexão entre a teoria e a realidade, o que gerou a construção de um relatório de conclusão que desenvolveu a escrita e o seu senso crítico.

A orientação da escrita dos textos, da organização dos dados bem como a orientação para a construção do questionário era dada por todos os professores, nunca havendo uma subdivisão entre as áreas.

No desenrolar dessas atividades, o que mais marcou foi a socialização ocorrida entre os grupos, quando eram proporcionados, ao final de alguns encontros, que os grupos expusessem a todos como andava sua pesquisa, os passo e as dificuldades que estavam encontrando, ocorrendo em determinadas situações, a contribuição de ideias entre os grupos e não apenas vinda dos professores.

Decorridas quatro semanas, os alunos fizeram sua primeira apresentação, sendo esta apenas um ensaio de no máximo 10 minutos e que mostraria ao grande grupo, como estavam os andamentos dos trabalhos. Na verdade, esta primeira apresentação serviu como base para que no final, os professores percebessem a evolução dos alunos frente às propostas desenvolvidas, sendo assim, os alunos perceberam que o medo e o papelsinho trêmulo, mantido por alguns no ato de suas apresentações, deveria ser abandonado.

Percebe-se que a inquietude e a novidade na execução deste projeto proporcionou uma análise mais cuidadosa tanto para os alunos quanto para os professores. Quando chega o quesito avaliação, este mereceu um tratamento mais especial, não sendo deixado para o final das atividades, mas sim, refletido em cada encontro ministrado. A avaliação levou em consideração a evolução do educando frente às propostas e dificuldades que eles enfrentaram. Na proposta de uma apresentação inicial de no máximo dez minutos, conforme elucidada anteriormente, os professores faziam anotações que serviram de base para a análise do progresso deste aluno ao final da pesquisa.

As anotações realizadas eram, posteriormente, repassadas aos alunos para que estes pudessem saber quais pontos precisariam melhorar, suas qualidades e suas características no desenvolvimento das atividades em grupo.

Sem que uma nota específica fosse dada, tendo em mãos apenas de pareceres descritivos, após três semanas, os professores foram para a apresentação final com o intuito de perceber se aquilo que era planejado anteriormente teria retorno por parte dos alunos, com isso, foi feita uma comparação entre a apresentação inicial e a final que desta vez, era mais complexa, pelo fato de contar com um tempo de aproximadamente 20 minutos, em que o aluno além de mostrar sua pesquisa, deveria posicionar-se com relação aos resultados encontrados.

Levando em consideração, o fato de trabalharmos com alguns alunos que demonstram uma certa imaturidade para a referida proposta, seja por despreparo durante sua vida de estudante ou até mesmo levando em consideração sua inexperiência, os grupos demonstraram um excelente desempenho, havendo, por parte de todos, o comprometimento em desenvolver as atividades propostas que eram mostradas com muito entusiasmo, já que tudo partia de temas os quais eram de seu interesse, proporcionando assim, a motivação pela pesquisa.

Uma vez em posse dos trabalhos escritos e pareceres colhidos ao longo dos encontros, deparamo-nos com um sistema que exige um valor, uma nota para demonstrar o aproveitamento do aluno. Sendo assim, o grupo de professores decidiu levar em consideração o desenvolvimento da escrita, a relação entre as apresentações com o conteúdo dos trabalhos e principalmente, a evolução daquele aluno que tinha muitas expectativas e medos e que chegou ao final conseguindo argumentar sobre o assunto o qual havia escolhido.

Sendo assim, parte-se da premissa de que todos os alunos tinham a nota máxima, que de acordo com o regimento desta escola, é igual a vinte pontos, ocorrendo a partir daí, descontos de um ponto por item de análise que detiveram-se na escrita, estrutura metodológica dos trabalhos, organização dos dados e relação entre o material das apresentações com o material escrito. Como a evolução da primeira apresentação para a segunda foi satisfatória a todos, este quesito não foi discutido no momento de dar a "nota" final que teve como valor mínimo atribuído, o equivalente a dezessete pontos.

AS REAÇÕES DOS ALUNOS

Para os alunos, a reação era receosa, isso porque eles faziam perguntas como: Vocês vão fazer provas muito difíceis? Vou conseguir copiar tudo do quadro, com quatro professores falando e dando aula ao mesmo tempo? Como vou colar na prova com quatro professores cuidando? Como vou passar de ano, se além de ter que estudar todas as outras matérias, ainda tenho esta que são todas ao mesmo tempo?

Para fazer um paralelo entre o antes e o depois das atividades do Seminário Integrado, foi proposto aos alunos[2] que escrevessem aquilo que mais destacavam nas aulas de seminário Integrado. Nessas descrições, percebeu-se o quanto estas atividades deixaram marcas nestes educandos, como alguns relatos que salientaram a liberdade pela escolha do tema, o conhecimento de novas realidades, o fato de abordarem assuntos do cotidiano e de terem contato com uma diversidade de assunto jamais vista antes.

A adaptação dos educandos, que é gradativa, mostra que esta proposta tem um caminho longo a ser percorrido, no entanto, destaca que nesta pequena experiência, resultados positivos foram alcançados, como podemos perceber em determinadas falas dos alunos ao citarem: "[...] estamos nos preparando para sabermos discutir assuntos em grupo,

[2] O nome dos alunos foi substituído por nomes de pedras preciosas, com a finalidade de preservar a identidade dos mesmos.

dividir tarefas e saber falar em público, essas situações que vamos ter que saber lidar quando trabalharmos, a escola está ajudando". (QUARTZO)

Percebe-se também em alguns relatos, que as atividades desenvolvidas propuseram aos alunos uma definição do que é o Seminário Integrado. Essa percepção é constatada quando um aluno escreve: "[...] a palavra Seminário Integrado trata de "preparação". Uma preparação para o mundo que lá fora nos aguarda". (RUBI). Percebe-se assim, o quanto os objetivos pretendidos inicialmente pelos professores e a metodologia escolhida, causou algum efeito e mexeu com a estrutura desses educandos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que fica aqui registrado é a importância em apostar nas novas estratégias de ensino, sem o medo do insucesso. Claro que a chance do insucesso acontecer é mínima quando podemos contar com um grupo de educadores e educandos dispostos em inovar; um grupo motivado a cada passar de horas com as situações as quais se deparavam e com os desafios que lhes eram impostos.

Percebemos nas escritas dos alunos o verdadeiro propósito alcançado com o Seminário Integrado elegendo na figura do professor, não um personagem que transmite conceitos, mas sim constituinte de uma relação entre aluno e professor que trocam conhecimentos.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio:** Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2006. V. 2.

BRASIL, Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul, **Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio: 2011-2014.** Disponível em: <www.educacao.rs.gov.br>. Acesso em: 05 abr.2012.

Gonçalves, N. G & Gonçalves, S. A. (Ed.2). (2011). Pierre Bourdieu: educação para além da reprodução. Petrópolis: Vozes.

Huberman, A. M. (Ed.2). (1976). Como se realizam as mudanças em educação**:** subsídios para o estudo do problema da inovação. São Paulo: Cultura.

EL ESTUDIO DE CASO EN LA TEORÍA SOCIOEPISTEMOLÓGICA: SU RELEVANCIA EN LA INVESTIGACIÓN EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Dra. Beatriz Introcaso - Prof. Erica Panella
beatriz@fceia.unr.edu.ar - panella@fceia.unr.edu.ar
Universidad Nacional de Rosario (FCEIA), Argentina.

Formación de Profesores y Maestros/Investigación didáctica
CB
Formación y actualización docente.
Estudio de caso – Teoría socioepistemológica – Formación de profesores – Matemática Educativa

Resumen

La puesta en marcha del Programa Conectar Igualdad (PCI, 2010) creado a partir del Decreto 459/10, en el marco del cual se asignan netbooks como recurso educativo a los alumnos y docentes de educación secundaria de escuelas públicas, educación especial e Institutos de Formación Docente de la República Argentina, entre otras cosas, nos movió a indagar acerca de la formación de profesores de Matemática en relación a las TICs[1]*. Nos cuestionamos entonces el tipo de abordaje metodológico para llevar a cabo esta investigación, con la intención de lograr una adecuada comprensión del fenómeno y poder además realizar aportes relevantes a la situación actual en lo que a la formación de profesores de Matemática respecta. ¿Cuáles son los alcances y la validez de un estudio de caso en este escenario? Tomamos en cuenta investigaciones que intentan dar respuesta a este interrogante, aplicadas a distintos campos de las Ciencias Sociales. Finalmente, en el marco de la Teoría Socioepiestemológica de la Matemática Educativa, estudiamos elementos teóricos y antecedentes que, a nuestro criterio, dan sustento a la necesidad y conveniencia de la elección del estudio de caso como enfoque metodológico más adecuado para abordar nuestra investigación.*

Introducción

En la actualidad, la incorporación de las TICs está ampliamente difundida como recurso didáctico en el campo de la enseñanza de la Matemática. Sin embargo, es notorio que dicha incorporación en las aulas no es un hecho frecuente. Por otra parte, también cabe preguntarse si – en los casos en que esta incorporación se realiza – la misma responde a objetivos claros y coherentes con los explicitados en los diseños curriculares. Esta situación, sumada a la actual puesta en marcha del Programa Conectar Igualdad (PCI, 2010) creado a partir del Decreto 459/10, en el marco del cual se asignan netbooks como recurso educativo a los alumnos y docentes de educación secundaria de escuelas públicas, educación especial e Institutos de Formación Docente, nos mueve a indagar acerca de la formación que reciben los profesores egresados de los profesorados de Matemática en este aspecto.

[1] Tecnologías de la Información y la Comunicación

Decidimos contextualizar la investigación a los cuatro profesorados de Matemática (dos de nivel terciario y dos universitarios) (dos públicos y dos privados) de la ciudad de Rosario, provincia de Santa Fe, de la República Argentina. Nos cuestionamos entonces el tipo de abordaje metodológico para llevar a cabo este estudio, con la intención de lograr una adecuada comprensión del fenómeno y poder además realizar aportes relevantes a la situación actual en lo que a la formación de profesores de Matemática respecta.

Nuestra investigación se enmarca en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2010) la cual proporciona una nueva visión de la construcción del conocimiento matemático afirmando que el mismo es **socialmente construido**, donde la actividad humana y las prácticas sociales son las fuentes de creación de dicho conocimiento.

La Socioepistemología propone dar un vuelco a la visión tradicionalista de la matemática escolar, plantea cambiar, a nivel institucional y cotidiano, la visión que de la enseñanza y el aprendizaje centrados en los objetos matemáticos para preocuparse de cómo estos son aprendidos en un constante proceso de construcción y resignificación.

A partir del análisis de distintos enfoques metodológicos y tomando como marco teórico los fundamentos y postulados de la Teoría Socioepistemológica, tuvimos en claro que el estudio sería cualitativo, de tipo descriptivo e interpretativo. En cuanto al diseño, el estudio de caso parecía adecuarse por ofrecer la posibilidad de un análisis en profundidad y de una mayor comprensión del fenómeno teniendo en cuenta la influencia de lo sociocultural y el análisis de las prácticas sociales subyacentes. Pero se nos planteó el problema de la validez ¿Cuáles son los alcances y la validez de un estudio de caso en este escenario?

Consideraciones acerca de las TICS

Existen numerosas experiencias publicadas en revistas internacionales en las que se da cuenta de que una adecuada incorporación de las herramientas computacionales como recurso didáctico facilita el aprendizaje de la Matemática. Actualmente el debate no es acerca de su necesidad, sino de las ventajas que ofrece su utilización, de los objetivos y las formas de utilizarlas, de su incidencia en la cognición y procesos del pensamiento de los alumnos y la manera como impactan en la reestructuración del currículo educativo.

Las Normas UNESCO sobre Competencias en TIC para docentes describe las mismas clasificándolas en ciertos módulos. En el documento se explicita que:

> *Los docentes que muestren poseer competencias en el marco del enfoque de creación de conocimientos podrán: concebir recursos y entornos de aprendizaje basados en las TIC; utilizar las TIC para apoyar el desarrollo de la creación de conocimientos y del espíritu crítico de los estudiantes; apoyar el aprendizaje permanente y reflexivo de éstos* (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 2008, p. 22)

En los lineamientos curriculares del año 2010 para el Ciclo Básico de Educación Secundaria, el Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe afirma que las nuevas tecnologías han de ser aprovechadas al máximo en cada clase de matemática, estableciendo con ellas un "diálogo inteligente", lo que llevará a la interpretación de los procesos de aprendizaje de cada contenido más que a la reiteración de rutinarias situaciones.

Pero, ¿qué sucede en las aulas? El problema planteado en esta investigación ha sido motivado por la preocupación de no observar un correlato entre los conceptos anteriormente expuestos de organismos nacionales e internacionales relativos a la incorporación de las TIC en el sistema educativo argentino y la realidad en nuestras aulas. La mayor dificultad no radica en el uso de una nueva herramienta sino en concebir un proyecto en el cual tenga sentido la utilización de la misma y, a partir de él, los nuevos recursos tecnológicos puedan potenciar la propuesta educativa o enmarcarla.

Respecto al estado actual de las prácticas pedagógicas relacionadas con el uso de las TIC en nuestro país, es de destacar la iniciativa puesta de manifiesto en el Programa Conectar Igualdad (2010), basada justamente en la idea – expresada en los fundamentos del Programa – de que las TIC han modificado sustancialmente las relaciones sociales en todos sus aspectos, llegando a redefinir la manera de interactuar con el medio. Según expresan los creadores del Programa, se busca reducir la brecha digital existente introduciendo tanto nuevas tecnologías como los métodos para aplicarlas en el contexto escolar, y en este sentido se propone capacitar a los docentes en el uso de estas herramientas y elaborar propuestas educativas para favorecer su incorporación en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La intención de esta investigación es realizar un diagnóstico de la situación de los profesorados de Matemática de la ciudad de Rosario respecto de la formación de los futuros docentes en el uso de las TIC, que sea útil para aportar elementos a un proyecto de capacitación que implique una coherencia en la práctica docente y en las aulas.

Breves consideraciones acerca de la Teoría Socioepistemológica.

Dado que el fenómeno de base que nos interesa investigar tiene su raíz en el uso de la tecnología por parte de la sociedad en general ya que queremos comprender cómo los educadores se van apropiando de esta práctica social a la hora de pensar en propiciar la construcción del conocimiento matemático en sus clases y cuáles son las condiciones que favorecen el logro de los objetivos en estos casos, se podría decir que el estudio se centra en un fenómeno didáctico de naturaleza social, en el cual, el eslabón principal es el saber matemático puesto en juego, como así las interacciones efectuadas entre los actores del sistema didáctico. Por eso es que concebimos a la Matemática Educativa como la disciplina desde la cual posicionarnos para hacer esta investigación.

Esta disciplina surge en México en la década de los ´70s con el propósito de lograr una aproximación a la solución del problema nacional sobre la enseñanza de las Matemáticas. Luego, dentro de la misma Matemática Educativa, comienzan a surgir distintas corrientes de investigación cuya diferencia principal es la manera de entender y atender al conocimiento matemático según la posición epistemológica respecto a él. Es así que una de esas corrientes es iniciada por el Dr. Ricardo Cantoral y se plasma como Teoría Socioepistemológica hacia fines de los ´80s. Uno de sus primeros cuestionamientos fue que "la forma en la que vive una situación de enseñanza y sus producciones matemáticas en ese contexto son condicionadas por las características de la costumbre didáctica" (Cantoral & Farfán, 2003, citado en Reyes , 2011, p. 26), es decir, que la manera de enseñar que se tiene es estructurada a causa de la institución en la cual se está inmerso (considerando a la institución como la familia, la clase, la escuela o el sistema educativo, entre otros) y esa circunstancia provoca matizar los procesos de pensamiento.

En la Socioepistemología se parte del reconocimiento del saber que ha sido mediado por las prácticas sociales, a fin de establecer los diferentes significados que ha ido adquiriendo en ese proceso. Como sintetiza Reyes (2011) en su Tesis sobre el fenómeno de empoderamiento docente:

> *La Teoría Socioepistemológica sostiene que las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento (normatividad de las prácticas sociales), y que el contexto determinará el tipo de racionalidad con la cual un individuo o grupo –como miembro de una cultura- construye*

conocimiento en tanto lo signifique y ponga en uso (racionalidad contextualizada). Una vez que este conocimiento es puesto en uso, es decir, se consolida como un saber, su validez será relativa al individuo o al grupo, ya que de ellos emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones, lo cual dota a ese saber de un relativismo epistemológico. Así, a causa de la propia evolución de la vida del individuo o grupo y su interacción con los diversos contextos, se resignificarán esos saberes enriqueciéndolos de nuevos significados hasta el momento construidos (resignificación progresiva). (Reyes, 2011, p. 31).

Consideraciones acerca del estudio de caso.

El método de estudio de caso ha sido muy cuestionado por algunos autores (Martínez Carazo, 2006), quienes consideran que su prestigio es bajo, que no suele considerarse como una buena estrategia para realizar investigación científica, y que presenta problemas de fiabilidad y validez, debido a lo cual en la investigación empírica se utilizan básicamente métodos cuantitativos. Además, en algunos textos específicos, ni se menciona el estudio de caso como método de investigación, ésta es quizás la causa de que la mayoría de investigadores que usan el método de estudio de caso lo hacen bajo incertidumbre.

No obstante, el método de estudio de caso es una herramienta valiosa de investigación, y su mayor fortaleza radica en que a través del mismo se mide y registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado, mientras que los métodos cuantitativos sólo se centran en información verbal obtenida a través de encuestas por cuestionarios (Yin, 1989, citado en Martínez Carazo, 2006, p. 167). Por otra parte, Yin argumenta que el método de estudio de caso ha sido una forma esencial de investigación en las ciencias sociales y en la dirección de empresas, así como en las áreas de educación, políticas de la juventud y desarrollo de la niñez, estudios de familias, negocios internacionales, desarrollo tecnológico e investigaciones sobre problemas sociales.

De manera similar, Chetty (1996, citado en Martínez Carazo, 2006, p. 168) indica que tradicionalmente el estudio de caso fue considerado apropiado sólo para las investigaciones exploratorias. Sin embargo, algunos de los mejores y más famosos estudios de caso han sido tanto descriptivos como explicativos. Martínez Carazo (2006) expresa y fundamenta cómo, en este contexto, se han identificado otros usos del método de estudio de caso en la descripción, en la contrastación de teoría y en su generación.

Los casos de investigación adoptan, en general, una perspectiva integradora. Un estudio de caso es, según la definición de Yin:

> *Una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto de la vida real, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes. (...) Una investigación de estudio de caso trata exitosamente con una situación técnicamente distintiva en la cual hay muchas más variables de interés que datos observacionales; y, como resultado, se basa en múltiples fuentes de evidencia, con datos que deben converger en un estilo de triangulación; y, también como resultado, se beneficia del desarrollo previo de proposiciones teóricas que guían la recolección y el análisis de datos.* (Yin, 1994, citado en Yacuzzi, 2005, p. 2).

Haciendo un paralelo entre el sistema educativo y el contexto organizacional, coincidimos con lo que expresa Yacuzzi (2005) acerca de que hay muchas maneras de explicar el mundo de las organizaciones. El método del caso resulta atractivo por ser exhaustivo y riguroso. Su ámbito de aplicación está bien definido: contestar preguntas de tipo “por qué” o “cómo” sobre fenómenos contemporáneos sobre los cuales no tenemos control. Las preguntas de este tipo invitan a generar teorías y estas teorías pueden inducirse a través de la lógica del método del caso, ya sea caso único o múltiple.

Por otro lado, Kortright Roig (1992), afirma que se debe investigar para comprender y para producir nuevas hipótesis relevantes a lo que pretendemos descubrir en el fondo de las cuestiones. No debemos limitarnos a la comprobación experimental de unos datos aislables, superficiales y cuantificables. En particular, en los procesos de enseñanza y aprendizaje, mientras mejor podamos aislar una variable, menos significativa será ésta en cuanto a su incidencia en un conjunto tan complejo como el que se da en el salón de clases. Esta autora considera que el estudio de casos es un puente que permite el acceso desde la investigación académica hacia la práctica educativa y viceversa.

Por otro lado, cuando lo que se pretende es comprender mejor fenómenos tan complejos como las decisiones metodológicas o las actividades humanas no sistemáticas que conllevan un continuo posicionamiento moral y ético, se hace indispensable un acercamiento distinto y un cúmulo de información de otra naturaleza. En este sentido y refiriéndonos a fenómenos didácticos en particular, Reyes (2011) justifica la elección del método de estudio de caso en su Tesis de Maestría en la que realiza un estudio de naturaleza empírica con el fin de analizar cómo se vive el fenómeno de *empoderamiento docente* en el contexto real del salón de clase. En este trabajo, la autora busca caracterizar en sentido amplio un fenómeno de reciente surgimiento, a la luz de la Teoría Socioepistemológica, desde la disciplina de la Matemática Educativa. Considera al método de estudio de caso como una "valiosa herramienta de exploración y hallazgo para contribuir a la ampliación, especificación y puntualización de la caracterización del fenómeno de empoderamiento" (Reyes, 2011, p. 97).

Reflexiones finales

Hemos analizado la relevancia del método de estudio de caso desde distintos campos de las ciencias sociales, desde la investigación didáctica y desde la Matemática Educativa en particular. Consideramos que la utilización del método de estudio de caso está ampliamente avalada en la investigación actual, principalmente cuando se constituye en una herramienta de análisis y comprensión del fenómeno a estudiar y cuando el estudio de este fenómeno es relativamente reciente.

Es cierto que el estudio de caso plantea la necesidad de garantizar la fiabilidad y la validez de las investigaciones de formas nuevas. La objeción más frecuente al estudio de casos como método de investigación surge de la imposibilidad de generalizar a partir de sus hallazgos y conclusiones. La intención del estudio que queremos llevar adelante, sin embargo, no es establecer normas de acuerdo a la situación 'típica', sino estimular la reflexión, el análisis de una situación nueva respecto a la incorporación de la tecnología a las prácticas educativas, en su contexto actual y único, con la intención de lograr una adecuada comprensión del fenómeno y poder además realizar aportes relevantes a la situación actual en lo que a la formación de profesores de Matemática respecta.

Coincidimos con Reyes (2011), desde el marco teórico de la Teoría Socioepistemológica, que es relevante la elección de una metodología cualitativa en el estudio de fenómenos didácticos de reciente surgimiento, no buscando verdades sino apuntando a caracterizar y comprender a estos fenómenos en sentido amplio.

Referencias Bibliográficas

Cantoral, R. (2010). Tendencias de la investigación en matemática educativa: del estudio centrado en el objeto a las prácticas. *Acta Latinoamericana de*

Matemática Educativa, 23, 1043 – 1052. México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y CLAME A. C.

Kortright Roig, D. (1992) *El método didáctico como variable en los procesos de composición de los alumnos de duodécimo grado: estudio de casos.* (Tesis de Doctorado, Universidad Complutense de Madrid). Madrid: Universidad Complutense de Madrid.

Martínez Carazo, P. (2006). El método de estudio de caso. Estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & Gestión*, 20, 165-193.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2008). *Normas UNESCO sobre Competencias en TIC para Docentes.* Recuperado de http://www.portaleducativo.hn/pdf/Normas_UNESCO_sobre_Competencias_en_TIC_para_Docentes.pdf

Programa Conectar Igualdad (2010). En Sitio oficial del Ministerio de Educación de la Nación. Recuperado de http://www.conectarigualdad.gob.ar/sobre-elprograma/que-es-conectar/

Reyes, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica. Estudio de factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas*. (Tesis de Maestría, CINVESTAV). Recuperado de http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/reyes_2011.pdf

Yacuzzi, E. (2005). El estudio de caso como metodología de investigación: Teoría, mecanismos causales, validación. *CEMA Working Papers: Serie Documentos de Trabajo*, 296. Buenos Aires: Universidad del CEMA.

LAS CONCEPCIONES SOBRE EL APRENDIZAJE EN LA UNIVERSIDAD. EL CASO DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA

María I. Oliver – María B.García - S. Vilanova
moliver@mdp.edu.ar - bagarcia@mdp.edu.ar - svilano@mdp.edu.ar
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Mar del Plata. Argentina

Tema: Investigación Didáctica
Modalidad: Comunicación breve
Nivel educativo: universitario
Palabras clave: concepciones- aprendizaje- matemática – universidad

Resumen
El presente trabajo describe las concepciones sobre el aprendizaje en docentes universitarios de matemática. Con un diseño ex post facto y desde el marco teórico de las teorías de dominio propuesto por Pozo y Scheur, se indagaron las concepciones de los sujetos respecto de qué es aprender, qué se aprende, cómo se aprende y qué y cómo se evalúa, utilizando para ello un cuestionario de dilemas. Asimismo se llevó a cabo un estudio de casos, entrevistando en profundidad a dos de los docentes encuestados, con perfiles de formación diferente. Se buscaron rasgos de las tres teorías de dominio utilizadas como categorías a priori en el estudio cuantitativo: teoría directa, interpretativa y constructiva. Los resultados obtenidos en los dos estudios se orientan en la misma dirección: el predominio de la teoría constructiva en los aspectos relacionados con qué es aprender y qué y cómo se aprende; y con respecto a qué y cómo se evalúa, el predominio de la teoría interpretativa.

DESARROLLO

Se entiende como concepciones sobre el aprendizaje a aquellas ideas, de carácter más bien intuitivo, que los sujetos poseen respecto de los procesos, las condiciones y los resultados involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. Para el caso particular de la Matemática, Gómez Chacón (2000), las caracteriza como uno de los componentes del conocimiento subjetivo implícito del individuo sobre las Matemáticas y su aprendizaje, entendiéndolas, por tanto, en términos de experiencias y conocimientos subjetivos del estudiante y del profesor.

Con un diseño ex post facto y desde el marco teórico de las teorías implícitas, se utilizó la categorización propuesta por Pozo y Scheur (2000) sobre las concepciones sobre el aprendizaje, para indagarlas en docentes universitarios de matemática respecto de qué es aprender, qué se aprende, cómo se aprende y qué y cómo se evalúa. Se utilizó para ello un cuestionario de dilemas y una entrevista en profundidad con casos seleccionados de la muestra total en base al perfil de formación. Se buscaron rasgos de las tres teorías de dominio utilizadas como categorías a priori en el estudio cuantitativo: teoría directa, interpretativa y constructiva.

Marco Conceptual y antecedentes de investigación

Los resultados de diferentes investigaciones realizadas hasta el momento en torno al tema, indican que la mayoría de los individuos tienen ideas o creencias sobre lo que es aprender y enseñar que muchas veces son independientes de la instrucción formal recibida (García y Vilanova, 2010; Strauss y Shilony, 1994). A partir de la década del 90, y sobre la base de la tradición fenomenográfica, la investigación se centra en la manera en que cambian o evolucionan las concepciones sobre el aprendizaje y se amplían los marcos teóricos y metodológicos (Martínez-Fernández, 2007). En particular, destaca la línea de estudios basados en las *teorías implícitas*, entendiéndolas como un conjunto de representaciones de carácter no consciente, que se adquieren por la exposición repetida a situaciones de aprendizaje no formal y que restringen tanto la forma de afrontar como de interpretar las distintas situaciones a las que se enfrenta un individuo; se van constituyendo en las personas mientras construyen su conocimiento cotidiano, en escenarios socioculturales compartidos con otras personas y en los que se elaboran teorías útiles y eficaces para generar explicaciones y predicciones adaptadas al entorno físico y social (Rodrigo et al., 1993). Por esta razón, deben ser indagadas a través de análisis indirectos de su ejecución en experiencias específicas.

En este estudio, se optó por estudiar a las concepciones desde este marco teórico, adoptando la categorización que proponen Pozo y Scheuer (2000), en la que existen tres teorías en relación a las concepciones sobre el aprendizaje: la *directa*, *la interpretativa* y la *constructiva*. “La concepción *directa* plantea una correspondencia entre datos y resultados (causalidad lineal); la concepción *interpretativa* plantea la actividad del aprendiz como un proceso mediador crucial entre las condiciones y los resultados y la concepción *constructiva* defiende la existencia de procesos reconstructivos, es decir, se asigna a los procesos mediacionales una función transformadora” (Martínez-Fernández, 2007). Rasgos de cada una de ellas, pueden ser analizados a través de tres componentes o factores: (a) lo que se aprende (resultados o contenidos del aprendizaje), (b) cómo se aprende (procesos implicados en esa adquisición) y (c) las condiciones en las que tiene lugar dicho aprendizaje (variables externas).

Metodología

Se realizaron dos estudios para el análisis de la variable ***Concepciones sobre el aprendizaje***:

Estudio 1: con un diseño ex post facto prospectivo, se indagaron las concepciones de los sujetos respecto de *qué es aprender*, *qué se aprende, cómo se aprende* y *qué* y *cómo se evalúa*, utilizando para ello un cuestionario de dilemas.

Estudio 2: se llevó a cabo un estudio de casos, entrevistando en profundidad a dos de los docentes encuestados, con perfiles de formación diferentes.

Definición conceptual de la variable en estudio: ideas, de carácter más bien intuitivo, que los sujetos poseen respecto de los procesos, las condiciones y los resultados involucrados en la enseñanza y el aprendizaje. La Tabla 1 presenta el sistema general de dimensiones con que se abordó el estudio de la variable.

<table>
<tr><th>Variable</th><th>Dimensión</th><th>Subdimensión</th></tr>
<tr><td rowspan="9">Concepciones sobre el aprendizaje</td><td rowspan="2">Qué es aprender</td><td>Concepto de aprendizaje</td></tr>
<tr><td>Relevancia de las ideas previas en el aprendizaje</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Qué se aprende</td><td>Contenidos del aprendizaje</td></tr>
<tr><td>Objetivos del aprendizaje</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Cómo se aprende</td><td>Estrategias de intervención docente</td></tr>
<tr><td>Recursos materiales (libro de texto)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Qué y cómo se evalúa lo aprendido</td><td>Qué se debe evaluar</td></tr>
<tr><td>Cómo se debe evaluar</td></tr>
<tr><td>Condiciones de evaluación</td></tr>
</table>

Tabla 1: Sistema general de dimensiones con que se abordó este estudio de la variable Concepciones sobre el aprendizaje

Estudio 1:

Muestra: 33 docentes de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata, todos en ejercicio y con desempeño de tareas en el nivel universitario.

Instrumento: se les administró un cuestionario de dilemas de aprendizaje, oportunamente validado (Vilanova el al., 2011).

Resultados del Estudio 1:

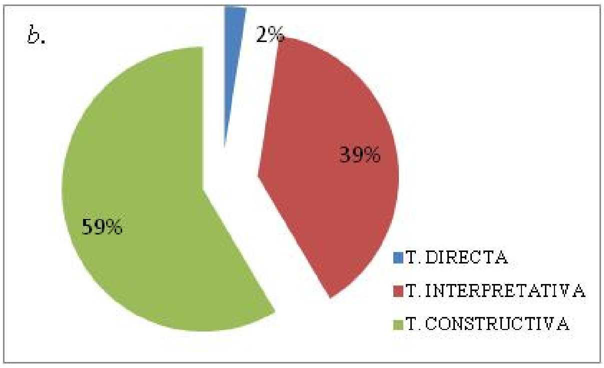


Figura 1: Concepciones Docentes sobre el aprendizaje

Un primer análisis descriptivo general (*Fig*.1), muestra que las concepciones de los docentes se pueden encuadrar dentro de las teorías interpretativa y constructiva del aprendizaje. Si bien las diferencias entre los porcentajes de concepciones correspondientes a cada teoría no parecen ser significativas, es interesante observar que la opción más elegida corresponde a la teoría constructiva.

Análisis de las concepciones en cada dilema:

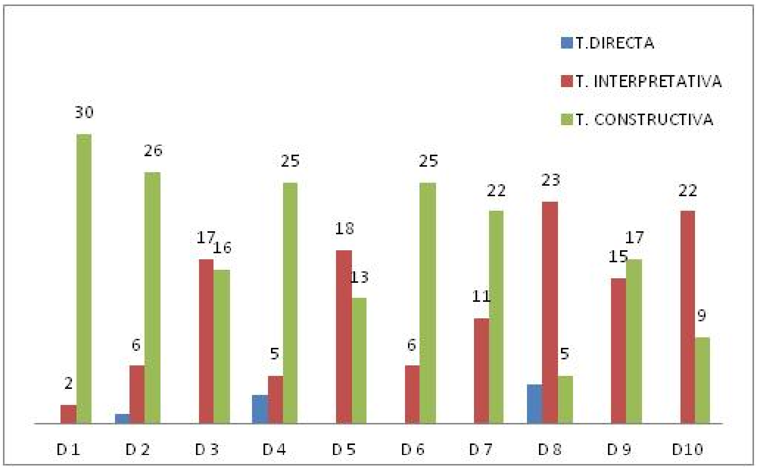


Figura 2: Concepciones, por dilema, de docentes de matemática

De los diez dilemas que tiene el cuestionario, se observa que en seis de ellos es mayor el porcentaje de opciones por la teoría constructiva. Sin embargo, en los dilemas 3, 5, 8 y 10, referidos a cuestiones más relacionadas con la tarea del aula, los docentes optan mayormente por la teoría interpretativa. Este resultado aporta evidencia empírica a lo enunciado por (Moreno y Azcárate, 2003) respecto del contínuo “vaivén” entre las concepciones de los docentes de matemática y la realidad impuesta por la materia, el tiempo y los propios estudiantes, que les induce a planteamientos más instrumentalistas.

Análisis por dimensión

Por último, en la Figura 3, se muestran los gráficos correspondientes a las concepciones por dimensión.

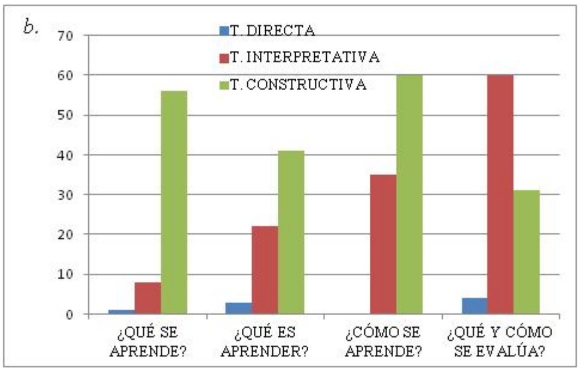


Figura 3.: Concepciones por dimensión.

Los resultados muestran que:

- Predomina la teoría constructiva en los aspectos relacionados con qué se aprende y qué es aprender. Respecto de qué y cómo se evalúa, predomina la teoría interpretativa. Este resultado, estaría en línea con lo que expresa Ernest (1994, citado por Flores Martínez) respecto que abogan por que el alumno participe más en clase, pero la razón de esta mayor actividad del aprendiz no está relacionada con la forma de construir el conocimiento matemático y las características de este conocimiento sino que se basa en criterios de eficacia en la transmisión y en un principio activista romántico, lo que sitúa al grupo en un constructivismo ingenuo.
- Con respecto a cómo se aprende, predomina la teoría constructiva.

Estudio 2: Estudio de casos

Participantes: Sobre la base de la muestra anterior, se seleccionaron dos docentes con diferente perfil de formación: Docente A: Licenciado y Doctorado en Matemática, dedicado a la investigación; Docente B: Profesor de Matemática y Magíster en Enseñanza de la Matemática, dedicado a la investigación en educación matemática. Ambos son docentes en el nivel universitario exclusivamente, el primero con categoría de Profesor Adjunto y el segundo con categoría de Auxiliar Docente.

Instrumento: Se realizó una entrevista semi-estructurada en profundidad sobre la base de un cuestionario abierto, que se presenta en el anexo. Las entrevistas fueron presenciales. Se grabaron en audio y se transcribieron en papel. Para el análisis de las entrevistas se utilizó como base el Método Comparativo Constante (Glasser & Strauss, 1980). En este método, a medida que se avanza en el trabajo de campo, el investigador codifica y analiza datos simultáneamente, desarrollando conceptos mediante la comparación y contrastación continua de acontecimientos específicos y de conceptos y teorías.

Resultados del Estudio 2:

La Tabla 2 muestra la síntesis comparativa de lo expresado por los docentes a partir de las entrevistas realizadas sobre las distintas dimensiones de la variable.

Dimensión	Docente A	Docente B
¿Qué se aprende?	Contenidos útiles para avanzar en la carrera. “La materia no está pensada para desarrollar capacidades”	Contenidos conceptuales y procedimientos
¿Cómo se aprende?	Con ejercitación, clases expositivas, bibliografía básica. Se requieren conocimientos previos y tener predisposición a “tragarse el sapo”. Un buen alumno es el que tiene capacidad para visualizar y el que siente gusto por la matemática. La presencia del profesor es imprescindible por lo gestual.	Resolviendo problemas y ejercicios. Se requieren conocimientos previos. Un buen alumno es el que tiene curiosidad, creatividad y es abierto. La utilización de un aula virtual puede ser un desafío interesante, pero es importante el contacto con el alumno.
¿Qué y cómo se evalúa?	Con parciales exclusivamente	Con parciales y de manera formativa, con seguimiento del alumno en los trabajos prácticos pero cuyo peso es menor.

Tabla 2: Síntesis comparativa de lo expresado por los docentes

Discusión de los resultados del Estudio 2:

Cómo se aprende: Uno de los aspectos sobresalientes encontrados en las dos entrevistas es la división tajante entre la teoría y la práctica. Se concibe ésta última como un espacio en el que se ejercitan algoritmos y se resuelven problemas con el objetivo de adquirir destrezas prácticas que complementan el conocimiento declarativo supuestamente incorporado en la teoría.

Con respecto a las *ideas previas*: no revisten importancia en ningún caso. El docente A, directamente no las considera mientras que, en el caso B, son entendidas como contenidos conceptuales requeridos para poder recibir la próxima información, pero no se los evalúa. Ambas posturas, con algunos matices, están en línea con considerar a la mente del estudiante como un receptáculo de información. En términos generales, se refleja la metáfora propuesta por Carretero (1993) del alumno como "turista accidental".

C*ausales* de los resultados de aprendizaje obtenidos: en ambos casos se observa un fuerte predominio en la atención a las condiciones externas a la estructura cognitiva del alumno. Factores como la responsabilidad, las ganas, la cantidad de materias cursadas en ese cuatrimestre y el esfuerzo son considerados como los responsables del éxito y de las diferencias individuales.

La evaluación: Ambos docentes le otorgan un fuerte carácter normativo a la misma, donde lo que fundamentalmente importa es corroborar que todos puedan demostrar hacer adquirido cierta información. En el caso B aparece la intención de realizar algún tipo de evaluación formativa, sin embargo, solo se entiende como un seguimiento personal del docente sobre el alumno, cuya nota influye si el estudiante está al límite de la aprobación.

CONCLUSIONES

Los resultados sugieren que es posible describir adecuadamente las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje utilizando las categorías propuestas por Pozo y Scheuer (2006), denominadas Teoría Directa, Teoría Interpretativa y Teoría Constructivista.
Del estudio cuantitativo surge que los docentes poseen concepciones interpretativas del aprendizaje en aquellos dilemas más relacionados con la práctica y, por lo tanto, más representativos de las teorías implícitas, dado su fuerte carácter procedimental. Rasgos de esta teoría con algunos tintes de la teoría directa quedan a la luz en las entrevistas realizadas donde, nuevamente, por un lado aparecen intenciones constructivas pero al profundizar en las acciones concretas, surgen ideas sobre el aprendizaje que ya han sido superadas por los desarrollos teóricos actuales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carretero, M. (1993). *Desarrollo cognitivo y procesamiento de la información*. Buenos Aires: Aique, pp 52- 61.
- Ernest, P. (1994). (Ed) *Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematics Education,* London: Falmer Press.

- García, M. y Vilanova, S. (2010) Cuestiones de dominio y concepciones epistemológicas en docentes universitarios de ciencias. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias* 5 (1) pp 54-59.
- Glaser, B. G. y Strauss, A. L. (1980) *The Discovery of Grounded Theory: Strategies for Qualitative Research.* Chicago: Aldine.
- Gómez Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Chacón, I; Op'T Eynde, P. y De Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase. *Enseñanza de las ciencias*, 24(3), 309–324
- Martínez-Fernández, R. (2007). Concepción de aprendizaje y estrategias metacognitivas. *Anales de Psicología*, 23(1), pp 7-16
- Moreno, M. y Azcárate Gimenez, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Investigación didáctica. *Enseñanza de las Ciencias*., 21 (2) 265-280
- Pozo, J. I.; Scheuer, N. (2000). "*Las concepciones sobre el aprendizaje como teorías implícitas*". En J. I. Pozo y C. Monereo (coords.), *El aprendizaje estratégico. Enseñar a aprender desde el currículo*, Madrid: Santillana.
- Rodrigo, M. J.; Rodríguez, A.; Marrero, J. (1993). *Las teorías implícitas. Una aproximación desde el conocimiento cotidiano*. Madrid: Visor.
- Strauss, S. y Shilony, T. (1994) *"Teachers models of children´s minds and learning."* En Hirschfeld y Gelman (Eds.) *Mapping the mind. Domain specificity in cognition and culture*, (pp 455-473), Cambridge, Mass: University Press.
- Vilanova, S. García, B. Señoriño, O. (2011). Conceptions of learning: the design and validation of a questionnaire for trainee teachers. *REDIE*, 9, pp. 1-9.

ANEXO

Preguntas que orientaron la entrevista (Las preguntas aparecen "mezcladas" de manera intencional)

¿Qué es lo que fundamentalmente aprenden los estudiantes en su asignatura?

¿Cómo evalúa lo que han aprendido?

¿Cuáles son las condiciones de aprobación de la asignatura?

¿Cuáles son las condiciones indispensables para trabajar bien los contenidos? (materiales y del alumno)

¿Podría describir los instrumentos de evaluación?

¿A través de qué herramientas considera Ud. Que los alumnos aprueban la asignatura?

¿Qué tipo de actividades de enseñanza realiza? ¿Grupales o individuales?

¿Qué fuentes de información utilizan los estudiantes?

¿Qué resultados observa? ¿Por qué considera que tiene estos resultados?

¿Cuáles son las dificultades más comunes? ¿Cuál considera que es la causa?

¿Qué capacidades tratan de desarrollar en el alumno?

¿Qué tipos de evaluación utiliza (diagnostica, formativa, sumativa)?

¿Qué características tienen los "buenos alumnos" en su asignatura?

¿Cuál es su opinión sobre la posible utilización en la Facultad del aula virtual?

¿Existe una relación estrecha entre teoría y práctica?

¿Con cuántos alumnos como máximo podría trabajar?

O ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS COM MATERIAL MANIPULÁVEL E O SABER DOS ALUNOS DE UMA TURMA DE SEXTA SÈRIE

Maria Cristina Rullan Maciel, ArnoBayer
cristinarullan@gmail.com, arnob@ulbra.br
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA – Brasil

Tema: Investigación didática
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nível educativo: Medio (11 a 17 anos)
Palavras chaves: Números Inteiros Relativos. Educação Matemática. Operações com Números Inteiros Relativos.

Resumo

Consciente da dificuldade que alunos de 6ª, em geral, têm para compreender o conceito e as operações com Números Inteiros Relativos, fez desenvolver este estudo, que busca colaborar para melhorar tal compreensão. O público alvo desta pesquisa foram os alunos da 6ª série, do Ensino Fundamental. Partindo de uma atividade já realizada que indicou a viabilidade de aplicação e o desenvolvimento dessa investigação.. Nosso intuito foi fazer com que os alunos da 6ª série, com dificuldades de compreender as operações com os números inteiros relativos se sentissem inclusos no processo ensino aprendizagem de matemática.Desenvolvemos uma série de atividades usando materiais concretos.

Desenvolvimento

A pesquisa realizada teve como objetivo analisar o potencial de uma seqüência de atividades para minimizar dificuldades enfrentadas pelos alunos da 6ª série com as operações com números inteiros relativos O objetivo relaciona-se à seguinte problemática: o uso de materiais concretos pode melhorar a aprendizagem dos Números Inteiros Relativos? Nossa prática docente junto aos alunos nos mostrou as dificuldades que estes educandos têm para compreender os números inteiros e suas operações. É provável que os conhecimentos prévios facilitem a compreensão do conceito, desde que as situações utilizadas partam das vivenciadas por eles, mas não se restrinjam só a elas, e assim favoreçam a aprendizagem.Cabe ao professor planejar uma intervenção didática que vise transformar essa diversidade num ponto de estímulo de modo que o aluno consiga vivenciar fatos matemáticos, analisá-los e compreendê-los. Nossa pesquisa foi iniciada através da observação do contexto nos quais os alunos estavam inseridos, neste caso, em sala de aula. Foram propostas atividades em sala de aula, através de uma seqüência didática e colocada em prática com material manipulável.No inicio de minha carreira como docente ministrava as aulas apoiada no livro didático, mas sempre achei que poderia fazer algo diferente para meus alunos, pois, tinha como propósito despertar nos alunos o interesse pelo aprender .

A Matemática é vista por muitos alunos como algo difícil de entender, que tem como conseqüência muitas vezes a reprovação , o que desestimula os alunos e os faz não gostar da disciplina. Percebe-se muitas vezes na sala de aula que o que é passado não é relacionado com o dia-dia de cada um. Foi com a intenção de reduzir as dificuldades com o ensino e aprendizagem deste conteúdo, que desenvolvi um trabalho com materiais concreto com alunos de sexta série. O propósito era conseguir que a maioria dos alunos operassem com os Números Inteiros Relativos, sem enfrentar dificuldades.Um dos grandes problemas existentes no ensino da matemática é o alto índice de dificuldade na disciplina, provavelmente devido a maneira como é trabalhada em sala de aula. É de responsabilidade do professor fazer uso, adequado, dos meios e métodos pedagógicos que resultem na construção do conhecimento por parte do aluno, estimulando o interesse e a motivação. A investigação se origina a partir da seguinte preocupação: o uso de materiais concretos pode melhorar a aprendizagem dos alunos da 6ª série que apresentam dificuldades em operar com os Números Inteiros Relativos. O objetivo geral é investigar se o uso do material concreto pode melhorar a aprendizagem dos alunos de sexta série (7º ano) em operar com os números inteiros. A matemática entre todas as outras disciplinas e considerada uma das principais vilã visão que reflete a falta de entendimento dos conceitos estudados no processo de ensino-aprendizagem. Tendo em vista essa idéia tão negativa ao respeito da disciplina cabe ao professor despertar no aluno o interesse pela matemática, utilizando para isso um processo mais criativo e desta maneira a aprendizagem tornar-se-ia satisfatória para ambas as partes.Nós, como professores de matemática, devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, a atenção, o raciocínio lógico-dedutivo e o senso cooperativo, desenvolvendo a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas. A consciente dificuldade que alunos da sexta série tem em compreender o conceito e as operações com os Números Inteiros Relativos nos fez desenvolver este estudo.Para desenvolver as atividades previstas, realizamos um levantamento das dificuldades e obstáculos que os alunos apresentaram quando tem que operar com os Números Inteiros Relativos, e também estudos sobre o uso do material concreto. O levantamento bibliográfico de autores nos mostram que o uso de material concreto tem força a partir do século XIX , com Pestalozzi, o qual defendia que a educação devia começar pela percepção do concreto com a realização de ações concretas e experimentações .Segundo Fiorentini (1995), na concepção empírica – ativista o aluno passa a ser considerado o centro do processo, que, por conseguinte leva a descoberta e ao principio de que "aprende-se a fazer fazendo", ou seja, se pautam atividades nas quais se valorizava a ação, a manipulação e a experimentação. A base do ensino está fundamentado sobre materiais manipuláveis, situações lúdicas e experimentais. Mas cabe ressaltar que a partir da década de 1970 que a idéia empírica – ativista toma força, e isso se deve a uma discussão a nível mundial, devido a questionamentos realizados ao Movimento da Matemática Moderna. Surge ai uma mobilização a nível nacional para a produção e divulgação de material manipulável. Como docentes sabemos que o que ensinamos às vezes não é da mesma forma como é praticada. Surge uma nova área de pesquisa, que é a Etnomatemática, que segundo D'Ambrósio (1990), citado por Moysés (2003, p.63) como "programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimentos em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre os três processos" que converge preocupações vinculadas à fatores culturais Estudos mostram que os alunos aprendem Matemática fora da escola. D'Ambrósio (1995) afirma que a Matemática é um instrumenta dor para a vida e que o aluno tem que resolver situações reais, do dia-dia. Segundo D'Ambrósio, (p.15, 2001), os educadores matemáticos tem um grande desafio pela frente , que é tornar a matemática interessante , atrativa e relevante , ou seja que se encontre integrada ao mundo de hoje. Devemos ter em conta a matemática que o aluno traz do dia –a – dia , que pode ser de grande aporte na sala de aula para o professor.Moysés viu a necessidade da pesquisa do professor, e que ela seja, mais direcionada á realidade da escola publica, que permite com que o mesmo se preocupe em conhecer e interpretar a realidade sócio - cultural de seus alunos e da comunidade onde se encontra inserida a escola. Dessa forma ele poderá adaptar o ensino às características dos alunos onde ele terá sentido, pois dando sentido e significado ao ensino da matemática, a escola possibilita ao aluno uma das formas de ler, interpretar e explicar o mundo.Assim, o aluno perceberá e aprenderá os conteúdos de sala de aula com a realidade que ele vivencia no seu cotidiano. Realizando essa relação ele perceberá que o que aprende na sala de aula, ele vivencia em casa, quando ele vai ao supermercado para fazer compras ou mesmo quando os responsáveis pedem para eles pagar as contas de água , luz, telefone, até saber quanto é que se gastou em combustível para o carro.Nessa reflexão não poderíamos deixar de fora alguns aspectos da teoria de

Vigotsky (1988), o autor menciona como questão central a relação entre aprendizado e desenvolvimento e dos aspectos específicos dessa relação quando a criança atinge a idade escolar. O inicio da discussão está no fato de que as crianças começam o aprendizado muito antes delas frequêntarem a escola.Na direção desse entendimento é que se fala de re - contextualização do ensino, onde mostra a necessidade do professor contextualizar o conhecimento que o aluno já possui, ampliando-o e atribuindo-lhe novos significados. Vigotsky (1988) diferencia aprendizado de aprendizado escolar, já que este ultimo está voltado para o conhecimento cientifico, ou seja, esse aprendizado vai ser adquirido numa sala de aula e transmitido por um professor. Atualmente, o ensino da Matemática está sofrendo alterações com a implantação dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), tendo como órgão responsável o Ministério da Educação. Com o levantamento bibliográfico realizado, um novo desafio teria pela frente na 6ª série, já que sabia que a grande dificuldades das sextas séries era em operar com os Números Inteiros Relativos. Quando iniciei o conteúdo de Números Inteiros Relativos, o fiz da forma tradicional, só que por ser uma turma, que eu mesma sempre incentivei a questionar, a tirar as duvidas na medida que íamos avançando nos conteúdos, percebia que eles, o faziam, mas não entendiam. Com isso minha preocupação aumentava e chegava a me questionar se estaria trabalhando o conteúdo, de forma adequada. Foi pesquisando que encontrei na Revista Nova Escola um artigo e um material que seria elaborado por eles mesmos. Era uma régua para cálculos operatórios, solicitei aos alunos o material e a construímos através do modelo apresentado na Revista Nova Escola, (Nº. 133, junho /2000). A proposta foi de construir uma régua diferente para facilitar a compreensão dos números inteiros relativos e assim ver que “para cada número inteiro existe um ponto na reta”. Uma das atividades propostas foi colocar vários números positivos e negativos em uma caixa e ir tirando e marcando o número retirado da caixa na reta. Outra atividade que foi realizada com o mesmo conteúdo foi o varal dos números inteiros, foram elaboradas cartas tipos do baralho, com números positivos e negativos e como referência foi colocada o zero. A turma tinha que lembrar que a direita estavam os números positivos e a esquerda os negativos. Com a construção da régua, começaram a ter um melhor entendimento, já que podiam visualizar os números inteiros negativos, percebiam que esses números faziam parte do conjunto dos números. Quando eu pensava que estava tudo solucionado, que com a introdução da régua operatória a turma tinha compreendido os números inteiros, introduzi as expressões numéricas, foi ali que percebi que a turma encontrava muitas dificuldades.

Passar as expressões no quadro e pedir para eles resolver tinha se convertido em uma tortura não só para eles, para mim também. Tinha que pensar em algo, o tempo ia passando, e eles não sabiam operar com os números inteiros, conversei com a supervisora da escola, expliquei a situação , eu não podia dar por encerrado um conteúdo que eles não sabiam, estava consciente que estaria passando o problema, para as séries seguintes. Conversei com os alunos, eles sempre dispostos, diziam que estudariam mais em casa, foi feita uma reunião com os pais, e eles concordaram em que os alunos tinham que estudar mais. Foi assim que pensei em cortar números, sinais, colchetes, chaves, parênteses e convidar os alunos a um desafio novo. Esse desafio teria um nome estranho, mas que chamava a atenção da turma. O material concreto que usaríamos seria chamado de "**Expressões numéricas humanas",** era um nome estranho, mas que já chamava a atenção dos alunos.Os alunos se organizando no pátio da escola como tinha solicitado antes de sair da sala. Deixe resolverem como se fariam os grupos, ficaram á vontade mas sempre coordenando para e manterem a disciplina e o comprometimento com o trabalho.Pedi que a turma se dividi-se em três grupos, e mantendo a disciplina iríamos a até a quadra de esportes, a resolver cada expressão. Quando percebi que não se organizavam, pois não chegavam á um acordo entre eles, propus que primeiro a turma tivesse só um grupo para resolver a primeira expressão, e foi o que realizaram . Logo,cada grupo teria um aluno que ditaria a expressão, outro que iria distribuindo o material (números, sinais , etc.) e um aluno que resolveria a expressão. O restante do grupo seriam a expressão numérica. E eu era a mediadora no trabalho. Percebia que a cada erro cometido na resolução, sempre tinha algum aluno que percebia e faziam assim a correção. Combinei com a turma que durante as aulas seriam realizados exercícios de expressões numéricas, mas que eles tomariam nota dos exercícios, em uma folha separada. Montamos a primeira expressão numérica com os números inteiros relativos, cada aluno está posicionado como foi solicitado pelo colega que está coordenando a resolução da expressão. A cada aula sempre era questionada, se resolveríamos as expressões humanas no pátio da escola.Percebi que da maneira que se abordou o conteudo aumentou a auto estima dos alunos fazendo com que eles se esforsassem ao máximo, para conseguir resolver as atividades proposta, a cada dia que passava um novo desafio era vencido. Percebo que é necessário esgotar todos os recursos que temos nas nossas mãos como docentes, fazer com que nossos alunos aprendam e consigam percever que com esforço e dedicação conseguem vencer os obstaculos. Em cada rosto durante as apresentações do trabalho se via a dedicação e o empenho dessa turma. Como mediadora desse trabalho hoje percebo quanto foi importante trabalhar com o material concreto e dessa forma fazer a turma gostar, compreender e operar com os Números Inteiros Relativos envolvendo expressões numéricas. Temos que ter um aluno ativo, participativo, fazê-lo pensar que os conteúdos fazem parte do dia-a–dia dele, e uma maneira de se conseguir isso é o uso do material manipulável, porém, devemos ter cuidado, nenhum material é válido por si só. Devemos dar ao aluno o direito de aprender, não um aprender "mecânico", repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz, muito menos um aprender que se enfatiza em brincadeiras e sim um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo.Foi realizada uma entrevista, a qual foi desenvolvida com a intenção de verificar a impressão que os alunos tem sobre a disciplina de Matemática, a importância do material concreto usado nas aulas e o resultado na aprendizagem dos Números Inteiros Relativos. Fizeram parte dessa pesquisa, além dos alunos da turma, os pais, a supervisora da escola e a diretora da escola. Todos os segmentos envolvidos na pesquisa mostraram a positividade do trabalho realizado.

Considerações finais

A realização deste trabalho nos proporcionou a oportunidade de desenvolver com educando o conceito e as operações com Números Inteiros Relativos através de um trabalho com material concreto e diferenciado.Acreditamos e confirmamos com base na opinião dos participantes da pesquisa, que através das atividades realizadas ocorreu uma evolução na compreensão dos conceitos e das operações com os Números Inteiros Relativos.Esperamos que este estudo possa contribuir para futuras atividades relacionadas a evolução da compreensão que os discentes possuem em relação ao conteúdo de Números Inteiros Relativos.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1999

D'AMBRÓSIO,U. Educação Matemática: da teoria à prática**.** Campinas :Papiruis,1996

D'AMBRÓSIO,U. Etnomatemática. São Paulo: Cortez,1995.

D'AMBRÓSIO,U. Etnomatemática. São Paulo: Autentica, 2001

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática. In: Boletim SBEM-SP, 4(7): 5-10, 1990.

MOYSÉS, Lucia. Aplicações de Vygotsky à educação matemátic***a***.São Paulo, Campinas: Papirus,1997.

MOYSÉS, Lucia. Aplicação de Vygotsky à educação Matemática. São Paulo,Campina: Papirus, 2003.

REVISTA NOVA ESCOLA. Nº.133, jun.2000. Disponível em: http://revistaescola.abril.com.br> Acesso em : 25 de abril 2009.

VYGOTSKY, L. S. Pensamento e linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 1987

UM ESTUDO COMPARADO ENTRE BRASIL E URUGUAI SOBRE A INFLUÊNCIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS CURRÍCULOS PRESCRITOS E NOS CURRÍCULOS PRATICADOS

Luciane S. Rosenbaum - Célia Maria Carolino Pires
lusrosenbaum@terra.com.br - celia@pucsp.br
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Brasil

Tema: Investigación didáctica
Modalidade: Comunicação breve
Nivel educativo: Não específico
Palavras chave: Currículo de Matemática; Sistemas Educativos, Estudo comparado, Desenvolvimento curricular

Resumo

A presente investigação apresenta resultados preliminares do estudo comparado desenvolvido sobre a organização e o desenvolvimento curricular, na área de Educação Matemática, no Brasil e no Uruguai e a importância de buscar soluções para problemas desafiadores relativos à elaboração curricular. Por meio de pesquisa qualitativa, analisaremos nos currículos prescritos e nos apresentados, evidências da assimilação dos resultados de pesquisa em Educação Matemática nos documentos oficiais desses países. Utilizando pesquisas documentais e entrevistas realizadas com: os elaboradores do currículo prescrito, representantes das escolas (diretores, coordenadores) e professores nos dois países, buscaremos identificar os aspectos comuns e as especificidades dos currículos de Matemática e suas formas de organização e levantar dados que evidenciem a adesão, ou a rejeição, dos professores de Matemática às orientações curriculares prescritas nos documentos oficiais e procurar indícios referentes aos currículos que realmente se efetivem nas salas de aula.

Introdução

Este artigo é parte da investigação de doutoramento em curso que compreende o estudo comparado sobre a organização e desenvolvimento curricular de Matemática no Brasil e Uruguai. O estudo faz parte do projeto “Pesquisas comparativas sobre organização e desenvolvimento curricular na área de Educação Matemática, em países da América Latina: currículos prescritos e currículos praticados”, iniciado em 2010 sob a direção da Prof[a]. Dr[a]. Célia Maria Carolino Pires, atualmente é desenvolvido por doutorandos[1] do grupo de pesquisa, busca desenvolver análises comparativas sobre Currículos de Matemática para a Educação Básica em países latino-americanos, tendo em vista as possíveis similaridades entre esses países.

[1]Os seguintes doutorandos desenvolvem o estudo comparativo dos Currículos de Matemática entre Brasil e os respectivos países em destaque: Emílio Celso de Oliveira (Argentina); Marcelo Oliveira Dias (Paraguai) e Dermeval Santos Cerqueira(Chile). Miguel Fortunato Athias esta em andamento com a pesquisa que desenvolve o estudo comparativo da formação de professores de Matemática nos países Brasil, Argentina e Uruguai.

O projeto considera a importância de buscar soluções para problemas traduzidos por questões tais como: *Que Matemática está sendo proposta a ser ensinada a crianças e jovens de países latino-americanos neste início de milênio? Que pressupostos norteiam os documentos curriculares de Matemática em países latino-americanos? Como se dá o processo de implementação curricular nesses países? Que currículos estão de fato sendo realizados em sala de aula?”*

Os estudos sobre o desenvolvimento curricular

As discussões curriculares já estavam no rol das preocupações dos pesquisadores mesmo antes da Educação Matemática se estruturar como área. As primeiras pesquisas desenvolvidas na área de Educação Matemática já apresentavam a preocupação com qual matemática deve ser ensinada. No IV (Congresso Internacional de Matemáticos), realizado em 1908 em Roma, foi formada uma comissão internacional sobre o ensino de matemática com o objetivo de investigar sobre a situação do ensino de matemática em todos os níveis de escolaridade em alguns países analisados (KILPATRICK, 1992). Porém o próprio autor declara que as comparações internacionais de currículos foram mais descritivas do que analíticas.

Os estudos desenvolvidos na segunda década do século passado marcaram o início do “*processo de descobrir que matemática estava sendo ensinada nas escolas e como ela deveria estar sendo ensinada*.” (KILPATRICK, 1992, p. 7, tradução nossa) com o objetivo de reorientar o currículo escolar em torno de temas que eram socialmente úteis.

Na investigação em curso, pretendemos realizar um estudo com enfoque analítico com o objetivo de identificar quais fatores têm papel fundamental na definição dos currículos, em sua implementação curricular e prática nas escolas. Aqui utilizamos o termo analítico para compreender as singularidades (similaridades, diferenças e ênfases que cada nação escolhe) em cada cenário dos países pesquisados.

A opção por estudar países da América Latina apresenta como justificativa o fato de a própria Constituição Federal Brasileira de 1988, no seu parágrafo único do art. 4º, destacar a importância de uma integração econômica, política, social e cultural dos povos da América Latina, visando à formação de uma comunidade latino-americana de nações.

Os anos de 1990 são um marco nos sistemas educativos dos países latino americanos. As mudanças foram impulsionadas pelas reformas que ocorriam nos Estados, impulsionadas por organismos internacionais vinculados à ONU que apresentavam influência direta na determinação das políticas públicas. A influência ditava o ritmo das reformas ao vincular a concessão de empréstimos aos Estados à implementação destas reformas (KRAWCZYK, N. R.; VIEIRA, V. L., 2010)

O estudo comparativo que desenvolveremos nesta investigação visa buscar argumentos que justifiquem as investigações da área de Educação Matemática e como os resultados alcançados nos estudos são efetivamente utilizados na prática escolar dos profissionais de ensino dos países pesquisados.

Estudos comparados

Com a organização dos sistemas de ensino ao longo do século XIX, educadores americanos, brasileiros e do continente europeus empreenderam estudos comparados com o objetivo de buscar informações sobre as estratégias exitosas que poderiam ser implementadas nos países de origem dos pesquisadores e quais erros deveriam ser evitados. Porém, as comparações internacionais de currículos foram mais descritivas do que analíticas, cabendo ao leitor a tarefa de realizar a comparação. (KILPATRICK, 1992); (CARVALHO, 2009).

Os estudos comparados tiveram seu auge nas primeiras décadas do século XX e declínio entre as décadas de 80 e 90 com as constantes críticas sobre os métodos utilizados, validade científica e acusação de uso dos resultados de tais estudos de "*modo abusivo para legitimar as ações reformadoras em nível nacional, em geral, vinculadas às orientações ou diretrizes dos organismos internacionais [...]*" (CARVALHO, 2009, p. 3)

O declínio dos estudos comparados, no Brasil, foi consequência de inúmeros fatores como o número insuficiente de produção científica sobre o tema possivelmente consequência da ausência de banco de dados atualizados, da dificuldade em realizar viagens de intercâmbio e da falta de acesso à bibliografia estrangeira. A falta de articulação para a criação de grupos para a realização de estudos comparados contribuiu com a escassez de novos pesquisadores e a exclusão da disciplina de Educação

Comparada em cursos de graduação e pós-graduação em Educação. (CARVALHO, 2009)

Os estudos atuais de educação comparada atendem a um processo de revalorização da educação comparada em nível internacional. O reconhecimento das conseqüências da globalização como um fenômeno de expansão e interdependência cultural, possibilitaram a produção de pesquisas para investigar o alcance dos processos de globalização sobre a educação e a importância da educação comparada na busca por soluções dos problemas atuais. (SCHRIEWER, 1995; CARVALHO, 2009; NOVOA, 2009)

Concordamos com Nóvoa (2009), quando o mesmo relata que o estudo comparado deve ser um meio de compreender o outro, com um olhar crítico, mas sem a influência de outros e que devemos compreender o outro com suas próprias especificidades.

> é preciso que a educação compara seja um meio se compreender o outro, sobretudo o outro que é tão diferente e que olha o mundo com outros sentidos e com outros sentimentos. (NOVOA, 2009, p. 53)

No entanto, essa revalorização é acompanhada de críticas aos modos de interpretação e quadros de análise anteriores, abrindo novas perspectivas teórico-metodológicas. É aqui que localizamos nosso trabalho: pretendemos pesquisar quais práticas de ensino e de aprendizagem e em quais condições e sob a égide de qual currículo se encontram os países Uruguai e Brasil com o objetivo de desenvolver um estudo comparativo para buscar soluções que permitam concretizar troca de experiências entre pesquisadores dos países citados. Não pretendemos apenas descrever as semelhanças e diferenças entre os currículos de matemática dos países pesquisados, mas buscar evidências que forneçam explicações dos motivos que tais semelhanças e diferenças ocorrem.

Reformas curriculares na America latina

Uma onda de reformas curriculares se abateu sobre a América Latina durante a década de 1990. O relatório apresentado por Vegas e Petrow (2008) destaca que as reformas compreenderam mudanças desde a descentralização parcial da decisão sobre o currículo do nível nacional para o controle regional ou local; o desenvolvimento de normas nacionais que permitem adaptações às necessidades, expectativas e realidades regionais;

a mudança para o desenvolvimento de competências em substituição ao conhecimento como o objetivo de aprendizagem e os sistemas nacionais de avaliação.

Os documentos pesquisados por Ferrer (2004) indicam que as maiores dificuldades enfrentadas pelos sistemas de ensino na América Latina referem-se: as altas taxas de reprovação (especialmente nas séries iniciais e nas áreas rurais) atribuída ao insucesso escolar e seu papel básico de alfabetização, as altas taxas de abandono, a ineficiência da escola, a falta de recursos de educação e ensino e a centralização.

As reformas curriculares iniciadas na América Latina na última década do século XX exigiram mudanças que foram além da discussão da descentralização. As mudanças atingiram vários aspectos como: mudanças nos livros didáticos, formação de professores e desenvolvimento profissional, avaliações nacionais que deveriam estar alinhadas às mudanças curriculares, pedagogia e métodos de ensino, investimentos em infraestrutura para a garantia de um contexto educacional adequado.

O relatório de Ferrer (2004) apresenta um levantamento acerca dos currículos prescritos na América Latina. Resultados apresentados dão indícios que a descentralização curricular gera alguns problemas como a coordenação entre os papéis dos governos central e local tem sido difícil em muitos países, a implementação das reformas com pouca capacidade de suporte às adaptações curriculares a nível local e a resistência à mudança das práticas enraizadas (Ferrer, 2004).

Pretendemos elencar estratégias que permitam diminuir a distância entre os currículos prescritos (os dos documentos oficiais) e os currículos praticados (os efetivamente desenvolvidos pelos professores) nos países pesquisados e como estes realizam o acompanhamento e avaliação do processo de implementação curricular por parte dos sistemas de ensino – federal, estadual e municipal.

Inicialmente, com a finalidade de buscar aportes teóricos para o desenvolvimento de nosso trabalho, realizamos uma revisão bibliográfica, para aclarar os conceitos relacionados ao problema de pesquisa e situar os currículos prescritos pelos países pesquisados para o nível de educação básica. Encontramos apenas uma tese que apresenta um estudo comparativo entre os currículos de Matemática. Possivelmente, estudos comparativos de tal natureza não sejam comuns.

A investigação de Aguiar (2008) traz um estudo comparativo entre Brasil e Portugal, sobre as diferenças curriculares de Matemática. A partir dos resultados do PISA (2003) o autor identifica que os resultados de diversos países em avaliações internacionais constituem de estratégias para analisar o currículo efetivamente aprendido pelos estudantes e das ênfases pedagógicas e socioculturais utilizadas pelos professores de Matemática de cada país. Segundo Aguiar (2008), o desempenho dos alunos que participam de testes internacionais como o PISA sofre influência das características de cada país.

A investigação de Castro (2007), apresenta um estudo comparativo das Leis Gerais sobre Educação dos países Brasil e Argentina. O autor inicia com uma síntese histórica da educação nos dois países. Entre os tópicos escolhidos por Castro (2007) para fazer o estudo comparativo, destacamos: a estrutura escolar; a qualidade da educação; a definição de componentes curriculares; o financiamento da educação e a formação de professores.

Para Sacristán (2000) o currículo é uma práxis e não um objeto estático, cuja que representa a função socializadora e cultural de determinada instituição e que a prática pedagógica é uma das práticas diversas. Portanto, a análise curricular deve compreender o processo que se inicia com um plano construído e ordenado de princípios que se pretende alcançar e se estende até em como estes são concretizados no âmbito prático. Não apenas a definição dos conteúdos, mas como o currículo é organizado e avaliado, são decisões políticas.

Nossa proposta de efetuar o estudo comparativo entre os currículos de Matemática de Brasil e Uruguai e verificar em como as pesquisas educação matemática trouxeram contribuições para as mudanças curriculares deve compreender o estudo do contexto em que tais currículos se configuraram e que são expressos nas práticas educativas (SACRISTAN, 2000).

A importância da discussão curricular não deve ser apenas dos especialistas na área de Educação, claro que é responsabilidade destes, mas deve ser preocupação também das diversas instâncias que compõem a sociedade. Uma vez que escola é responsável por perpetuar e divulgar a cultura geral, o papel das instituições educativas tem sua importância ampliada nas camadas mais desfavorecidas que recebem a cultura geral por meio dos currículos escolares (SACRISTÁN, 2000).

Portanto, é mister e urgente a discussão curricular para a análise de que cultura queremos perpetuar para as próximas gerações. A falta de neutralidade do currículo é apresentada pelos autores que se debruçam no estudo da área, na medida em que a opção curricular que se adota é um instrumento de diferenciação e de possível exclusão para os alunos. Os currículos dominantes costumam pedir a todos os alunos o que só uns poucos podem cumprir.

Um dos objetivos que pretendemos alcançar com este estudo é contribuir com a discussão educacional que iniciou com as Metas Educativas 2021 que constituem os países Ibero-Americanos. Na primeira conferência realizada em El Salvador, em 2008, foram apresentados os problemas e problemáticas que afetavam os sistemas educacionais e apresentadas linhas de ação e reflexão a serem realizadas nas décadas seguintes para, a partir da execução das propostas, a serem atingidas com a melhoria da qualidade educacional.

> A educação na América Latina registra avanços e também alguma estagnação. É necessário conhecer e analisar esses avanços – as "boas práticas" -, considerar suas possibilidades de aplicação e levá-las adiante, se houver condições adequadas para isso. [...] Esses intercâmbios contribuem, justamente, para enriquecer esses processos. (LAMARRA, 2012, p.31)

Com nossa investigação, pretendemos contribuir com a área de estudos comparados e ir além da mera apresentação de índices de indicadores internacionais de desempenho. Tal qual proposto por Nóvoa (2009), os atuais desafios da educação comparada se resumem no tratamento de: Identificar novos problemas ao construir objetos de estudo em torno da articulação entre o local e o global das instituições educativas (currículo, administração, professores, avaliação, entre outros; por em prática novos modelos de análise na busca de dar sentido às praticas discursivas dos diferentes atores e como estes organizam os espaços e sentidos da educação aos níveis nacionais e internacionais e, inventar novas abordagens metodológicas do trabalho comparativo.

Referências

AGUIAR, G. S. (2008) Estudo comparativo entre Brasil e Portugal sobre diferenças nas ênfases curriculares de matemática a partir da análise do Funcionamento Diferencial do Item (DIF) do PISA 2003. Tese (Doutorado) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

CARVALHO, E. J. G. (2009) Estudos comparados: repensando sua relevância para a educação. In: Tercer Congreso Nacional, Segundo Encuentro Internacional de Estudios Comparados en Educación, Buenos Aires.

CASTRO, M. L. O. (2007) Brasil e argentina: estudo comparativo das respectivas leis gerais sobre educação, Núcleo de Estudos e Pesquisas do Senado Federal (NEPSF).
http://www.senado.gov.br/senado/conleg/insti_consultores_marcelolottoni.htm.
Consultado em 03/10/2011.

FERRER, J. G. (1999) Aspectos Del Curriculum Prescrito en América Latina: Revisión de tendências contemporáneas em curriculum, indicadores de logro, estándares y otros instrumentos. (PREAL), Santiago.

KILPATRICK, J. (1992) A history of research in mathematics education. In D. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* New York, NY: Macmillan.

KRAWCZYK, N. R.; VIEIRA, V. L. (2010) A reforma educacional na América Latina nos anos 90: Uma perspectiva histórico-sociológica. In: *Revista Latinoamericana de Educación Comparada*. Relec/Año 1 n.1, p.10-17.

LAMARRA, N. F. (2012) Entrevista concedida à Revista Linha Direta Edição 167, Fevereiro, p. 31.

NOVOA, A. (2009) Modelos de análise de educação comparada: o campo e o mapa. In: *Educação comparada: rotas de além-mar*. SOUZA, D. B. e MARTINS, A. M. (org.) São Paulo, Xamã.

SACRISTÁN, J.G. (2000) O Currículo: uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: ArtMed.

SCHRIEWER, J. (1995) Sistema Mundial e Inter-relacionamento de Redes: a Internacionalização da Educação e o Papel da Pesquisa Comparativa. Brasília, *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, vol. 76, n° 182/183, p. 241-302, jan/ago.

VEGAS, E.; PETROW. J. (2008) Raising student learning in Latin America: the challenge for the 21st century. The World Bank.

UNA UNIDAD SOCIAL PARA EL APRENDIZAJE DIALÓGICO EN LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO: EL TRABAJO CON MONITORES EN SECUNDARIA

Diana Jessica Hernández Márquez
dhernandez@cinvestav.mx
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, CINVESTAV-México

Tema: Investigación didáctica
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel: Medio
Palabras claves: Trabajo en pares, Aprendizaje Dialógico, Zona de Desarrollo Próximo

Resumen

Se reporta la aplicación de una estrategia colaborativa entre pares de estudiantes de distinto rendimiento en la asignatura de matemáticas, utilizada en sesiones de resolución de problemas. Se examinan los diálogos entre parejas seleccionadas de un grupo de 27 estudiantes de secundaria. La estrategia propuesta propicia el trabajo en la Zona de Desarrollo Próximo, mientras los alumnos resuelven problemas matemáticos supervisados por el profesor. En la experimentación se impartió un taller para capacitar a los profesores en la aplicación de la estrategia, y se sugirieron algunos instrumentos que pueden auxiliarles en la selección de las duplas de estudiantes que mejor pueden colaborar. Los resultados mostraron que el trabajo colaborativo entre pares de alumnos permite un diálogo matemático más simétrico que el establecido entre maestro-estudiante, y en conjunto con la estrategia, fomentan el trabajo cooperativo que ayuda a esclarecer conocimientos matemáticos previos de mala calidad o escasos.

Presentación del problema

El presente trabajo reporta una investigación todavía en curso interesada en proponer una estrategia de trabajo para la de resolución de problemas en educación secundaria, explorando el uso del lenguaje matemático y común utilizado en duplas de estudiantes en la resolución de los mismos. En la experiencia propia y compartida con otros compañeros docentes del área de matemáticas, donde generalmente los grupos de clase son muy numerosos y el espacio de las aulas muy reducido, se sabe que resulta complicado diseñar, dar seguimiento y evaluar el aprendizaje matemático real de los estudiantes cuando trabajan en equipos con numerosos integrantes. Además se tiene la difícil labor de enseñar a todos los alumnos de un grupo a un mismo ritmo de trabajo, cuando no todos los estudiantes parten de los mismos conocimientos previos.

No obstante los problemas antes mencionados la orientación de los planes y programas de estudio vigentes recomiendan el trabajo colectivo en México, la enseñanza en nivel básico, está regida por un curriculum que adopta el enfoque por competencias. El Plan de Estudios (SEP, 2011) manifiesta entre otros aspectos, que se deberán procurar y/o proporcionar situaciones y experiencias de aprendizaje significativas para todos los estudiantes. Con ello se propone el desarrollo de cinco competencias esenciales, de entre las cuales la competencia para el aprendizaje permanente aborda explícitamente a las matemáticas. El desarrollo de esta competencia "implica la posibilidad de aprender, asumir, dirigir el propio aprendizaje a lo largo de su vida, de integrarse a la cultura escrita y matemática…" (SEP, 2011, p. 38). En los Estándares Curriculares de Matemáticas, también planteados por dicho Plan de Estudios, se sugiere transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados. El programa de evaluación PISA define la competencia matemática como la capacidad de un individuo para analizar, razonar y comunicar de forma eficaz a la vez de plantear, resolver, e interpretar problemas matemáticos en una variedad de situaciones que incluyen conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales de probabilidad o de otro tipo. Pensando en dar una alternativa a lo anterior, surge la idea principal de esta investigación, que es proponer una manera de trabajo que no implique un cambio radical dentro del aula. Para que los profesores puedan acceder a ella sin cambiar drásticamente su forma de llevar la clase de matemáticas. Nuestra propuesta utiliza la unidad mínima de trabajo compartido, el trabajo en parejas, seleccionadas para que un alumno más aventajado ayude a otro que lo está menos, poniendo en funcionamiento el diálogo entre iguales para crear una.

Las preguntas que aborda esta investigación son: ¿De qué manera los la estrategia de trabajo en conjunto con los intercambios dialógicos entre iguales permiten al alumno de secundaria incorporar los recursos matemáticos que son puestos en movimiento con ayuda de un compañero más aventajado trabajando juntos en la ZDP? y ¿Cómo usa después esos recursos matemáticos de manera autónoma utilizando la estrategia propuesta para trabajar la resolución de problemas?

La Zona de Desarrollo Próximo

De acuerdo con el enfoque sociocultural los sistemas de conceptos científicos se forman de las experiencias con el entorno, con el uso de herramientas simbólicas de la cultura, y de la interacción con otros estudiantes o adultos.

La experiencia de los estudiantes está presente en dos planos diferentes, esta experiencia se presenta dos veces primero en un plano interpersonal - con otros - y después en un plano intrapersonal o sea con él mismo (Vigotsky, 1962).

Vigotsky (1979), define la zona de desarrollo próximo como la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. Según Vigotsky el desarrollo en una conducta sucede en dos niveles que limitan la zona de desarrollo próximo: El nivel bajo hace referencia al desempeño independiente del estudiante, lo que sabe y puede hacer solo, el nivel superior es lo máximo que un estudiante puede lograr con ayuda de un adulto o un igual y le llama desempeño asistido. Entre el desempeño asistido y el desempeño independiente existen varios grados de desempeño parcialmente asistido.

El desempeño asistido incluye las conductas en las que el estudiante contó con la ayuda de su profesor o de otra persona, incluso alguien de su misma edad.

Esta interacción puede consistir en preguntas guía, reformular la pregunta, pedir nuevamente una explicación, solicitar la narración de lo entendido, presentar el diseño de una exposición

La interacción es una forma de cooperación para recibir conocimiento. Otra forma de intervención es la ayuda indirecta, la cual consiste en procurar ambientes de aprendizaje, sometiendo al medio para facilitar la práctica de determinados hábitos intelectuales

El desempeño asistido incluye conversaciones con otra persona, así como cualquier situación en donde mejoren las actividades mentales como resultado de la interacción social (Vigotsky, 1962).

El diálogo maestro-alumno como dispositivo escolar más común

El diálogo entre profesor- estudiante es uno de los dispositivos comunes más tradicionales utilizados en la enseñanza, estas formas de enseñanza apuntan a algunos problemas referidos a la organización de las actividades escolares y a ciertas características sociolingüísticas delas escuelas, incluidas las formas de discurso escolar. En este sentido Baquero (1995) rescata la importancia de buscar nuevas formas de aprendizaje que revolucionen los actuales sistemas escolares. La escolarización se delimita, entonces, como una actividad culturalmente organizada en donde se producen procesos de apropiación específicos. Pero un proceso de apropiación podría ser mucho más benéfico si fuera mutuo y secuenciado.

Newman, Griffin y Cole (1991) mencionan que el desarrollo de una actividad específica por ellos indagada, el profesor intenta hacer los emparejamientos entre los niños como si se hubieran realizado de acuerdo en el objetivo que se tiene en mente. Este tipo de apropiación constituye una característica que invade todas las interacciones docentes. Coincidimos con esta concepción ya que en un diálogo asimétrico el profesor intenta dialogar con sus estudiantes y en base a sus objetivos él cree que están aprendiendo. La asimetría en la comprensión de las situaciones de enseñanza posee un elemento de importancia en relación con la posible comprensión de un tema.

El elemento crucial parece consistir en una participación asimétrica en la definición de la situación de enseñanza aprendizaje y, por tanto, en la asignación relativa de posiciones subjetivas. Un desconocimiento relativo, por parte del aprendiz, de los objetivos que regulan la actividad conjunta parece un elemento inherente a las prácticas educativas y, por consiguiente, la comprensión de los objetivos o la complejidad global de un problema de estudio sólo sería factible si las prácticas de enseñanza lo señalan o proponen como objetivo específico. Sin embargo, el progreso cognitivo parece darse, también, por la posibilidad de participar en actividades como si se comprendiera el último tema que se trata; el desempeño del sujeto va por delante de su competencia, según Cazden (1991).

El problema que plantean algunos autores en torno al diálogo asimétrico es que es probable hablar de desarrollos truncos rudimentarios o múltiples, e incluso de pensamientos desviados, es decir, que los estudiantes aparentemente comprendan, pero en realidad estén equivocados en su apreciación respecto a la solución de un problema. Los procesos de enseñanza, o las características de los sistemas de interacción como planteaba Tudge (2001) no reúnan las condiciones adecuadas, o el proceso de escolarización de un sujeto se interrumpa o bien quede con muchos “huecos” de conocimientos. Es decir, el modelo admitiría un repertorio significativo de contingencias y otorga un carácter de positividad a las distintas formas posibles de construcción cognitiva.

Metodología

La investigación se realizó en una Escuela Secundaria Pública en el turno matutino, con un grupo de 29 estudiantes de segundo año de secundaria de entre 13 a 14 años de edad.

Primero, se elaboró y aplicó un taller dirigido a los profesores de secundaria con la finalidad de hacer una descripción minuciosa de nuestra estrategia de trabajo que muestra algunas recomendaciones de trabajo en el aula, que usándolas previamente podrían facilitar el trabajo con monitores, también se les propuso un repertorio de problemas a resolver referentes a los temas estimación de ángulos y comparación de razones para que los trabajaran las parejas de estudiantes y recuperar los diálogos utilizados entre ellos en la resolución de los mismos.

A continuación presentamos de manera general la estrategia de trabajo que se desarrollo en el taller.

Estrategia de trabajo con monitores

1.-Debemos iniciar ubicando a los alumnos que podrían ser candidatos a ser monitores y monitoreados (sin que el alumno perciba esta ubicación). Para hacer esta selección nos podemos apoyar en la aplicación de un sociograma, llenar la tabla 1, observar las calificaciones y confiar en la intuición como profesor del grupo (el sociograma y la tabla 1 se detallan más adelante). Los estudiantes monitores serán más aventajados en el dominio matemático y los alumnos monitoreados se caracterizarán por tener bajo rendimiento en la asignatura de matemáticas

2.-Explicar al grupo en general la dinámica del trabajo, primero la organización previa para el trabajo dentro de la clase de matemáticas y después que la forma de participación de ellos será de varias formas, por una parte todos deberán trabajar en su cuaderno de notas resolviendo los problemas que se trabajen durante las sesiones, pero sobre todo hacer notas personales que les permitan auxiliarse en la resolución de los mismos, colectiva, auxiliando a los compañeros que lo requieran pero de manera organizada y con disciplina en el trabajo, y por otra parte las participaciones que serán en el pizarrón, estás serán al azar y para este evento se ha diseñado una tómbola . Es importante recalcar que es de suma importancia no iniciar las participaciones en el pizarrón si los alumnos manifiestan dudas respecto al tema. Los alumnos que presenten dificultades en la resolución podrán ser ayudados por el resto del grupo y el profesor, este último deberá moderar las participaciones y comentar a los estudiantes que no deben indicar algoritmos de resolución sino, la manera en que ellos visualizan el planteamiento del problema y su resolución. De ninguna manera se deben intercambiar los estudiantes durante este proceso. Cuando un estudiante aún con el apoyo de todo el grupo no pueda resolver el problema, se le asignará un monitor previamente seleccionado. Esto nos permite mirar de cerca el desempeño real de los estudiantes, observando de manera más directa las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas.

3.-Es recomendable que se selle o firme diario a todos los alumnos sus cuadernos de notas independientemente del tipo de participación durante la clase. Esto para que noten que su esfuerzo ha sido valorado en cada sesión.

4.-El ambiente de trabajo creado por el docente será punto capital para el buen funcionamiento de la estrategia de trabajo, es importante prestar mucha atención a los tiempos de clase, ser puntual en el inicio y término de la sesión recordar y ajustar los tiempos de sellado o firmado.

Para seleccionar las duplas de estudiantes que trabajarían juntos se diseñaron y elaboraron dos instrumentos de investigación: la tabla 1 para la obtención de características de los alumnos y un sociograma, para encontrar las mejores duplas de estudiantes que colaboren y trabajen juntos en la ZDP en la resolución de problemas.

El cuadro fue llenado por los profesores de grupo, éste plantea diez características referentes al dominio y eficiencia la comunicación de los temas de matemáticas, así como tipos de participaciones en clase: a) entrega tareas, b) rendimiento, c) aceptación por sus compañeros d) participa verbalmente, e) participa con trabajo en clase, f) es líder, g) es popular, h) domina muy bien los temas independientemente de sus calificaciones, i) expresa sus dudas en clase, j) se comunica eficazmente con sus compañeros, ver anexo 1. Así mismo se solicitó la lista de evaluación para observar de manera general los estudiantes de alto y bajo rendimiento en la asignatura y se solicitó a los profesores que comentaran por su conocimiento del grupo, qué alumnos podrían ser candidatos a monitores y monitoreados.

El sociograma consta de 8 preguntas referentes a las empatías personales y de trabajo entre los estudiantes, solicitamos al profesor del grupo seleccionado que lo aplicara a todo el grupo para evitar señalamientos personales en los alumnos, del total sólo se analizaron los de los estudiantes que fueron evidentes en cuadro de obtención de datos, por los comentarios del profesor y los que en las listas de evaluación presentan rendimientos altos y bajos, ver anexo 2.

Posteriormente, se puso en acción el trabajo con monitores con la finalidad de realizar la observación directa de las parejas de estudiantes y tomar en video los diálogos entre ellos. Finalmente, se trabaja en el diseño de las entrevistas a algunas duplas de trabajo y el profesor con la finalidad de ampliar los datos obtenidos. La cuarta fase es el diseño y aplicación de los protocolos de las entrevistas a parejas de estudiante y profesores para ampliar la situación, dicha fase aun está en proceso.

Para el análisis de los diálogos se utiliza la propuesta de Gee, J (2011) quien sugiere algunas herramientas para analizar el discurso, estas herramientas permiten enfocar ciertos elementos de los intercambios dialógicos como por ejemplo: la deixis que habla de que aspectos y significados necesitan ser completados para entender el contexto, la herramienta de completar que trata de lo que debe completarse para lograr una mejor claridad y la herramienta de haciendo y no sólo diciendo que trata de poner atención no sólo en lo que lo que se está diciendo sino también en lo que se está haciendo.

Resultados preliminares y conclusiones

El análisis completo de los diálogos aún está en proceso, sin embargo los resultados preliminares de la aplicación de la estrategia propuesta en conjunto con unidades mínimas de trabajo colaborativo mostraron que existen diferencias en el uso de las herramientas dialógicas en los pares de estudiantes y profesor-alumno principalmente en la de Deixis, que es utilizada por el alumno monitoreado para solicitar aspectos de significados específicos que necesitan para iniciar la comprensión del problema y después también es usada para el inicio de la resolución del mismo; en la de completar, que es utilizada por algunos estudiantes monitores de manera que proporcionan información adicional como por ejemplo analogías que pueden ayudar a indagar o completar de manera más sencilla. El profesor la utiliza solo esperando una respuesta cerrada del estudiante y si no es completada de manera correcta pide a otro compañero que la complete sin asegurarse de que el alumno que no la pudo completar haya entendido el por qué de la respuesta dada, y la herramienta haciendo y no sólo diciendo que es utilizada por algunos monitores para indicar a sus compañeros acciones específicas que deben realizar. El profesor las hace tácitas. Esperamos dilucidar con más detalle como intervienen estos elementos en la ZDP.

En las duplas con monitores se observó una situación inicial donde los monitoreados mostraban: 1) pobre vocabulario de la lengua materna, 2) problemas de comprensión de lectura y pobre escritura, 3) baja autoestima, 4)conocimientos de mala calidad y escasos conceptos matemáticos. En las duplas de trabajo los monitoreados mostraron mejoría en los cuatro puntos antes mencionados, y en relación con los puntos 1) y 2) el profesor reforzaba el trabajo del monitor. Notamos también que el trabajo colaborativo entre pares y cooperativo entre alumnos y profesor ayudan a mejorar los puntos 2) y 4) y como consecuencia el punto 3) comienza a cambiar su status. Es importante procurar un ambiente de trabajo respetuoso de las ideas de los demás y con un trato equitativo hacia los estudiantes independientemente de su tipo de participación en clase, aspectos que se detallan en una sección de nuestra propuesta de trabajo.

Referencias

- Baquero, R. (1996). *Vigotsky y el aprendizaje escolar.* Aique. Argentina.

-Cazden, C.(1991). *El discurso en el aula: el lenguaje de la enseñanza y del aprendizaje.* Paidós.

- Gree, P. (2011).*How to do Discours Analysis*. A toolkit. Routledge. USA.

- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2007). *Pisa 2006 en México*. (1ª. Ed.). México: INEE.

-Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2010). Información sobre México en PISA 2009. México: INEE.

-Mercer, Nail (2001). *Palabras y mentes*. Paidós. España.

-Newman, D.; Griffin, P. y Cole, M. (1991). *La zona de construcción del conocimiento.* Morata. Madrid.

-Secretaría de Educación Pública. (2011). Plan de Estudios 2011.Educación Básica. México: SEP.

-Smagorinsky, P. (1995) *The Social Construction of Data: Methodological Problems of Investigating Learning in the Zone of Proximal Development. Review of Educational Research*, 65(3),191-212.

-Tudge, J. (2001). *Vygotsky, la zona de desarrollo próximo y la colaboración entre pares: connotaciones para la práctica en el aula*. Aique. Argentina

-Vigotsky, L. (1962). *Thought and language.* Cambridge, M.A: MIT Press. (Original work published 1934)

-Vigotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de las funciones psicológicas superiores*. En: Obras Escogidas, Vol. III). Madrid, España: Visor.

Anexo 1 Tabla 1. Cuadro para la obtención de características de los estudiantes.

Coloque en los cuadros según las características que considere para cada alumno la letra **A** para alto **R** para regular **B** para baj
elementos suficientes para contestar
Instrucciones

ALUMNO	ENTREGA TAREAS	RENDIMIENTO	TIENE ACEPTACIÓN ENTRE SUS COMPAÑEROS	PARTICIPA VERBALMENTE	PARTICIPA CON TRABAJO EN CLASE	ES LÍDER	ES POPULAR	DOMINA MUY B LOS TEMAS A ESTUDIAR INDEPENDIENT DE SUS CALIFICACIONE
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								

ANEXO 2. SOCIOGRAMA

NOMBRE________________________GRADO________ EDAD________

Imagínate que el próximo curso vas a ser cambiado a otro grupo y que sólo algunos compañeros (as) se pueden ir contigo. ¿A quién elegirías? (Puedes escribir a todos los que quieras, pero en orden, empezando por el que más te gustaría que fuera contigo)

Orden	Nombre	Orden	Nombre
1°	__________________	6°	__________________
2°	__________________	7°	__________________
3°	__________________	8°	__________________
4°	__________________	9°	__________________
5°	__________________	10°	__________________

En la misma situación anterior. ¿Quiénes no querrías que fueran contigo? (Puedes escribir a todos los que quieras, pero en orden, empezando por el que menos te gustaría que fuera contigo).

Orden	Nombre	Orden	Nombre
1°	__________________	6°	__________________
2°	__________________	7°	__________________
3°	__________________	8°	__________________
4°	__________________	9°	__________________
5°	__________________	10°	__________________

Adivina los que te han elegido a ti para cambiar de grupo. (No hace falta que indiques el orden)

Nombre	Nombre
__________________	__________________
__________________	__________________
__________________	__________________

Adivina los que NO te quieren a ti para cambiar de grupo. (No hace falta que indiques el orden)

Nombre	Nombre

__________________ __________________

__________________ __________________

Si tuvieras que formar parte de un equipo de trabajo para realizar una actividad escolar. ¿Con quién te gustaría trabajar para sacar una buena calificación? (Puedes escribir a todos los que quieras, pero en orden, empezando por el que más te gustaría que trabajara contigo)

Orden	Nombre	Orden	Nombre
1°	__________________	6°	__________________
2°	__________________	7°	__________________
3°	__________________	8°	__________________
4°	__________________	9°	__________________
5°	__________________	10°	__________________

En la misma situación anterior. ¿A quién no elegirías para hacer el trabajo? (Puedes escribir a todos los que quieras, pero en orden, empezando por el que menos te gustaría que trabajara contigo)

Orden	Nombre	Orden	Nombre
1°	__________________	6°	__________________
2°	__________________	7°	__________________
3°	__________________	8°	__________________
4°	__________________	9°	__________________
5°	__________________	10°	__________________

Adivina los que te han elegido a ti para realizar el trabajo. (No hace falta que indiques el orden)

Nombre	Nombre
__________________	__________________
__________________	__________________
__________________	__________________

Adivina los que NO te quieren a ti para trabajar. (No hace falta que indiques el orden)

Nombre	Nombre

CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS DE JOVENS E ADULTOS

Patrícia Lima Tôrres – Cristiano Alberto Muniz
plimatorres@gmail.com – cristianoamuniz@gmail.com
Universidade de Brasília[1]– Brasil

Tema: Pensamiento numérico
Modalidad: CB
Nivel educativo: No específico
Palavras clave: alfabetização matemática de jovens e adultos, conhecimentos matemáticos de jovens e adultos, Teoria dos Campos Conceituais

Resumo

O objetivo da pesquisa, em andamento, é analisar conhecimentos matemáticos de jovens e adultos, matriculados em duas escolas públicas de Educação de Jovens e Adultos na cidade de Brasília, Distrito Federal, Brasil. O embasamento teórico deste estudo reporta-se aos conceitos de alfabetização na perspectiva de Paulo Freire, à relação entre pensamento e linguagem e à Teoria dos Campos Conceituais. Esta pesquisa associa entrevista clínica à análise microgenética. Os participantes do estudo são três professoras e três turmas do primeiro segmento da Educação de Jovens e Adultos. Apresentamos uma análise de protocolo oral e gráfico de um sujeito para ilustrar como se dará análise dos dados, que evidencia o pensamento numérico do educando.

Sobreviver e participar de uma sociedade tecnológica e letrada, característica do meio urbano, na qual o domínio do conhecimento culturalmente valorizado ganha cada vez mais importância, é certamente um desafio para aqueles que, já alijados de outras formas de cidadania, tiveram sua escolarização interrompida ou sequer chegaram a frequentar os bancos escolares.

Além disso, as transformações produzidas na economia constituem-se numa tendência mundial e trazem novos requerimentos de qualificação aos trabalhadores. Parece haver consenso entre empresários e educadores de que essa qualificação passa pela escolarização formal. A perspectiva de manter-se ou ingressar em um emprego traz de volta à escola jovens e adultos em busca de melhores condições de vida. Todavia, não se trata somente de qualificar melhor o trabalhador para as atividades produtivas. A melhoria das condições de vida não se esgota na esfera do emprego, mas pressupõe, embora de maneira não exclusiva, a educação para a cidadania.

Entretanto, os sujeitos analfabetos não devem ser vistos como seres desprovidos de saber ou definidos pelas suas carências (Fasheh, 2004). Pelo contrário, eles constroem

[1] A participação neste evento se deu com o apoio do Decanato de Pesquisa e Pós-Graduação – UnB.

conhecimentos muitas vezes sofisticados e complexos nas práticas sociais que vivenciam e buscam na escola um conhecimento matemático que lhe possibilite resolver problemas cotidianos com os quais se deparam no dia a dia.

Freire (1987) apresenta a concepção problematizadora e libertadora da educação, de acordo com a qual, dentro de uma perspectiva dialética e dialógica, os educandos deixam de assumir uma postura passiva para participar ativamente de sua aprendizagem, uma vez que professores e alunos se educam mutuamente através do diálogo. Essa aprendizagem através do diálogo se dá, no contexto dessa pesquisa, entre pesquisador e sujeito, mediada por nossa opção metodológica.

Neste estudo nos propomos a responder as seguintes questões: Como identificar os conhecimentos matemáticos na Educação de Jovens e Adultos? Que conhecimentos matemáticos são mobilizados por jovens e adultos em processo de alfabetização? Qual o papel dos conhecimentos matemáticos na Educação de Jovens e Adultos?

Nosso objetivo é identificar e interpretar competências e conceitos matemáticos em diversos níveis de formalização e explicitação, aplicados a situações escolares. Essa explicitação se dá através da linguagem oral e gráfica, que expressa indícios do processo de pensamento do indivíduo.

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, os saberes práticos, mesmo quando explicitados, muitas vezes não revelam todos os conceitos e sistemas conceituais envolvidos e são apenas a ponta visível do *iceberg* da conceitualização (Vergnaud,1990, 2009b). Esta teoria dos vem nos ajudar a compreender a gênese dos conhecimentos matemáticos de jovens e adultos.

As competências em ação são constituídas pelos conhecimentos e habilidades que mobilizamos em resposta aos desafios colocados pelas situações (problemas) que enfrentamos dentro e fora da escola. As dificuldades relativas à explicitação das competências em ação são de diversas ordens. Caberia ao pesquisador e/ou ao professor a análise da atividade e de sua estrutura, incluindo uma grande diversidade de esquemas, isto é, “a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada” (Vergnaud, 1990, p. 136; 2003, p. 66; 2009a, p. 21; 2009b, p. 44).

Por sua vez, essa análise implica considerar que significado ou significados, os esquemas e as situações adquirem para os sujeitos. O(s) significado(s) do que os sujeitos fazem e expressam, refletem não apenas seus pensamentos, mas, também, suas intenções e valores (Carraher, 1989). Dessa forma, a questão que se coloca é até que ponto o professor e/ou o pesquisador é capaz de assumir a perspectiva do outro, seja ele, por exemplo, uma criança ou um adulto em processo de alfabetização matemática.

Vergnaud (1998a) utiliza o termo "ilusão da transparência", para referir-se à falsa ideia de que "o que é transparente para mim é para você" (p. 26). Trata-se, segundo o mesmo autor, de um problema de comunicação.

Do nosso ponto de vista, ocorre na Teoria dos Campos Conceituais uma expressiva ênfase nas inferências de um observador externo na explicitação dos teoremas em ação. Acreditamos que o próprio sujeito, em especial o jovem ou o adulto, pode significar e ressignificar suas ações e operações com maior pertinência que o pesquisador e ou professor em algumas situações, o que não significa minimizar o papel deste. Ele continua insubstituível no questionamento ao sujeito acerca do significado suas respostas. Tal realidade aporta importante consequência para o método na investigação de produção do conhecimento na escola, no que diz respeito ao diálogo com os sujeitos no contexto da significação de suas ações e produções.

Na tentativa de articular o ponto de vista do sujeito e o ponto de vista do saber, tanto as representações do sujeito como as do conhecimento podem ser condições facilitadoras ou obstáculos à apropriação dos saberes científicos. O conceito de obstáculo epistemológico, desenvolvido por Bachelard (1996), refere-se às representações portadas pelos sujeitos, que se constituem em barreiras à apropriação dos conceitos científicos. Isso ocorre porque este conhecimento foi formado, experimentado e reforçado pela experiência, o que torna a aprendizagem dos conceitos científicos ainda mais complexa (Vergnaud, n.d.).

A opção metodológica por um estudo de caso de natureza etnográfica se justifica, tendo em vista a preocupação com a descrição, a análise e a interpretação das ações e conceitualizações dos participantes da pesquisa, a investigação de suas formas de comunicação e do significado atribuído a seu fazer (André, 1995). Neste tipo de estudo procura-se reconstruir as ações e interações dos participantes do estudo, a partir de seus pontos de vista e suas formas de pensar e se comunicar, o que nos é central.

A entrevista é um meio que permite uma aproximação dos significados culturais dos sujeitos, neste estudo, de suas produções matemáticas. Para identificar e interpretar competências e conceitos matemáticos em diversos níveis de formalização e explicitação, aplicados a situações escolares, optamos por realizar entrevista clínica (Carraher, 1989) com jovens e adultos em início de processo de alfabetização.

Iniciamos a entrevista clínica solicitando aos estudantes que escrevessem em uma folha de papel em branco o que eles sabiam de Matemática (Fávero; Soares, 2002). Este foi o ponto de partida para a elaboração de questionamentos por parte do pesquisador.

O objetivo da entrevista clínica foi “compreender como o sujeito pensa, como analisa situações, como resolve problemas, como responde às contra-sugestões do examinador” (Carraher, 1989, p. 6). As situações apresentadas não seguiam um padrão rígido, visto que o examinador procurava confirmar suas inferências (pistas) sobre o raciocínio seguido pelo sujeito no decurso da entrevista, mediante, inclusive, a proposição de novos problemas ou questões (Carraher; Carraher; Schliemann, 1995). Por essa razão, a duração e a forma de condução da entrevista variaram de um sujeito para outro.

Além disso, ao longo da entrevista, o examinador identificou contradições entre as respostas dadas pelo sujeito ou propôs contra-sugestões. Procurou, também, conduzir o sujeito à explicitação e, indiretamente, à reflexão sobre as justificativas apresentadas (Carraher, 1989).

A explicitação da compreensão por parte do sujeito do problema e de sua resolução foi requerida após a resolução do problema, quando se pediu que o sujeito explicitasse a estratégia adotada na solução.

Interessou-nos menos a quantidade de acertos dos sujeitos e mais os processos de pensamento que levaram à determinada resposta, fosse ela considerada certa ou errada, uma vez que buscávamos desvelar a noção de esquemas mentais propostos por Vergnaud.

Entretanto, ainda que buscássemos basear-nos em pistas verbais, gráficas e gestuais, fornecidas pelos sujeitos, na tentativa de acompanhar e reconstruir seu raciocínio, não deixamos de considerar que eles, possivelmente, tivessem dificuldade em explicitar verbalmente, com maior ou menor grau de clareza, a estratégia de resolução, mesmo que fossem capazes de resolver o problema corretamente.

A análise microgenética utilizada neste estudo, por sua vez, está voltada para o acompanhamento da evolução das relações entre as ações e a estrutura de situações específicas. A unidade de análise serão os esquemas, na sequência cronológica em que ocorrerem. A mesma se deu com base nas transcrições das gravações em áudio das entrevista clínica, e quando se selecionou a produção gráfica dos educandos durante as aulas de alfabetização, para buscar revelar os esquemas que dão sustentação às ações cognitivas dos sujeitos em situação de resolução de problemas matemáticos no contexto escolar.

Importante destacar que o esquema é local e situado. Isto significa que as mudanças identificadas podem ser apropriadas apenas para aquela situação e que os esquemas podem não se generalizar para determinada classe de situações.

Os protocolos construídos foram constituídos de produções verbais, a partir da transcrição da entrevista clínica, e gráficos, tais como os escritos ou com desenhos, símbolos, diagramas ou gráficos. Do exame detalhado de protocolos foram extraídos exemplos ou episódios prototípicos sobre os quais se constroem a fundamentação teórica e sua ilustração, mediante a narrativa e a interpretação ou interpretações dos microprocessos envolvidos na atividade (Meira, 1994). Associada à análise da produção matemática, na investigação, deve se atentar para a descrição e análise dos contextos sócio-afetivo-cognitivos nos quais foram produzidos os protocolos.

Apresentamos a seguir o sujeito José[2] e seu protocolo a partir do qual exemplificaremos nossa proposta de análise.

José, sexo masculino, nascido no estado de São Paulo, 46 anos na data da entrevista realizada em 25 de abril de 2012 era chefe de cozinha de uma churrascaria na cidade de Brasília, DF.

A entrevista clínica ocorreu no dia dois de maio de 2012 e durou dezoito minutos. A pesquisadora iniciou a entrevista propondo ao sujeito que escrevesse em uma folha de papel em branco o que ele sabia de Matemática. O senhor José escreveu quatro operações de adição com e sem agrupamento. Em seguida pedi que ele explicasse como ele havia feito os cálculos. Na etapa seguinte apresentei quatro contas de subtração que a professora havia marcado como incorretas no caderno de Matemática do senhor José. Ele se propôs a refazer as contas e descobrir porque havia errado. No final da última conta de subtração o sujeito trouxe uma questão sobre unidade de milhar, que não havia sido abordada até então.

De início, o sujeito se refere a um conhecimento prévio sobre as unidades de milhar que ainda não foram trabalhadas naquela série. Inicialmente a pesquisadora insiste em trabalhar o Sistema de Numeração Decimal e o valor relativo dos numerais. A compreensão inicial do sujeito é de que a composição da unidade de milhar é marcada pelo ponto. O sujeito questiona a pesquisadora sobre a obrigatoriedade do uso do ponto, utilizado apenas para fins didáticos e pelo sistema monetário nacional, no intuito de

---

[2] Nome fictício

evitar fraudes. Intui-se que o conhecimento prévio sobre a unidade de milhar é provavelmente de origem escolar em situação didática em que foi reforçado o uso do ponto para marcar a unidade de milhar de maneira mecânica.

Esse conhecimento prévio constituiu-se em obstáculo epistemológico (Bachelard, 1996) para a compreensão do valor posicional dos numerais.

O sujeito retoma repetidamente o relato da situação em que se sentiu humilhado, por ser menos escolarizado. Ele usa as expressões "as mulheres ficaram olhando, entendeu?", "saí de fininho", ", aí a moça falou, não, vocês já sabem a quantidade de números", "o cara, mais estudado que eu, eu acho", para demonstrar seu desconforto com o seu sentimento de inferioridade.

Por fim, a pesquisadora que teve inicialmente dificuldade em compreender a perspectiva do educando, adota o ponto de vista dele, atestando a má fé no registro do preço do relógio por parte da loja.

Em seguida, o sujeito demonstra que não se trata de uma total falta de compreensão do valor posicional dos algarismos, pois diz que se movermos a vírgula em mil quatrocentos e noventa e três para a direita, teremos "cento quarenta e nove três centavos", formulação com a qual a pesquisadora concorda no momento da entrevista, mas cuja leitura correta seria "cento e quarenta e nove reais e trinta centavos".

O sujeito finaliza sua fala destacando a importância do conhecimento escolar para a sua emancipação social em situações de aquisição de bens de consumo e assinatura de documentos.

Neste estudo destacamos a postura ativa do senhor José durante a entrevista, na qual não se limitou a responder perguntas e fez valer o seu ponto de vista mesmo quando a pesquisadora insistia em dar um tratamento didático a uma questão que não se limitava à esfera cognitiva, pois também envolvia aspectos afetivos. A pesquisadora, apesar de inicialmente estar preocupada com a questão ensino do Sistema de Numeração Decimal, procurou ouvir o aluno e entender o seu ponto de vista.

Nesse sentido Freire (1996, p. 86) faz uma afirmação que também se aplica a pesquisadores e pesquisados: "o fundamental é que professores e alunos saibam que a postura deles, do professor e do aluno é *dialógica*, aberta, curiosa, indagadora, e não apassivada, quanto fala ou enquanto ouve. O que importa é que professor e alunos se assumam *epistemologicamente curiosos*"[3].

[3] Grifo do autor

Assim, estabelece-se o diálogo, no qual pesquisador e sujeito são desafiados a rever e reelaborar seus conhecimentos prévios e a aprenderem uns com os outros através das negociações dos pontos de vista e dos significados de cada um.

Muitas vezes, os problemas trazidos pelos educandos não são resolvidos, como no caso relatado acima, mas uma compreensão mais ampla dos mesmos é atingida, aumentando a capacidade dos sujeitos de criticar e questionar a realidade em que vivem.

Referências

André, M.E.D.A. (1995). *Etnografia da prática escolar*. Campinas: Papirus, 1995.

Bachelard, G. (1996). *A formação do espírito científico: Contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Rio de Janeiro: Contraponto.

Carraher, T.N. (1979). *O método clínico: Usando os exames de Piaget.* São Paulo: Cortez.

Carraher, T., Carraher, D. & Schliemann, A. (1995). Matemática escrita versus matemática oral. Em Carraher, T., Carraher, D. & Schliemann, A. *Na vida dez, na escola zero* (45-67). São Paulo: Cortez.

Fasheh, M. (2004). Como erradicar o analfabetismo sem erradicar os analfabetos? *Rev. Bras. Educ.*, 26, 157-169. Recuperado de http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782004000200013.

Favero, M.H. & Soares, M.T.C. (2002). Iniciação escolar e a notação numérica: uma questão para o estudo do desenvolvimento adulto. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 18(1), 43-50. Recuperado de http://www.scielo.br/pdf/ptp/v18n1/a06v18n1.pdf.

Freire, (1987). *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Freire, (1996). *Pedagogia da autonomia*. Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra.

Luria, A.R. (1979). *Curso de psicologia geral*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira.

Meira, L. (1994) Análise microgenética e videografia. Ferramentas de pesquisa em Psicologia Cognitiva. *Temas em Psicologia*, 3, 59-71.

Muniz, C.A. (2009) O conceito de “esquema” para um novo olhar pra a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. Em Bittar, M. & Muniz, C.A. *Aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais* (37-52). Curitiba: CRV.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23), 133-169.

Vergnaud, G. (1998a). Entrevista. *Pátio*, 5, 23-26.

Vergnaud, G. (2003). *As Ciências da* Educação (63-79). São Paulo : Loyola, .

Vergnaud, G. (2009a). O que é aprender? Em Bittar, M. & Muniz, C.A. *Aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais* (13-35). Curitiba: CRV

Vergnaud, G. (2009b). A contribuição da psicologia nas pesquisas sobre a educação científica, tecnológica e profissional do cidadão. Em Fávero, M.H. & Cunha, C. (Orgs.). *Psicologia do conhecimento: O diálogo entre as ciências e a cidadania* (39-60). Brasília: UNESCO, Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília, Líber Livro Editora.

Vergnaud, G. (n.d.) *Au fond de l'action la conceptualisation.*

EXPERIENCIA DE AULA CON NIÑOS DE GRADO PRIMERO HACIENDO CAMBIOS DE REPRESENTACIÓN 2D-3D

Lina Paola Bohorquez Rodriguez – Neila Rocio Mendez Forero
dilimaco_15@hotmail.com – neilarociomendez@yahoo.com
Universidad distrital francisco José de caldas y Colombia

Tema: 9. Pensamiento geométrico
Modalidad: CB
Nivel educativo: Primaria (6 a 11 años)
Palabras clave: representación, sólidos, figuras geométricas, tamaño

Resumen
En esta comunicación se expone la experiencia de aula con estudiantes del grado primero de la educación básica, en una actividad en la que los estudiantes debían hacer cambios de representación de tres dimensiones a dos dimensiones y viceversa, lo primero haciendo uso de unos sólidos entregados y con ellos marcar la huella de las caras en hojas de registro, lo segundo se realizó a través del uso de figuras solidas pequeñas hechas en porcelanicrón en las que se diferenciaban tres tamaños (grande, mediano y pequeño), una vez desarrolladas las actividades se procede al análisis de las acciones de los estudiantes según las habilidades y procesos de visualización según Del grande (1990) y Bishop (1989) citados por Gutiérrez (1992)

La experiencia de aula se desarrollo con estudiantes de grado 1º de la institución educativa Distrital Alberto lleras Camargo, en Bogotá ubicado en la localidad de suba.

Se realizó una unidad didáctica[1] que tenía como énfasis los recursos didácticos, como objetivos generales:

- Reflexionar sobre la función y la pertinencia de los recursos didácticos, utilizados en la secuencia de actividades que giran en torno pensamiento geométrico

Se realizaron 7 secciones de clases, una de diagnóstico y una de evaluación y cinco de actividades. Hablaremos de la experiencia de la actividad 4 realizada en el curso 103

A continuación se presentan los recursos elaborados para esa sección, en la primera columna se ve la imagen del recurso, el nombre del recurso y su clasificación según

[1] Titulada *Representaciones 2d a 3d, y Viceversa, Nociones De Situación y Topológicas, Para la Adquisición del Espacio en el Grado Primero del Colegio Distrital Alberto Lleras Camargo* (documento sin publicar) presentado por Bohórquez, Hernández, Méndez, Mendoza, y Quintero (2011) como trabajo final del espacio de formación Práctica Intermedia II en el quinto semestre de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

Godino (1994) y en la segunda columna su función, donde se tiene en cuenta la relación entre el pensamiento y las situaciones problemas:

CLASIFICACIÓN DEL RECURSO (GODINO)	FUNCIÓN
Manipulativo tangible: sólidos (pirámide de base cuadrada y triangular, cubo y paralelepípedo). 	Los estudiantes a través de la manipulación y observación de los sólidos identificarán qué figuras geométricas se encuentran en las caras de los sólidos. Fortalecer la aprehensión del espacio proyectivo a través de la representación (dibujo) a su ubicación y a la del estudiante

Los propósitos de la actividad fueron:

- Que el estudiante identifique las caras que componen los sólidos (cubo, paralelepípedo, pirámide base triangular y pirámide base cuadrada) por medio de la manipulación.
- Que el estudiante compare las caras que componen los diferentes sólidos y encuentre diferencias y similitudes entre estos.

Para el soporte didáctico de esta actividad se toma como referente a Van Hiele citado por MEN, establece que los estudiantes situados en el primer nivel son aquellos que *perciben las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas ó entre sus partes*, aunque reconocen visualmente clases de figuras bajo la categoría “tener la misma forma que”. A partir de lo anteriormente expuesto, se plantea que para iniciar el análisis y reconocimiento de sólidos, es apropiado realizar observaciones, dibujos y construcciones identificándolas en un entorno. Además, Gutiérrez (1991) afirma que el razonamiento en el nivel 1 de Van Hiele es puramente visual y físico. Los elementos o partes de una figura que se identifican en una composición (en este caso sólidos), no tienen carácter matemático, sino de elementos físicos.

Por otra parte en el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico, se vincula la experiencia con representaciones gráficas cuando se habla de su posición (SED, p.65).En torno a esta actividad, se realizan observaciones de diferentes objetos tridimensionales que están incluidos en una composición geométrica específica, lo que le implicaría al sujeto según Bishop, citado por Gutiérrez (1991) crear imágenes pictóricas a partir de una imagen visual, proceso conocido como Vp (procesamiento visual), de éste manera y a modo de ejemplo, algunos objetos reales que hacen alusión al paralelepípedo puede ser una caja.

Momentos de la clase

- Se organizará a los estudiantes en forma individual.
- Se hará entrega de un sólido de los utilizados en la clase anterior a cada uno de los estudiantes.
- Se les pedirá que cuenten y dibujen en una hoja cada una de las caras del sólido dado, haciendo una pequeña marca en la cara del sólido que hayan dibujado.
- Cuando terminen de dibujar el sólido que tienen, deben hacer el cambio de solido con sus compañeros hasta realizar la misma actividad con los cuatro sólidos.
- El terminar esta parte se empezaran a identificar diferencias y similitudes entre las caras que componen los diferentes sólidos.

Análisis

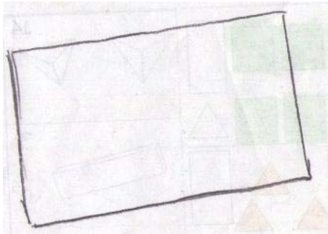
Cada estudiante realizó un dibujo de la representación del sólido que escogieron, teniendo en cuenta que él era el observador.

Ellos identificaron las formas geométricas del sólido, con las acciones anteriores nombradas por los estudiantes, se puede decir que han fortalecido la habilidad de Hoffer de modelar “Identificar formas geométricas en objetos físicos”.

En cuanto a las representaciones realizas por los estudiantes, tienen características a las dos primeras etapas de la evolución de la habilidad del dibujo en perspectiva, que nombra Gutierrez(1998):

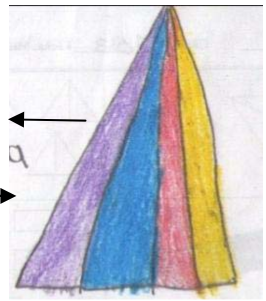
Etapa esquemática plana: donde se encuentran la mayoría de los estudiantes puesto que dibujan “caras ortogonalmente”

En lado derecho es el lado más grande del paralelepípedo y en lado izquierdo es un lado del cubo



- Etapa esquemática espacial, en las que "las figuras las representan dibujando varias caras, y a veces incluyendo caras ocultas", en esta etapa solo cinco estudiantes realizaron la anterior representación

En el lado derecho es la representación de la pirámide base cuadrada y en el lado izquierdo es la representación del paralelepípedo

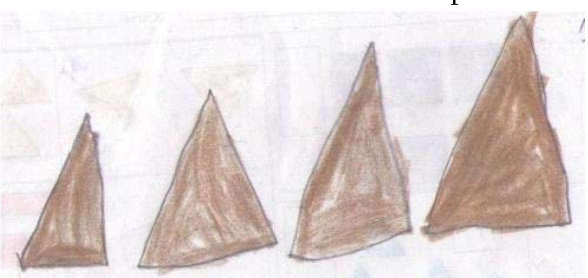


Con la manipulación de los cuatro sólidos, los estudiantes en:

- el cubo, lo representaron con un cuadrado
- la pirámide con base cuadrada, y triangular, la representaron con un triángulo
- el paralelepípedo dibujaron la parte más grande, un rectángulo

Riveros, M. y Zanocco, P., (1992, pp. 83), nombra unas etapas de la coordinación en perspectiva, donde la mayoría de los estudiantes se encuentran en la primera etapa, "no logran darse cuenta de que se presentan diferentes perspectivas para diferentes observadores, y consideran su punto de vista como el único posible"

Solo una estudiante realizó la representación de la pirámide con base triangular, con cuatro triángulos separados. Según etapa de coordinación en perspectiva nombrada

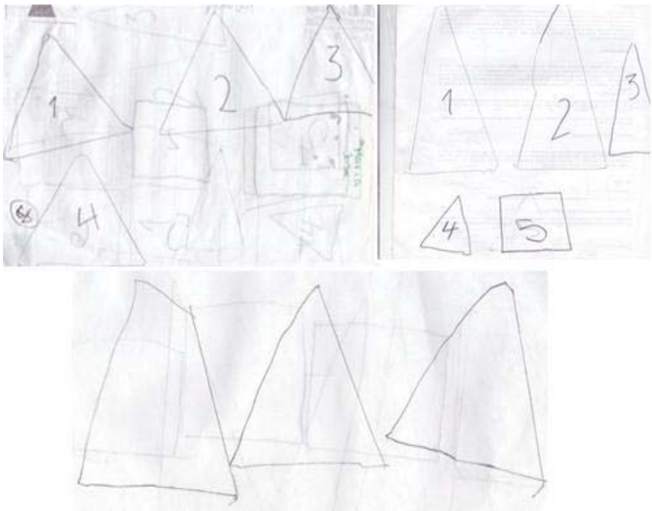


y Zanocco, P., (1992, pp. 83), donde el estudiante separa su propio punto de vista, pero no lo logra separarse completamente. Se da cuenta que su propio punto de vista es solo uno entre mucho.

A través del proceso de visualización denominado por Gutierrez como interpretación de información figurativa, los estudiantes convirtieron a información abstracta (reconocer la forma de las caras) la información de una imagen visual (lo que ven del solido).

Los estudiantes hicieron uso de habilidades de Hoffer para el nivel de Van Hiele se encuentran (reconocimiento) puesto que reconocieron información contenida en el objeto como lo fue el sólido, al identificar la cantidad de caras de éste y las formas de las mismas; al asociar que lo que plasmaban en la hoja era un triángulo, cuadrado o rectángulo hacían uso de la habilidad verbal puesto que asociaban el nombre correcto con una figura dada, se evidencio el uso de la habilidad aplicada puesto que identificaban “formas geométricas en objetos físicos ” esto a través de la manipulación de un objeto físico: los sólidos (paralelepípedo, cubo y pirámides); desde la teoría presentada por Gutiérrez (1992), los estudiante utilizaron la habilidad de identificación visual puesto que reconocieron una figura aislándola de su contexto (en este caso el sólido)

Pocos estudiantes no tenían en cuenta las caras ausentes a su vista -esto en la cara sobre la cual se apoya el sólido-, necesitan refuerzo en la habilidad de conservación de la percepción ya que ella consiste en “reconocer que un objeto mantiene su forma aunque deje de verse total o parcialmente por ejemplo cuando se ha ocultado” y esto es lo que sucede cuando se oculta una cara al estar apoyada sobre esta, se hace referencia la habilidad de Memoria visual que consiste en recordar características visuales que tenían en un momento un objeto que estaba a la vista pero ya no se ve.



Algunos estudiantes si tuvieron en cuenta todas las caras del sólido aunque una estuviera oculta, como se puede ver en la evidencia, el estudiante tuvo en cuenta las 5 caras del sólido. En contrate, en la imagen de la parte de abajo, correspondiente al trabajo de otro estudiante se puede observar que omitió una de las caras.

Reflexión

Se alcanzaron parcialmente los objetivos de la clase, el material manipulativo tangible fue pertinente, la utilización permitió al niño identificar y manipular las figuras que ya ha estado trabajando en sesiones anteriores pero presentadas en su forma tridimensional, se hizo evidente que a los estudiantes se les facilito un poco mas reconocer las características y las caras de los sólidos al tenerlos en físico.

Se evidencia que los niños están en la etapa del egocentrismo, donde solo ven un observador, y los demás no los tienen en cuentan

Al finalizar de las sesiones de clases, se reflexiona sobre la pertinencia de los recursos didácticos en la planeación, diseño y ejecución de esta secuencia, son aquellos donde se posibiliten ambientes de aprendizaje, donde se generen recursos didácticos para que como profesores en ejercicio se puedan utilizar en la solución de problemas propios, para mejorar el desempeño como profesores de matemáticas, para esto, se necesitó consolidar un marco teórico teniendo como referente la postura de un autor sobre recursos didácticos, un ideograma, que ayudara a la construcción de una planeación con sus respectivos diseños, una reflexión continua, acompañada de una acción de modificación, es decir aceptar el carácter dinámico, presente en el proceso de enseñanza aprendizaje, que estaba sujeto a las acciones de los estudiantes en el aula.

Referencias bibliográficas

GODINO, J. (2002). *Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas.* Portugal

GUTIÉRREZ, A. (1988). Las Representaciones Planas del Cuerpo 3-Dimensional en la Enseñanza de la Geometría Espacial. *Revista EMA*, 3(3), 193-220

GUTIÉRREZ, A. (1991): *Procesos y habilidades en visualización espacial*, *Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática: Geometría*, pp. 44-59.

GUTIÉRREZ, A. (1992): *La enseñanza de la geometría de sólidos en la E.G.B.* Universidad de Valencia. España

MARTÍNEZ, R. & RIVAYA F. (1998). *"La enseñanza de la geometría en el ámbito de la educación infantil y primeros años de primaria"*, en Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría. Editorial Síntesis. España. pp. 49-66.

MEN (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas.* Cooperativa Editorial Magisterio

MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias para Matemáticas. Cooperativa Editorial Magisterio*

RIVERO, M & ZANOCCO, P (1981) *Cómo aprenden matemáticas los niños.* Pontificia Universidad Católica de Chile

SED (2007). *Orientaciones Curriculares para el área de matemáticas*

A UTILIZAÇÃO DA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA ANALISAR AS DIFERENÇAS NAS CONCEPÇÕES DE GEOMETRA, DOS ALUNOS, UTILIZANDO GEOMTRIA FRACTAL

Felipe Augusto Pereira Vasconcelos Santos e Oliveira – Virgínia Cardia Cardoso
fapvso@bol.com.br – virginia.cardoso@ufabc.edu.br
Universidade Federal do ABC - Brasil

Tema: Pensamento geométrico.
Modalidade: Comunicação Breve.
Nível educativo: Médio (11 a 17 anos).
Palavras chave: Conhecimento Geométrico, Educação Geométrica, Didática Francesa, Geometria Fractal.

Resumo

Esse trabalho buscou identificar as mudanças nos conhecimentos geométricos de alunos do Ensino Médio (15-18 anos), de uma escola pública sediada no município de Santo André (SP, Brasil), após a aplicação de uma sequência didática sobre Geometria Fractal. A estratégia didático-metodológica, baseada na engenharia didática (Matemática Francesa), consistiu na aplicação de um questionário dissertativo com quatro perguntas a partir dos conhecimentos que os alunos obtiveram em suas vidas (no cotidiano ou ambiente escolar), relacionados à geometria. Foi aplicada uma sequência didática baseada no aperfeiçoamento de uma atividade que apresentamos no "3º Congreso Uruguayo de Educación Matemática", intitulada "GEOMETRIA FRACTAL: A MATEMÁTICA NA NATUREZA". Em seguida, o mesmo questionário foi reaplicado para que pudéssemos identificar as modificações nas concepções dos alunos sobre geometria. Após a sequência didática, perceberam-se mudanças positivas nos conhecimentos dos alunos sobre a aplicação da geometria no cotidiano. A sequência didática sobre a Geometria Fractal, teoria que antes era desconhecida pela maioria dos alunos, contribuiu para melhorar a percepção de aplicações da geometria na natureza.

INTRODUÇÃO

Essa pesquisa surgiu inicialmente com um *workshop* ministrado para o público em geral num evento na Universidade Federal do ABC, em Santo André – São Paulo – Brasil. Após esse evento, decidimos compartilhar essa experiência no "*3º Congreso Uruguayo de Educación Matemática*", e, após algumas reflexões e novas ideias para investigações, esse *workshop* foi aperfeiçoado e reaplicado com alunos de uma escola pública do município de Santo André, estado de São Paulo, no Brasil.

No trabalho que apresentamos aqui trouxemos a análise dessa nova experiência com a Geometria Fractal no ensino médio. Para isso recorremos à Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, aplicando uma sequência didática intitulada "GEOMETRIA FRACTAL: A MATEMÁTICA NA NATUREZA". Avaliamos a experiência por meio de um questionário que foi aplicado antes e depois da sequencia didática para que pudéssemos identificar as modificações nas concepções dos alunos sobre geometria.

As pesquisas sobre o tema de Geometria, no Brasil, para o Ensino Básico, têm demonstrado que os alunos enfrentam grandes dificuldades nesse processo de aprendizagem e, consequentemente, o desempenho em avaliações têm sido muito aquém do esperado como sugere Vieira (2011): “Os baixos resultados alcançados nas questões que envolvem conceitos geométricos em avaliações externas como as do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) e da Prova Brasil refletem o despreparo dos alunos ao lidar com problemas geométricos”.

Em alguns casos, o ensino de geometria não é efetivo aos alunos, como relatam Morelatti e Souza (2006), “O que se percebe é que o aluno, ao se formar, na maioria das vezes não aprendeu geometria e não consegue perceber a relação deste conteúdo com a realidade vivida”.

Desse modo, nossa investigação tenta responder se existem melhorias nas concepções de geometria, desses alunos, após uma sequência didática que envolve Geometria Fractal. Esse tema é interessante, pelo fato de ser raramente trabalhado com os alunos do Ensino Básico, e que tem forte apelo visual, inúmeras aplicações interdisciplinares, fácil abordagem com aspectos históricos, relaciona-se com a natureza, e é possível fazer construções fractais utilizando papéis e tesouras.

METODOLOGIA

A escolha da Engenharia Didática se dá pelo fato da possibilidade de fazer um amálgama entre a teoria e a prática. Esse nome se dá, segundo Artigue (1996, apud Pais) por analogia à Engenharia, que parte de um processo de criação e chega à aplicação. Pode-se notar, principalmente nessa pesquisa, que houve inúmeras etapas, perfazendo desde a criação (o primeiro pensar da oficina) até o aplicar (para os alunos, objetivando a identificação da existência de mudanças nos pensamentos relacionados à geometria).

Pais (2005) sugere quatro etapas na utilização da engenharia didática: i) Análise(s) preliminar(es); ii) Concepção e análise *a priori*; iii) Aplicação de uma sequência didática; iv) Análise *a posteriori* e Avaliação.

HIPÓTESES

Nossas hipóteses, em relação aos alunos, são que:

- Os conhecimentos, em definir o que é geometria, tornar-se-ão mais amplos e completos após a sequência didática;
- As aplicações de geometria no cotidiano e na natureza serão melhores reconhecidas e descritas, pois eles têm grandes dificuldades nesse aspecto;
- O conhecimento sobre Geometria Fractal é baixíssimo ou nulo;
- Interessam-se muito mais, a aprender geometria, quando existe o trabalho manual interligado com o trabalho artístico.

PROCEDIMENTOS

i) Análises preliminares

Essa fase, como relata Pais (2005), é onde ocorrem os "levantamentos de constatações empíricas, os destaques das concepções dos sujeitos envolvidos e a compreensão das condições da realidade sobre a qual a experiência será realizada".

Em nossa experiência, os alunos envolvidos na pesquisam têm idades entre 15 e 18 anos, são estudantes do período matutino que, em sua maioria, moram um pouco distantes da escola, são de classes econômicas medianas, e que a escola não é sua única atividade do dia, isto é, nos demais períodos, esses alunos, em sua maioria, ou trabalham ou fazem outros cursos etc. A escola – lócus da pesquisa – é referência no ensino de deficientes visuais, do município. Ela está localizada num bairro próximo ao centro e de fácil acesso. Alguns professores desta escola são pós-graduados com o título de mestrado e dois professores, dentre estes, cursam o doutorado. A maioria desses docentes têm experiências de vários anos no ensino público.

Alguns possíveis fatores que explicam as dificuldades em geometria desses alunos pesquisados podem estar relacionados com a formação inicial do docente e à organização curricular dos conteúdos. No caso da formação docente, esses alunos têm ou tiveram aulas com professores cujas formações iniciais foram na década de 80, sob forte influência do Movimento da Matemática Moderna, que vigorou no Brasil até meados da década de 1980. A Matemática Moderna, como ressalta Fucks (1970, apud Morelatti e Souza) "praticamente excluiu o ensino de geometria, enfatizando o simbolismo e uma terminologia excessiva". Se conteúdos de geometria não foram bem desenvolvidos, estudados e compreendidos na formação inicial dos docentes, há possibilidade de que esses docentes não deem a devida importância a este conteúdo em suas práticas de ensino e, consequentemente, seus alunos apresentem mais dificuldades no processo de aprendizagem em geometria. Outro fato é de que na proposta curricular do Ensino Médio no Estado de São Paulo, o tema de Geometria não está bem distribuído ao longo do ano letivo. Por exemplo, para o 1º ano, o tema "Geometria-Trigonométrica", que é o único viés de geometria nesse ano, está alocado apenas no 4º bimestre (que é o último período letivo), quando normalmente, por falta de tempo e planejamento, os assuntos não são estudados em sua totalidade. O mesmo ocorre no 2º ano, no tema de "Geometria métrica espacial", que é tão importante da formação dos conceitos de geometria do alunado, e que também está alocado no 4º bimestre. No 1º bimestre do 2º ano, o tema de geometria é explorado em "trigonometria". Finalizando os conceitos de geometria, no 1º bimestre do 3º ano, há o tema é "Geometria Analítica" que, embora trate de geometria, o enfoque é algébrico.

ii) Concepção e análise *a priori*;

Essa fase, como relata Pais (2005), é onde ocorrem as "definições de variáveis que interferem na construção do fenômeno". E essas variáveis serão "articuladas e devidamente analisadas no transcorrer da sequência didática".

No cenário descrito acima, foi aplicado um questionário, com quatro questões dissertativas, envolvendo Geometria e Geometria Fractal, para 69 alunos do 2º e 3º ano de ensino médio. Esse questionário serviu para compreender as concepções iniciais dos estudantes, donde também ajudaram para melhorar a sequência didática, que foi o segundo momento da investigação com os alunos. As questões desse questionário foram: 1) O que é Geometria? 2) Onde os conceitos de geometria podem ser aplicados no cotidiano? 3) Como a geometria pode se correlacionar com a natureza? Cite alguns exemplos. 4) Como você definiria geometria fractal?

A aplicação do questionário foi feita em uma aula de 50 minutos, onde foi explicado o questionário e esperado que os alunos respondessem.

Nossa análise das respostas obtidas nos permitiu inferir que:

Em relação à Geometria, os alunos,

- Associam o conceito à altura, base, comprimento, medida, distância, lado, raio, linhas, retas, tamanho, ângulos, figuras específicas (triângulo, retângulo, hexágono, cubo etc.), Figuras ou desenhos (sem especificar), Formas, Proporções, Área, Volume, Cálculos (contas, fórmulas), números, perímetro, à Matéria, Disciplina, Ciência, com a Interdisciplinaridade.
- Além do mais, houve um aluno que definiu a geometria utilizando a etimologia, três alunos associando a tudo e dois alunos não sabendo definir o conceito.

Em relação às aplicações no cotidiano, os alunos,

- Associam a cálculos gerais (medições de terrenos, quantidade de pisos necessários para pavimentação etc.); cálculos relacionados a objetos geométricos; construções (casa, prédios etc.); em áreas do conhecimento; formas e formatos; em tudo, de forma mais geral; e alguns não souberam responder.

Em relação à aplicação de Geometria na Natureza, os alunos,

- Associam às formas, tamanhos, distâncias, comprimento, medidas. Cujos exemplos foram em árvores, rios, plantas, lagos, folhas, montanhas e rochas.

Mas essas respostas foram bem genéricas, sem muitos detalhes nas explicações.

Em relação à definição de Geometria Fractal, os alunos,

- Em sua maioria ou não responderam ou responderam de forma incorreta. Entretanto, houve uma minoria que respondeu que a Geometria Fractal está associada às frações, mas não é a definição completa. Logo, os alunos não conheciam perfeitamente a definição de Geometria Fractal.

iii) Aplicação de uma sequência didática

A sequência didática, segundo Pais (2005) "é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática".

Num segundo momento, aplicamos a sequência didática com as seguintes subdivisões: i) Construção, através da utilização de papel e tesoura, de objetos fractais; ii) Situações-problema que geraram o desenvolvimento da teoria da Geometria Fractal; iii) Histórico do desenvolvedor primordial dessa teoria: Benoît Mandelbrot; iv) Os primeiros exemplos de Fractais; v) Desenvolvimento das definições e teorias de Fractais; vi) Alguns exemplos de fractais presentes no cotidiano e na natureza; vii) Revisão de dimensões (donde aqui também foram exibidos os dois primeiros vídeos da série "*Dimensions: Une promenade mathématique*", que é voltado às segunda e terceira dimensões); viii) Definição de Dimensão Fractal; ix) Exemplo de dimensão, como um novelo de lã, que pode ter de zero à três dimensões, dependendo da distância a qual se encontra de um observador e x) Aplicações Interdisciplinares.

Para a construção dos objetos fractais, com papel e tesoura, foram necessárias duas aulas: 100 minutos, pois foram construídos dois tipos. Para os demais itens, foram utilizadas três aulas: 150 minutos.

Em nenhum momento dessa segunda aplicação foi tratada especificamente a definição de Geometria. Para compreender melhor algumas partes dessa sequência didática, sugerimos que leiam Oliveira e Cardoso (2011).

iv) Análise *a posteriori* e Avaliação

Nessa última etapa da sequência da Engenharia Didática, é sugerido por Pais (2005) que seja feito o "tratamento das informações obtidas da aplicação da sequência didática", e posteriormente, seja feita "uma validação que se dá em relação às hipóteses da pesquisa".

O terceiro momento foi a reaplicação dos questionários, com as mesmas perguntas da primeira etapa, com duração também de 50 minutos.

Assim, nossa análise das respostas obtidas nos permitiu inferir que:

- Em relação à primeira pergunta, houve uma ampliação nas respostas, associando a geometria também com Demonstrações e provas, Espaço (onde a figura ocupa), limites territoriais, planos, propriedades e maneiras para descobrir medidas não triviais (fronteiras de países, por exemplo).
- Em relação à segunda pergunta, as explicações sobre as possibilidades de aplicações da geometria no cotidiano foram melhores redigidas, e menos generalistas.
- Em relação à terceira pergunta, os exemplos foram ampliados, como nuvens, sol, frutas, flores, brócolis, tronco de árvores, formato dos objetivos provenientes de recursos naturais, com a finalidade de aperfeiçoá-los.
- Em relação à quarta pergunta, os alunos responderam de acordo com os conteúdos que foram estudados nas diversas etapas que foram desenvolvidas.

Portanto, nossas hipóteses foram confirmadas, através das análises realizadas, dos questionários, respondidos pelos alunos e após a sequência didática, além das análises dos comportamentos dos alunos nas etapas desse projeto, validando, portanto, as hipóteses.

CONCLUSÕES

Percebeu-se que os alunos se interessaram bastante por essa forma de intervenção, com trabalhos manuais, utilização de vídeos didáticos e com o tema da Geometria Fractal, que não é habitual a eles.

Por mais que essa atividade tenha abrangido muitos alunos, e muitos terem gostado dela, são necessária outras aplicações de sequências didáticas semelhantes, em diferentes realidades educacionais, para que seja possível corroborar se essa é uma boa maneira de intervenção didática.

Além do mais, esse trabalho pode ser desenvolvido para a utilização em outros conteúdos geométricos, como por exemplo, cálculo de comprimento, largura, área e volume das construções com os fractais, que são paralelepípedos ou pirâmides.

O viés da interdisciplinaridade favoreceu as relações da geometria fractal com a natureza e de exemplificações de aplicações desta teoria.

Portanto, consideremos essa atividade positiva em relação ao ensino-aprendizagem e aconselhamos que seja ampliada e aplicada em diferentes níveis escolares.

Referências bibliográficas

Barbosa, R. M. (2005). *Descobrindo a geometria fractal: para a sala de aula.* 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Falconer, K. J. (1985). *The geometry of fractal sets.* Cambridge. Cambridge University Press.

Leys, J; Ghys, E; Alvarez, A. (2010). *Dimensions: Une promenade mathématique.* http://www.dimensions-math.org/Dim_reg_ES.htm. http://www.dimensions-math.org/ Consultado em 15/05/2011.

Mandelbrot, B. B. (1977). *The fractal geometry of nature.* New York: W H Freeman.

Morelatti, M. R. M. e Souza, L. H. G. (2006). Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as Novas Tecnologias. *Educar*, 28, 263-275.

Oliveira, F.A.P.V.S. & Cardoso, V.C. (2011). Geometria Fractal: A Matemática da Natureza. Actas del 3er Congreso Uruguayo de Educación Matemática, p.564-570, ISBN 978-9974-98-432-5.

Pais, Luiz Carlos (2005). *Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa.* 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Secretaria de Educação do estado de São Paulo (2008). *Proposta curricular do estado de São Paulo, Matemática, Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio.* http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/18/arquivos/Prop_MAT_COMP_red_md_20_03.pdf. http://www.rededosaber.sp.gov.br/ Consultado em 08/02/2012.

Vieira, G. (2011). *O ensino de simetria no sétimo ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas: uma análise fenomenológica.* (Dissertação de Mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, Brasil.

CONCEPCIONES DOCENTES Y SU IMPLICANCIA EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN EL NIVEL MEDIO

Arceo Cristina, Chan Debora, Rossetti Alejandro
cristinaarceo@yahoo.com; debiecha@gmail.com; rossetti_alejandro@yahoo.com.ar
Instituto Nacional Superior del Profesorado Técnico (U.T.N.). República Argentina.

Tema: Pensamiento Geométrico
Modalidad: Comunicación Breve
Nivel: Medio
Palabras clave: Concepciones, docentes, enseñanza – aprendizaje, geometría

Resumen

Diversos trabajos de investigación han puesto de manifiesto la importancia de analizar las concepciones de los docentes. Éstas se forman y desarrollan en su etapa escolar y son muy resistentes a los cambios. Un análisis de las estructuras de las concepciones y creencias de los docentes puede proporcionar información que permita mejorar los programas de educación de profesores. El objetivo de nuestra investigación fue describir y analizar concepciones, recuerdos y expectativas de los docentes de matemática sobre la enseñanza de la geometría en la escuela media y cómo influyen éstas en sus prácticas docentes. La información obtenida con diferentes instrumentos de recolección fue analizada en primera instancia por separado y luego en forma conjunta buscando resultados coincidentes y disidencias. Inspeccionamos además dependencia e independencia entre las diferentes variables analizadas.

Antecedentes y Marco Teórico

Desde el paradigma del conocimiento del profesor se centra la atención en el estudio del pensamiento del docente sobre la enseñanza del contenido de una disciplina. Se tiene en cuenta que todo proceso de enseñanza y aprendizaje tiene una componente teórica que son las creencias y teorías implícitas que orientan sus ideas sobre el conocimiento, y una componente práctica basada en la repercusión de la actuación del alumno existiendo una relación de interdependencia entre ambas.

(Bromme, 1988, Ernest, 1989, Fennema y Loef, 1992 & Marks, 1990) caracterizan las concepciones que los individuos tienen sobre la Matemática y su enseñanza y aprendizaje como referencia del conocimiento de los profesores. En el conocimiento didáctico del contenido se parte de las concepciones de los profesores sobre para qué enseñar un contenido.

En el presente trabajo se han considerado las concepciones como el conjunto de posicionamientos que un profesor tiene sobre su propia práctica en relación con los temas relacionados con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Contreras, 1998).

Blanco y Borralho (1993; 143), coinciden en que los años transcurridos como alumnos les proporcionan a los docentes imágenes y modelos, en forma consciente o inconsciente de lo que significa aprender y enseñar Matemática.

Fernández y Vale (1994), consideran que las concepciones de los docentes sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas son una de las causas para que persistan propuestas tradicionales más coherentes con la experiencia educativa vivida por ellos en su proceso de formación que a nuevas propuestas.

Barrantes y Blanco (2005), al analizar las concepciones de los profesores en formación, descubren una disociación entre la cultura, de tendencia clásica, de la que proceden los estudiantes y la cultura constructivista. Sostienen que debe revalorizarse el proceso de formación inicial como paso necesario para iniciar procesos de cambio.

Distintas orientaciones teóricas tienen como base de sus estudios que la actuación de los profesores "depende notablemente de cómo interpretan su entorno escolar, qué metas persiguen y cómo aprovechan y califican las informaciones que se ponen a su disposición". (Bromme, 1988, 32).

Ernest (1989) señala que los conocimientos, las actitudes y las creencias de los profesores sobre las matemáticas condicionan toda su actividad profesional.

Según expresa Itzcovich (2005, p13) un problema habilita un quehacer geométrico genuino cuando:

- Para resolver el problema se pone en juego las propiedades de los objetos geométricos.
- El problema pone en interacción al alumno con objetos que ya no pertenecen al espacio físico sino a un espacio conceptualizado; las figuras – dibujos trazadas por este sujeto no hace más que representarlo.

- Las funciones que cumplen los dibujos en la resolución del problema no es la de permitir arribar a las respuestas por simple constatación espacial.
- La validación de la respuesta dada al problema – es decir, la decisión autónoma del alumno acerca de la verdad o falsedad de su respuesta – no se establece empíricamente, sino que se apoya en las propiedades de los objetos geométricos. Las argumentaciones a partir de las propiedades conocidas de los cuerpos y figuras producen nuevo conocimiento sobre los mismos.

El trabajo escolar debe exceder lo meramente perceptual para constituirse en invitación a la reflexión. El trabajo geométrico debe ir más allá del tratamiento empírico para invitar al despliegue de razonamientos deductivos.

“No se trata de hacer que los alumnos reinventen las matemáticas que ya existen sino de comprometerlos en un proceso de producción matemática donde la actividad que ellos desarrollen tenga el mismo sentido que el de los matemáticos que forjaron los conceptos matemáticos nuevos.” (Charlot, 1986).

Metodología

Nuestro estudio estuvo centrado en los siguientes ejes:

- Indagar acerca de los contenidos geométricos que los profesores dicen impartir y/o imparten en los cursos de las escuelas medias de la C.A.B.A. Qué contenidos geométricos se priorizan y cuál es su ubicación en la planificación anual.

- Analizar las actividades que el docente propone en sus clases con el objetivo de que sus alumnos construyan los conceptos geométricos.
- Describir las concepciones docentes acerca de lo que deben saber sus alumnos en el área de geometría
- Importancia otorgada por el docente a las demostraciones en geometría.
- Importancia otorgada por el docente a las construcciones geométricas
- Recuerdos de los docentes sobre su propio aprendizaje de la geometría en la escuela media.
- Recuerdos de los docentes sobre su propio aprendizaje de la geometría en el nivel superior.

- Uso de nuevas tecnologías por parte de los docentes ya sea para la preparación de sus prácticas como para el desarrollo de las mismas.
- Influencia de las concepciones y creencias en las prácticas áulicas.

La población de estudio estuvo compuesta por docentes de matemática de escuelas públicas o privadas de Capital Federal a cargo de primer o segundo año de enseñanza media en las modalidades bachillerato o técnica. Se seleccionó una muestra intencional de 50 docentes.

Las estrategias e instrumentos de recolección de información fueron: Entrevistas semiestructuradas, aplicación de un cuestionario y tratamiento de documentación provista por los docentes (planificaciones y guías de trabajos prácticos).

Se diseñó un sistema de categorías como punto de partida para la elaboración de un cuestionario. Luego de la implementación en una prueba piloto se establecieron finalmente las siguientes categorías con las que se elaboró el cuestionario suministrado a los docentes:

- Enseñanza y aprendizaje de la geometría en la escuela media.
- Actividades propuestas por el docente.
- Recursos utilizados en la gestión de la clase.
- Recuerdos del docente en su rol de alumno

Se relevaron además datos personales y de formación académica.

El análisis de las planificaciones permitió obtener información sobre:

- Cantidad de contenidos geométricos en relación a la totalidad y ubicación de los mismos en las planificaciones.
- Explicitación de los objetivos, formas de evaluación y criterios mínimos para la aprobación.
- Sugerencia de bibliografía de consulta para el alumno.

El análisis de las guías de trabajos que los docentes proponen para el trabajo de los contenidos geométricos se centró en los siguientes aspectos:

- Analizar si las actividades propuestas por el docente habilitan la construcción de cuerpos teóricos por parte del alumno o se basan en la aplicación de cuerpos teóricos ya disponibles.
- Determinar la existencia o no de secuencias de actividades cuyo recorrido otorguen condición necesaria a las propiedades gestionadas.
- Observar si la adquisición del conocimiento de las propiedades de las figuras es producto de las reflexiones sobre las entidades geométricas involucradas o son el resultado de instancias empíricas sobre las representaciones de las mismas.
- Distinguir si las actividades propuestas involucran quehaceres geométricos genuinos o responden a otras ramas de la matemática en meros contextos geométricos.

Para estudiar la asociación entre variables cualitativas y ordinales se aplicaron los test exacto de Fischer , de homogeneidad e independencia de Chi cuadrado y de Friedman de análisis de la varianza no paramétrico en bloques.

Se realizaron entrevistas semiestructuradas a tres de los docentes participantes del estudio.

Finalmente se realizó un análisis cruzado comparando la información obtenida en los diferentes instrumentos de recolección.

Resultados

La enseñanza de la geometría es considerada muy importante o imprescindible por el 82% de los docentes.

Sin embargo, los contenidos geométricos están ubicados en el 68% de los casos en las últimas unidades de las planificaciones.

Son los primeros temas a resignar en caso de no poder completar el programa.

La falta de tiempo para impartir los contenidos ha sido señalada como la principal dificultad para su enseñanza.

En las guías de trabajos prácticos se observan:

- Pocas actividades que involucren construcciones. La evaluación de las mismas está más centrada en la precisión, prolijidad, procedimiento y adecuado uso de los elementos que en la validación mediante la aplicación de las propiedades de las figuras.

- Muchas actividades en las que se llega a las propiedades de las figuras por relevamiento empírico y no por deducción.
- Un alto porcentaje de ejercicios involucra quehaceres que responden a otras ramas de la matemática en meros contextos geométricos.
- Pocas actividades habilitan la construcción de cuerpos teóricos y en la mayoría son la aplicación de cuerpos teóricos ya disponibles.

En general, los docentes tienen recuerdos de haber aprendido geometría de una manera mecánica y conductista en su etapa escolar. Consideran haber aprendido poca geometría en la escuela media pero todos coinciden en que en la actualidad imparten menos contenidos que los vistos en su etapa escolar o que los que dictaban cuando recién egresaron del profesorado.

El 52% de los profesores considera que los conocimientos didácticos para la enseñanza de la geometría con que egresó del profesorado son escasos o nulos.
Además, los docentes entrevistados hacen referencia a una enseñanza tradicional de la geometría en toda su historia escolar.

La casi inexistente presencia de geometría espacial en la escuela secundaria y los recuerdos de estos docentes sobre su escaso aprendizaje en su etapa escolar coinciden con lo observado por Blanco y Borrahlo (1993) sobre la incidencia de las imágenes y modelos formados en los años transcurridos como alumnos en forma consciente o inconsciente de lo que significa aprender y enseñar Matemática.

A pesar de las debilidades reconocidas en su formación, un alto porcentaje de los docentes reconoce haber realizado pocos o ningún curso de perfeccionamiento, lo que lleva a pensar en un escaso nivel de reflexión respecto de la enseñanza de la geometría.

Tanto en las respuestas al cuestionario como en las entrevistas se revelan concepciones elitistas del aprendizaje geométrico. Los docentes se autocensuran no enseñando demostraciones por creer que sus alumnos no son capaces de realizarlas o aprenderlas.

El análisis de las guías de trabajos prácticos y las entrevistas a los docentes revelan que éstos priorizan contenidos curriculares como álgebra y análisis funcional considerándolos más importantes que la geometría.
El álgebra y el análisis también prevalecen en sus preferencias tanto en su etapa de alumnos como en la de docentes.

Todos los entrevistados reconocen enmascarar en sus propuestas un quehacer algebraico en un contexto geométrico.

Menos del 10% de los docentes incorporó TICS en sus prácticas.
Se halló asociación estadística entre la aplicación de tics en el aula y el uso de tics en los cursos de perfeccionamiento realizados por el docente, no registrándose asociación con aquellos que realizaron cursos de perfeccionamiento en los que no se aplicaron.

Conclusiones

Si bien los docentes reconocen la posibilidad de otra forma de enseñanza y aprendizaje, en general no la suponen posible para el común de los alumnos y la consideran compleja para su aplicación en el aula. Su experiencia como alumnos es un referente fuerte al momento de pensar sus prácticas.
Los resultados indican la existencia de relación entre las concepciones de los docentes, su formación en la selección de las actividades propuestas y la importancia que le asignan al quehacer geométrico en la escuela media.

Referencias Bibliográficas

Barrantes, M. y Blanco, L. J. (2005). Análisis de las concepciones de los profesores en formación sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría. *Números, 62*, 33 - 44.

Blanco, L.J. & Borrahlo, A. (1999): Aportaciones a la formación del profesorado desde la investigación en Educación Matemática. En Contreras,L.C. & Climent, N. (Eds.), *La formación de profesores de Matemáticas. Estado de la cuestión y líneas de actuación*. Huelva: Publicaciones de la Universidad de Huelva.

Bromme, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, *6* ,19-29.

Charlot, B. (1986, marzo). Conferencia dictada en Cannes.

Ernest, P. (1989): The knowledge, belief and attitudes of the mathematic teacher. A model. *Journal of Educational for Teaching*, *15*,13-33.

Fennema, E. & Loef, M. (1992): Teachers' Knowledge and its impact. En Grouws, D.A. (ed.): *Handbook of Research on Mathematicis Teaching and Learning* (pp. 147- 163). New York: MacMillan.

Fernandes, D. & Vale, I. (1994): Two young teachers' conceptions and practices about problem solving. En *Proceedings of Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. II, (pp 328-335).Lisboa: Program Committee of 18th PME Conference.

Itzcovich, H. (2005,). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a la demostración* (p. 13). Buenos Aires: El Zorzal.

Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a matematical case to modified conception. *Journal of Teacher Education*, *41*, 3-11.

A CONTEXTUALIZAÇÃO DA ESTATÍSTICA BÁSICA COM OS PROBLEMAS SOCIAIS: UMA ABORDAGEM REALIZADA ATRAVÉS DA REFLEXÃO DO ALUNO

Dilson Ferreira Ribeiro - Jarbas Santos Vieira
dilsondfr@gmail.com - jarbas.vieira@gmail.com
Universidade Federal de Pelotas - Brasil

Tema: Pensamiento probabilístico-estatístico
Modalidad: Comunicación Breve
Nivel educativo: Médio (11 a 17 anos)
Palavras chave: estatística, problemas sociais, reflexão do aluno.

Resumen

Este trabalho, desenvolvido com turmas de ensino médio, tem por objetivo principal aliar o ensino de estatística básica com a realidade de uma comunidade de periferia, despertando nos alunos uma reflexão sobre os problemas sociais vivenciados em seu dia a dia. Inicialmente, fez-se uma busca para descobrir quais temas eram considerados "problemas sociais". Metodologicamente, o destaque maior foi dado aos momentos de debates, ocasionando assim a oportunidade de troca de saberes entre aluno e professor, dando sentido aos conteúdos. Proporcionaram-se rodas de discussões que ocasionou a formação dos grupos por afinidades em relação aos temas escolhidos. Posteriormente, os alunos realizaram uma investigação teórica, construíram um questionário e foram coletar a opinião da sociedade em relação aos temas debatidos, divulgando,em seguida, seus resultados. Realizada ao longo do processo, a avaliação preocupou-se com o crescimento, criatividade, habilidade de explanação, desenvolvimento da escrita e relação entre os fatos discutidos e o conteúdo matemático.

Introdução

A abordagem da estatística com temas do cotidiano do aluno foi desenvolvida na Escola Estadual Dr. Joaquim Duval, na cidade de Pelotas/RS, Brasil, com duas turmas de primeiro ano do ensino médio, em que cada uma dessas turmas era composta por, aproximadamente, 30 alunos com idades entre 14 e 17 anos.

Como objetivo principal deste trabalho, destaca-se a intenção de mostrar uma aplicação real da matemática, no momento de transmitir aos alunos conhecimentos estatísticos, abordando conhecimentos matemáticos aliados a realidade de uma comunidade de periferia. Ainda mostrando os objetivos, mas de uma maneira mais específica, este trabalho tem o propósito de despertar, naquele grupo de alunos, uma reflexão sobre os problemas sociais vivenciados em seu dia a dia, proporcionando um melhor aproveitamento de sua aprendizagem.

O fato deste trabalho tomar como ponto de partida os fatos presentes no cotidiano do aluno, faz com que sejam consideradas como referências, situações já presenciadas pelos alunos, ou melhor dizendo, a fatores cujas concepções estão internalizadas, podendo, segundo Cavalcanti (2005), referir-se a um processo de reconstrução interna, intrasubjetiva, de uma operação externa com objetos que o homem entra em interação, o que confirma a teoria de Vygotsky que diz: "[...] *o aspecto da criação da consciência pela internalização não é uma cópia dos conteúdos da realidade objetiva para o interior da consciência, pois esse processo é ele próprio, criador da consciência* [...]" (CAVALCANTI, 2005, p.188).

Isso torna o aluno um crítico de seu próprio meio e busca, através da pesquisa, uma maneira de expor suas angústias ou uma forma de evidenciar possíveis soluções para problemas ocorridos em sua comunidade, caracterizando assim o educando como agente crítico e reflexivo dos problemas comuns enfrentados em uma comunidade. .

Pode-se afirmar que a estatística é considerada um dos campos matemáticos que mais interage com a realidade do aluno, visto que este campo da matemática retrata a ocorrência de eventos observáveis e transforma-os em dados probabilísticos, no qual sua interpretação faz com que o sujeito envolvido na organização ou leitura desses dados desenvolva sua criticidade através de uma linguagem matemática universal.

Para o estudo ou análise de um determinado fato, busca-se expressar os resultados ou os pontos de partida que são percebidos no início de um trabalho investigativo. Através dos números a linguagem se torna universal com a utilização da estatística como ferramenta de pesquisa. Ao propor uma abordagem estatística, logo tem início uma reflexão sobre a forma pelo qual o meio pode se expressar através dos números. O entendimento do assunto por partes de pessoas que desconhecem o tema trabalhado, é melhor compreendido através de uma linguagem matemática encontrada na leitura de tabelas e gráficos. Por isso, logo após o trabalho de coleta dos dados, ocorre uma transformação para essa forma matemática, com a finalidade de facilitar a interpretação.

A ideia formada com relação à interação entre realidade e conceitos matemáticos, permite analisar a influência causada na aprendizagem do aluno com situações marcantes que ele encontra no seu dia a dia. Assim, a via que permite o acesso do aluno ao entendimento do conceito matemático em questão faz com que ele reflita sobre determinadas situações vivenciadas em sua família, em sua comunidade e até mesmo em seu país.

A análise do educando frente a sua realidade e a relação que este pode estabelecer entre conceitos matemáticos e a análise crítica de seu entorno faz com que ocorra uma reflexão, tornando o aluno um agente capaz de estabelecer relação entre situações de extrema importância com o aprendizado de conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula. Aqui, especificamente, conceitos estatísticos que estruturam o desenvolvimento deste trabalho, que será detalhado a seguir.

O desenvolvimento do trabalho

Esta forma de trabalho tem a principal intenção de despertar no aluno sua criticidade e percepção de análise, ligadas a uma matemática que anteriormente poderia ser classificada como simplesmente um conjunto abstrato de algoritmos e que não teria maior aplicabilidade.

Se for estabelecida uma relação entre o ato de aprender um determinado conceito matemático com um conhecimento trazido da vivência do aluno, enfatiza-se então, a importância com que as pessoas adquiram seu conhecimento de mundo, fazendo com que o meio em que elas vivem possua um destaque essencial, o que faz considerar os instrumentos que surgem da vida social da pessoa, uma relação importante na aprendizagem a partir de um dado conhecimento trazido pelo aluno (cf. CAVALCANTI, 2005, p.187).

Enaltecendo a ideia de que a aprendizagem em si não é baseada apenas numa sucessão de etapas, mas sim na interação entre o aprendiz e o seu mundo, o conhecimento que inicialmente é social torna-se um conhecimento individual, próprio de um sujeito histórico, que é formado pela escola com a função de integrar e desafiar o mundo a qual ele faz parte.

Através dessa análise, é possível compreender a metodologia que estruturou este trabalho. De início, o trabalho teve um formato de debate, fazendo com que os alunos fizessem uma roda de conversa em sala de aula, contando com a intervenção do professor. Essa intervenção ou interlocução pode ser atrelada à concepção de mediação na qual o educador utiliza da linguagem oral e escrita, proporcionando uma mediação que aqui é destacada pelo fato dos seres humanos se relacionarem em seu mundo através de uma inclusão mediada, o qual Larrosa (2007, p.132), define como um processo de intervenção de um elemento intermediário em uma relação.

Nesse procedimento, o professor proporcionou uma conversa, fazendo com que os alunos refletissem sobre o que eles consideravam “problema social”. No decorrer do debate, a orientação dada aos alunos era que ao final de cada discussão algumas questões deveriam ser anotadas e, consequentemente, estas comporiam a estrutura de seus trabalhos em que cada grupo escolheria o tema o qual mais se familiarizasse. Este processo de roda de discussões e anotações duraram o equivalente a dois encontros ou, mais especificamente, três períodos de aproximadamente cinquenta minutos, nos quais temas diversificados foram ganhando espaço em sala de aula, fazendo com que o destaque dado à linguagem fosse fundamental para o desenvolvimento do conhecimento, fazendo com que a escola contribuísse com desenvolvimento crítico do aluno.

Aos poucos foram aparecendo as angústias, os pontos positivos e negativos da comunidade em que eles vivem bem como estratégias que possibilitariam a solução para determinados acontecimentos. Inicialmente os alunos eram orientados para ficar bem à vontade e anotar tudo aquilo que achavam importante no decorrer da conversa, promovendo assim um exercício de troca no momento em que um falava e o outro escutava, cabendo ao professor provocar nos alunos avanços que não aconteceriam de forma espontânea

Com isso, percebeu-se que, ao propor aos alunos a reflexão sobre assuntos que eram considerados problemas em sua comunidade, uma diversidade de temas começaram a aparecer e ganhar espaço na discussão, mostrando o quanto o conhecimento desses temas estavam, de uma forma ou de outra, constituídos pelo aluno, propiciando, nesse instante, no decorrer das argumentações, a criação dos grupos por afinidade, de acordo com o assunto em questão.

Dentre os temas que surgiram durante as conversas, a sexualidade, que abrangiam principalmente a gravidez na adolescência e o fato dos jovens se considerarem desinformados, mesmo havendo um apelo informativo por diversas mídias ou pela escola, era debatida com muita ênfase.

Outros assuntos também ganharam espaço como a precariedade da saúde pública, que eles argumentavam ser problema de má administração dos governos e que era uma dificuldade muito acentuada naquele local onde eles viviam; também houve um destaque aos maus tratos contra os animais, argumentado por alguns alunos, devido à frequência de casos de envenenamento de cães ocorridos na volta da escola por pessoas que eles suspeitavam ser do próprio bairro e que a partir do trabalho proposto, tiveram a ideia de começar uma campanha de conscientização.

Além disso, temas mais corriqueiros como o aquecimento global, a preocupação com o meio ambiente trabalhado no destino que os moradores davam ao lixo doméstico, serviram de ponto de partida para a estruturação da pesquisa e dos grupos que, a medida que iam debatendo os assuntos, se identificavam com o contexto em questão oportunizando ai o trabalho com um tema que os motivasse, ou seja, que fosse de seu interesse como o ocorrido com um grupo de alunos que decidiu fazer um apanhado geral pesquisando sobre quais temas sua comunidade considerava mais preocupante em se tratando de problemas sociais

Uma vez feita a abordagem e a discussão de diversos assuntos por parte de um grande grupo, os alunos se dividiram em pequenos grupos de no máximo sete alunos onde nos próximos dois períodos iriam debater entre si o tema escolhido, pesquisariam em livros, revistas, jornais ou internet o tema proposto fazendo com que pudessem estar interados com o assunto e fossem capaz de expressar características de seu objeto de estudo.

Durante esse processo, eram propostas algumas atividades de pesquisa com o auxilio do livro didático ou da internet, assim, os alunos resgatavam conceitos de porcentagem, conheciam os diferentes tipos de gráficos que podiam servir de texto para expressar os resultados de suas pesquisas e, simultaneamente, começavam e entender a proposta inicial, fazendo uma conexão com o objetivo principal da atividade, o de aliar assuntos que eles discutiam até mesmo nos intervalos, com conceitos matemáticos que fazem parte da matriz curricular do primeiro ano do ensino médio.

Nesse processo de ensino, o professor assume um papel de destaque, possui uma característica que vai além da aquisição de um produto final. O professor contribui na atividade desenvolvida dia após dia, a construção de uma perspectiva crítica dos alunos frente aos problemas sociais que eles destacavam ser importantes, assumindo mais valor e sentido abordagem de conceitos matemáticos de uma forma diferenciada.

Uma vez feito o diálogo, afinadas as discussões, os questionamentos e um estudo por parte de cada grupo, do assunto com que estes mais se identificavam, a matemática entra em cena para organizar e acomodar as conclusões que seriam obtidas numa linguagem universal posteriormente escolhida pelos alunos e que seria divulgada na comunidade.

Com a abordagem feita anteriormente em relação aos conceitos matemáticos como porcentagens e gráficos, simultaneamente às discussões, os alunos tiveram uma atividade extraclasse que consistia em formular questões que serviriam de base para a realização de enquetes as quais eram consideradas ferramentas fundamentais para a obtenção da opinião da comunidade em relação aos assuntos debatidos anteriormente no grande grupo.

Novamente após um encontro em que os grupos socializaram as questões feitas e todos participaram na discussão para aprovar ou não a estrutura da enquete de cada grupo, as perguntas foram realizadas com aproximadamente cinqüenta pessoas, o que permitiu, uma vez em poder dos dados, a organização daquilo que a comunidade estava dizendo.

Com a obtenção dos dados sobre os assuntos pesquisados por cada grupo, a estatística entra em funcionamento, trabalhando conceitos de tabelas e gráficos, dados percentuais, média de idade dos entrevistados, os quais permitiram o trabalho de média aritmética e ponderada, bem como o desvio padrão ocasionado pela dispersão dos dados obtidos. Essa organização levou aproximadamente mais dois encontros totalizando três períodos e que gerariam a partir daí a discussão final de apresentação dos dados obtidos.

Os grupos expressaram seus resultados através de relatórios, gráficos e tabelas que foram colocados em um mural no refeitório da escola, local escolhido pelos alunos já que é considerado o local em que toda a escola freqüenta diariamente e poderia assim, no momento de socialização ocasionada pela refeição oferecida diariamente, proporcionar uma reflexão por parte não só deles que debateram os assuntos por mais de um mês, mas também, por toda a escola, que a partir de então, obteria dados concretos sobre sua realidade.

Na semana de conclusão do projeto, a criatividade foi posta em “xeque” na organização dos cartazes que comporiam o mural de divulgação dos seus trabalhos. Organização de espaço e frases esclarecedoras sobre os temas em questão foram confeccionadas pelos integrantes de cada grupo que tiveram como tarefa da semana, a construção de um modelo em folha de ofício sobre a melhor forma de expressar sua pesquisa para a comunidade. Muito além de perceber o progresso na aprendizagem dos alunos aliado ao desenvolvimento potencial de cada um, a interação da turma na resolução das atividades propostas era cada vez mais admirável, relacionando a internalização de instrumentos e signos permitindo o entendimento de que a “*aprendizagem pressupõe uma natureza social específica e um processo pelo qual as crianças acessam a vida intelectual daqueles que os rodeiam [...]*” (LARROSA, 2007, p.138).

Realizado o processo de estruturação e montagem do trabalho, os alunos mostraram mais entusiasmo e interesse nos encontros finais, fazendo com que seus dotes artísticos e sua autoestima fossem destacados a cada momento na confecção do mural. Confecção de cartazes, gráficos ou relatórios formam um conjunto que ao ser divulgado, ganha uma conotação de linguagem servindo como meio para representar o objeto estudado.

> “[...] Sendo assim, a representação é tanto uma função (tornar presente algo que não está presente) quanto o objeto representado (o significante). Para Vygotsky, a palavra é o signo que serve tanto para indicar o objeto como para representá-lo como conceito, sendo nesse último caso, um instrumento do pensamento.” (CAVALCANTI, 2005, p.190)

Na confecção desses cartazes, apareceram talentos de desenhistas, frases marcantes e o principal de tudo, a motivação e a alegria por parte de alunos adolescentes com relação a uma matemática classificada como complicada e abstrata e que agora era mostrada de uma forma esclarecedora, servindo como interlocutora de seus diálogos.

Avaliação

O processo de avaliação foi gradual, realizada a cada instante e a cada momento, em que busca-se mostrar o conjunto da obra desde o momento das discussões, do trabalho em grupo, da colaboração e das sugestões oferecidas entre os grupos e até mesmo no desenvolvimento de atividades que exigiram respeito ao espaço do colega de sala de aula. A avaliação foi feita baseada em pontos importantes como o respeito ao próximo, o convívio em sociedade, a conscientização dos problemas sociais caracterizados em suas vivências, a criatividade em organização e explanação de assuntos cotidianos e é claro, o progresso com relação ao avanço de conceitos matemáticos que tiveram, como ponto de partida, assuntos abordados no ensino fundamental e que ganharam forma e identificação no momento de assimilação entre a estatística abordada no primeiro ano do ensino médio e os assuntos que incomodavam sua comunidade.

Em relação a forma de fechamento da avaliação, leva-se em consideração o fato deste trabalho estar inserido num sistema que exige a transformação de tudo aquilo que se avalia em uma nota final expresso por números. Como este trabalho foi desenvolvido em parte do primeiro trimestre letivo de 2010, equivaleu a 60% do valor total do trimestre que é igual a 20 (vinte pontos), destinando os outros 40% para assuntos trabalhados anteriormente e que faziam parte da proposta de ensino daquele período.

Dentro dessa avaliação, foram destacadas atribuições significativas à formulação de questionamentos, coleta e organização de dados estatísticos, relação de dados reais com conceitos matemáticos já anteriormente mencionados, expressão dos resultados da pesquisa em forma gráfica, visual ou escrita bem como a responsabilidade e o empenho do aluno que foi exigida a cada encontro, mostrando seu interesse e sua motivação aliada ao aprendizado em sala de aula, podendo haver uma depreciação em sua nota final caso uma das tarefas não fossem cumpridas no prazo estabelecido.

Considerações finais

Tomando como exemplo a afirmação de Paraíso (2010), que diz o quanto o currículo é flexível, as mudanças nas estruturas metodológicas devem estar cada vez mais presentes no ensino de qualquer área do conhecimento, já que o público que está na sala de aula é formado por uma geração que possui a informação em velocidade instantânea, e uma realidade que mostra atrativos bem mais fascinantes do que aqueles propostos pelo professor tradicional em sala de aula.

O trabalho aqui indicado mostra a necessidade de modificação para que um currículo possa se enquadrar a seu público, fazendo com que o educador perceba que no ano seguinte ou até mesmo na turma ao lado, as dinâmicas serão diferentes, os debates mais diversificados e que toda essa diversidade cultural possa convergir para o mesmo propósito, um ensino mais dinâmico que envolva mais o educando e que cause situações significativas, marcando sua fase de aprendizado e permitindo-nos concluir que um currículo sempre está em fase de modificação e nunca definitivamente formado, o que também nos leva ao encontro das palavras de Barbero, (2002), que enfatiza o quanto a educação tem que ensinar a ler cuidadosamente o mundo envolvendo criticidade e questionamento.

Referências

Martin Barbero, J. (2002). Jóvenes**:** comunicación e identidad. Recuperado de http://www.oei.es/pensariberoamerica/ric00a03.htm

Souza Cavalcanti, L. (2005). Formação de Conceitos: Uma contribuição de Vygotsky ao ensino de Geografia. Recuperado de http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v25n66/a04v2566.pdf

Larrosa, J. (Org.), (Ed.9) (2007). Psicologia e educação: o significado de aprender. Porto Alegre: EDIPUCRS.

Paraiso, M. A. (2010). Diferença no Currículo. Recuperado de www.scielo.br/pdf/cp/v40n140/a1440140.pdf

MODELIZACIÓN DE PROBLEMAS ESTADÍSTICOS MEDIANTE GRAFOS

Patricia Caro - Teresa Braicovich - Raquel Cognigni
caropatriciaj@yahoo.com.ar, teresabraicovich@gmail.com, rcognigni@gmail.com
Universidad Nacional del Comahue. Argentina

Tema: Pensamiento probabilístico-estadístico
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Probabilidad de estados – Grafos balanceados- Procesos estocásticos.

Resumen

El concepto de probabilidad puede ser abordado de distintas maneras de acuerdo a las edades evolutivas de los estudiantes. En nuestro caso, trabajaremos con el concepto de probabilidad "a priori" ya que está pensado para estudiantes universitarios. Es interesante descubrir las numerosas aplicaciones de los grafos y cuánto aportan a la comprensión y simplicidad en distintos temas matemáticos. Determinados problemas aleatorios encuentran en los grafos una herramienta sencilla y práctica para llegar a la solución. Los grafos pueden modelizar problemas estocásticos en los que se quiere calcular la probabilidad de que el sistema se encuentre en un determinado estado transcurrido cierto tiempo, ya que el árbol estadístico no permitiría una representación adecuada, pues tendría una cantidad infinita de ramas. Estudiando las propiedades que relacionan las Teorías de Grafos y de Probabilidades, se encontró que en problemas que puedan ser representados por un grafo balanceado y las probabilidades de transición que parten de un mismo estado son iguales, se pueden obtener las probabilidades de cada estado haciendo los cocientes entre el número de arcos que llegan a un determinado vértice y el número total de arcos. Así, el modelar procesos estocásticos infinitos con grafos simplifica enormemente el trabajo algebraico.

INTRODUCCIÓN

El concepto de probabilidad puede ser abordado en los distintos niveles educativos de acuerdo a las edades evolutivas de los estudiantes. En algunas situaciones se plantea desde lo netamente experimental, relacionándose así con el concepto de probabilidad "a posteriori" y en otras se trabaja el concepto de probabilidad "a priori", llegando así a istintos grados de formalización. Las nociones de grafo y de digrafo pueden ser trabajadas como un ente matemático, tienen numerosas aplicaciones y aportan a la comprensión y simplicidad en distintos temas matemáticos. En este trabajo, se muestra que, determinados problemas aleatorios, que pueden ser resueltos por diversos caminos, encuentran en los grafos una herramienta sencilla y práctica para llegar a la solución. La simulación de procesos aleatorios a través de grafos hace accesible a los alumnos problemas cuyo tratamiento formal o teórico es difícil o inadecuado, esto ocurre en procesos que dependen del tiempo y que a veces requieren de un intervalo temporal infinito.

Nuestra propuesta es la modelización mediante grafos de situaciones en las que cada estado o suceso se caracteriza por su distancia al origen. Cada uno de estos estados serán identificados con un vértice del grafo que representará al problema a trabajar y entre dos estados se dibuja una flecha que indica el paso de uno al otro, originándose los arcos del grafo correspondiente. En el próximo apartado se presenta un detalle de la construcción del grafo, de cómo se determinan las probabilidades de transición a cada estado, quedando disponible de una manera clara y accesible toda la información acerca de la situación problemática modelizada. Cabe aclarar que trabajaremos con el concepto de probabilidad "a priori" ya que está pensado para estudiantes universitarios.

DESARROLLO DEL TRABAJO

En primer lugar daremos una serie de definiciones, propiedades y ejemplos que resultarán necesarios para presentar la modelización de procesos estadísticos mediantes grafos.

Probabilidad y diagramas de árbol

En las ramas de los diagramas de árbol se hacen constar las probabilidades de transición entre los nudos. En estos diagramas se cumplen las siguientes propiedades:

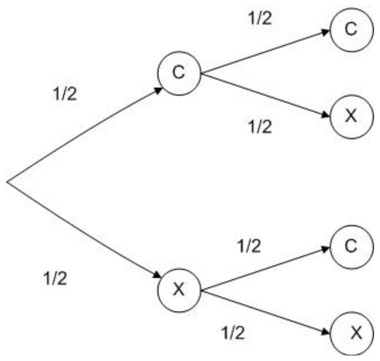
Propiedad 1: La probabilidad de un camino dado es igual al producto de todas las probabilidades a lo largo de dicho camino.

Propiedad 2: La suma de las probabilidades p_i de las ramas que parten de un mismo nudo es igual a 1.

Propiedad 3: La probabilidad de alcanzar un nivel es igual a la suma de las probabilidades de todos los caminos que conducen a ese nivel.

Ejemplo 1: *Calcular la probabilidad de que al lanzar dos monedas se obtenga exactamente una cara.*

El diagrama de árbol correspondiente a este proceso aleatorio es el siguiente:



- Entonces la probabilidad de obtener cara-cruz es $P(CX) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (Por la propiedad 1).

- La probabilidad de obtener sólo una cara es:

$$P(CX) + P(XC) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

(Por la propiedad 3). Además, si nos fijamos en el primer nudo se cumple que $P(C)+P(X)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$, y lo mismo en todos los nudos (Propiedad 2).

Tiempo de espera y grafos

Existen algunos procesos aleatorios simples en los que el árbol deja de ser una forma de representación adecuada ya que, de utilizarse, presentaría un número infinito de ramas.

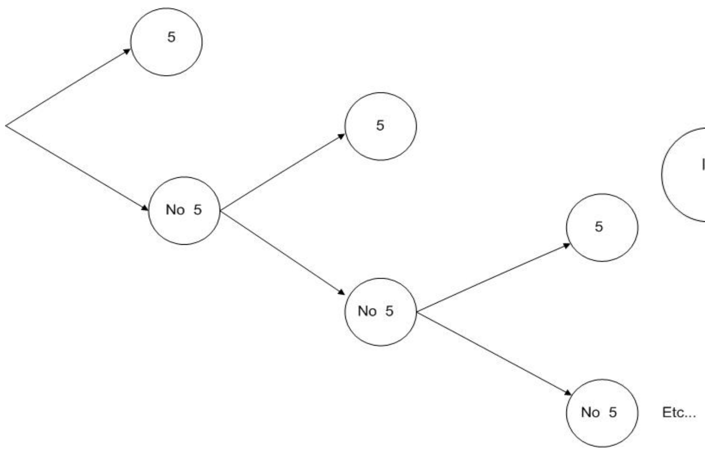
En estos casos, es posible utilizar un grafo para representar el proceso. A continuación definiremos algunos conceptos de grafos.

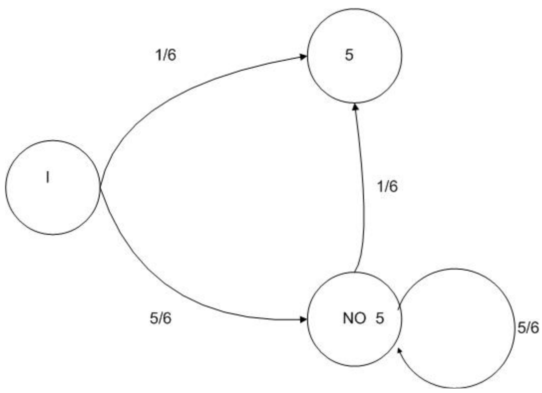
Definición 1: Un digrafo es una terna $G=(V,U,\Phi)$ que consiste en dos conjuntos no vacíos y disjuntos, *V* y *U*, de elementos llamados *vértices* y *arcos* respectivamente, y de una función Φ, frecuentemente llamada *relación de incidencia*, que asocia a cada arco de *U* un par ordenado de vértices (no necesariamente distintos) de *G*. Si *u* es un arco y *a* y *b* vértices, tales que $\Phi(u)=[a,b]$ se dice que *u* tiene extremo inicial en *a* y extremo final en *b*. Si un arco tiene extremo inicial igual al extremo final se dice que es un *bucle*.

Ejemplo 2: *Lanzar un dado cúbico hasta obtener un 5. La pregunta es: ¿Cuántas tiradas se necesitan para que vuelva a salir otro 5?*

Partiendo del estado inicial I, si sale un 5 la experiencia finaliza y este es un estado final, con una probabilidad de transición de 1/6. Si sale un resultado distinto de 5, la probabilidad de transición es igual a 5/6 y hay que continuar lanzando, con lo cual puede salir 5 o no. Así el proceso se repite infinitamente.

A continuación se muestran las dos representaciones del experimento, el vértice identificado con la letra *I* representa el estado inicial:





Si bien este es un ejemplo elemental y puede ser estudiado a partir de un enfoque frecuencial, la posibilidad de que el proceso sea infinito hace que por lo general no sea considerado en la enseñanza, pero trabajando con la modelización que nos permite el grafo, sí es posible tratar el tema en el aula. El grafo permite efectuar una síntesis de conceptos que pueden ser captados visualmente y se facilita la compresión con respecto a una posible descripción del proceso.

Definición 2: Un *proceso estocástico* es una familia indexada de variables aleatorias {X(t)}, las que representan una sucesión de estados en el tiempo *t*. El índice *t* puede tomar valores continuos o discretos, según si los cambios de estado se producen en todo momento o cada cierto intervalo de tiempo. Para determinar parámetros estadísticos es necesario trabajar con una variable discreta, de modo que el sistema tenga una cantidad finita o infinita numerable de estados. En este caso, el proceso se llama discreto en el tiempo.

Definición 3: El conjunto *S* de valores de las variables X(t) se llama *conjunto o espacio de estados*. Es un conjunto de estados E_1, E_2…, E_k exhaustivos y mutuamente excluyentes de un experimento aleatorio en cualquier tiempo.

Definición 4: Un proceso estocástico se dice que evoluciona *sin memoria* cuando, en cada etapa, el cambio de estado sólo depende del estado en el que se encuentra actualmente.

Definición 5: Un proceso estocástico se llama *homogéneo en el tiempo* si las probabilidades de transición entre los estados no cambian con el tiempo. Se dice que estás probabilidades son estacionarias (no cambian) a través del tiempo.

Los procesos que cumplen con las definiciones 2, 3, 4 y 5 reciben el nombre de cadenas de Markov, discretas, homogéneas en el tiempo y con un número finito o infinito numerable de estados.

Ejemplo 3: En un país lejano sólo existen dos posibilidades en el clima, seco y mojado. Un estudiante de metereología sabe que la probabilidad de que el clima sea seco el 1° de enero del año en curso es a y la probabilidad de que en dos días consecutivos el clima sea el mismo, tiene un valor p, $0 < p < 1$.

Escribamos los elementos que identifican en este problema una cadena de Markov.

Solución:

❖ Solo hay dos posibles estados, E1 es el estado Seco y E2 el estado Mojado. Estos estados son exhaustivos y mutuamente excluyentes en cualquier tiempo. Inicialmente en el tiempo t_0, el sistema puede estar en cualquiera de estos estados.

❖ Sea $a_j^0 (j = 0,1,\ldots\ldots,k)$ la probabilidad absoluta de que el sistema se encuentre en el estado E_j en t_0. Definamos p_{ij} como la probabilidad de transición de un paso de ir al estado *i* en t_{n-1}, al estado *j* en t_n, es decir, la probabilidad de que en el siguiente periodo (paso) se encuentre en E_j, dado que en el periodo (paso) inmediatamente anterior estuvo en E_j. En nuestro caso $a_1^0 = a$ $\quad a_2^0 = 1 - a$

La matriz *P* de transición de un paso será:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \text{Seco} & \text{Mojado} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{Seco} \\ \text{Mojado} \end{array} & \begin{bmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{bmatrix} \end{array}$$

Se observa en *P* que las probabilidades de clima seco un día, dado que el anterior fue seco; y de mojado un día, dado que el día anterior fue mojado son iguales a *p*. En cualquier otro caso tenemos una probabilidad igual a (1 - *p*). Las probabilidades a_1^0 y a_2^0, junto con *P*, determinan en este ejemplo una cadena de Markov.

A continuación llamaremos *S* al *conjunto de los estados* de un grafo y sea $p_{ij}(n)$ la *probabilidad de transición* desde el estado *i* al estado *j* en *n* pasos. El estado *i* se comunica con el *j* si hay al menos un camino de *i* a *j*, es decir, si $p_{ij}(n) > 0$. Un estado *i* de *S* se llama *absorbente* si $p_{ii} = 1$. El conjunto de los estados absorbentes de una cadena se llama *borde* de *S* y se representa con *B*. Puede ocurrir en algunos casos que *B* sea el conjunto vacío. Los estados que no pertenecen a *B* se llaman *interiores* y se representan con *T*.

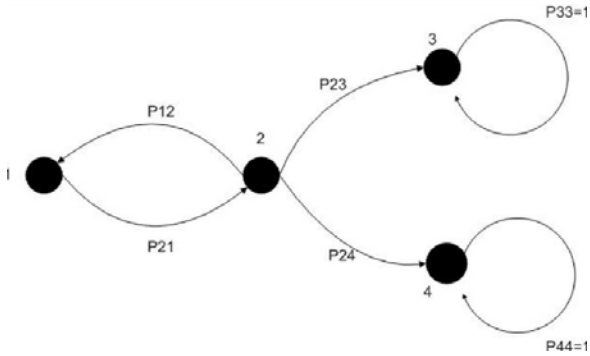
Las probabilidades de transición cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad 4: $0 \le p_{ij} \le 1$

Propiedad 5: $\sum p_{ij} = 1$, esto indica que la suma de las probabilidades de todas las aristas que parten de un estado es igual a 1.

Un proceso estocástico está completamente determinado si se conoce además de las probabilidades de transición p_{ij}, el estado inicial *I* en que se encuentra el sistema y las probabilidad absoluta de que el sistema se encuentre en el estado E_j en t_0.

Ejemplo 4:La siguiente figura muestra el grafo de un proceso aleatorio.



Estados finales como 3 y 4 se llaman absorbentes. En general, un estado *i* es absorbente cuando $p_{ii} = 1$. El borde es el conjunto $B = \{3,4\}$.

Un proceso estocástico se puede representar mediante recorridos en un grafo.

Reglas de los caminos

Propiedad 6: La probabilidad de un camino dado es igual al producto de todas las probabilidades a lo largo de dicho camino.

Propiedad 7: La probabilidad p_i de alcanzar un subconjunto *T* del borde *B* a partir de *i* es igual a la suma de las probabilidades de todos los caminos que conducen desde i hasta *T*.

Propiedad 8: La duración media $\overline{X_i}$ esperada de un recorrido aleatorio desde un estado *i* hasta *B* es la media ponderada de las longitudes de todos los caminos de *i* a *B*. La longitud X_k de cada camino está ponderada por su probabilidad q_k, es decir:

$$\overline{X_i} = \sum_k X_k . p_k$$

Estas reglas son aplicables a aquellos grafos que son diagramas de árbol.

Reglas del valor medio

Propiedad 9: La probabilidad de un estado interior es igual a la media ponderada de las probabilidades de sus estados vecinos. Es decir $p_i = \sum_{k=1}^{n} p_{ik} . p_k$

Propiedad 10: $p_i = 1$ para todos los estados de *T*, $p_i = 0$ para todos los estados de *B* que no están en *T*.

Propiedad 11: El valor de espera de un estado interior es igual a la media ponderada de las probabilidades de sus estados vecinos. Es decir $m_i = 1 + \sum_{k=1}^{n} p_{ik} .m_k$

Propiedad 12: $m_i = 0$ para todos los estados del borde *B*.

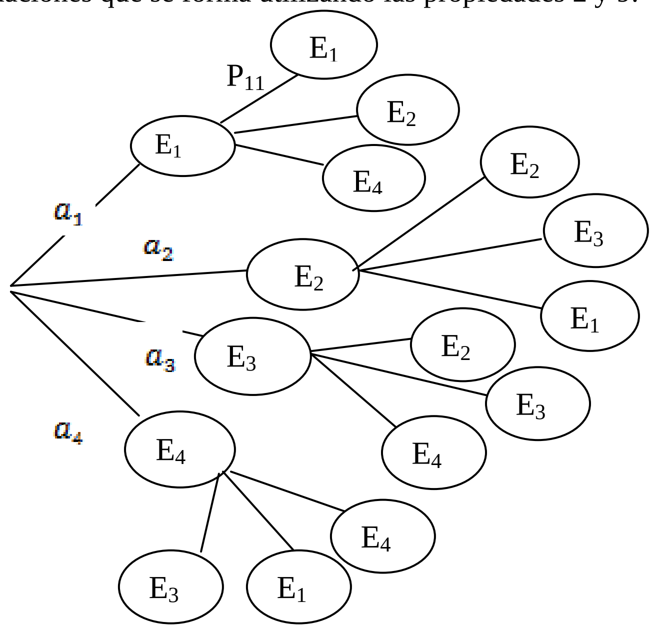
Cadenas de Markov sin estados absorbentes con probabilidades de transición iguales para aquellos arcos que parten de un mismo estado

Definición 6: Un dígrafo $G(V,U)$ es *balanceado* si $gr^{+}(v) = gr^{-}(v)$ para todo vértice del conjunto *V*. En caso que el dígrafo sea balanceado y se verifique que $gr^{+}(v) = gr^{-}(v) = k$ para todo vértice *v* de *G* se dice que el dígrafo es *k-regular*.

A continuación se mostrarán distintas situaciones que conducen a la resolución a través de grafos balanceados, sean o no *k*-regular.

Ejemplo 5: *calcular la probabilidad de cada estado, partiendo de cualquier estado inicial*

Solución: método tradicional utilizando diagrama de árbol y resolviendo el sistema de ecuaciones que se forma utilizando las propiedades 2 y 9.

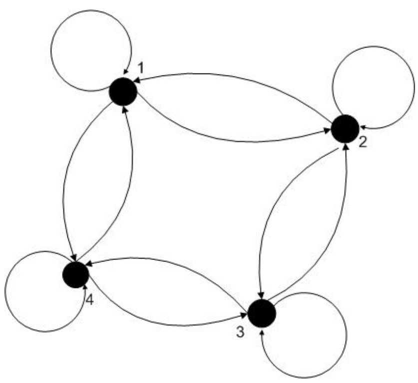


$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$
$$a_1 = \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{3}a_4$$
$$a_2 = \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \frac{1}{3}a_1$$
$$a_3 = \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \frac{1}{3}a_4$$
$$a_4 = \frac{1}{3}a_4 + \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{3}a_3$$

Resolviendo el sistema se obtiene:

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \frac{1}{4}$$

Recurriendo a la resolución utilizando grafos nos queda determinado un dígrafo k-regular y balanceado



La probabilidad de llegar a cada estado partiendo de cualquier estado se obtiene dividiendo la cantidad de arcos que llegan a cada vértice por la cantidad total de arcos que tiene el dígrafo. Por ejemplo, en el vértice 1, llegan 3 arcos sobre los 12 totales que posee el dígrafo da una probabilidad de 1/4 .Como este dígrafo, además de ser balanceado es *k*-regular, todos los vértices tienen la misma probabilidad.

Ejemplo 6:

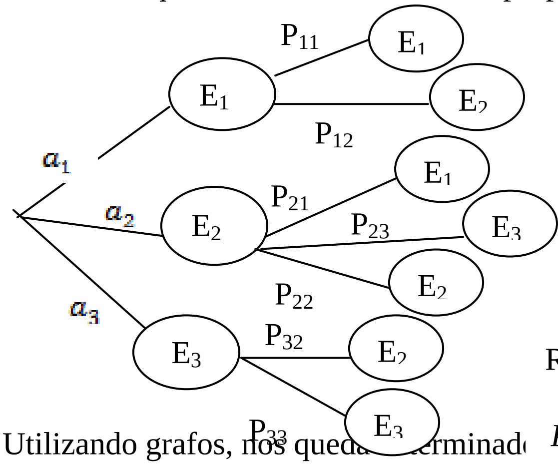
Solución: método tradicional utilizando diagrama de árbol y resolviendo el sistema de ecuaciones que se forma utilizando las propiedades 2 y 9

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1$$

$$a_1 = \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{3}a_2$$

$$a_2 = \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{2}a_3$$

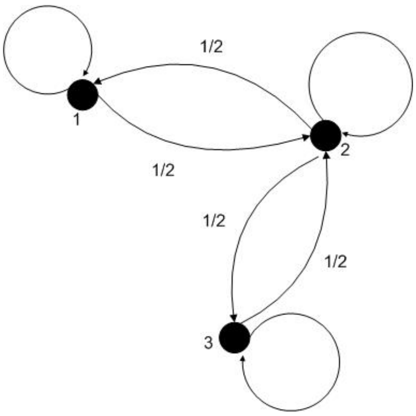
$$a_3 = \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{2}a_3$$



Resolviendo el sistema se obtiene:

$$P_1 = \frac{2}{7} \quad , \quad P_2 = \frac{3}{7} \quad , \quad P_3 = \frac{3}{7}$$

Utilizando grafos, nos queda determinad



Como en el ejemplo 5, este mismo resultado se obtiene si se cuenta la cantidad de arcos que llegan a cada vértice y se divide por la cantidad total de arcos que tiene el dígrafo. Verificando para el vértice 1 se ve que llegan 2 arcos y al dividir por los 7 que posee el dígrafo da una probabilidad de 2/7.

CONCLUSIONES

- Se pueden modelar los procesos estocásticos infinitos con grafos, de manera sencilla.
- Cuando los grafos son balanceados (sean *k*-regular o no) y las probabilidades de transición que parten de un mismo estado son iguales, se pueden obtener las probabilidades de cada estado (vértices) haciendo el cociente entre el número de arcos que llegan a un determinado vértice sobre el número de arcos total del grafo. De esta manera, se simplifica enormemente el trabajo algebraico.
- En función de las conclusiones anteriores podemos decir que sería posible presentar el tema de esta manera en la formación de docentes, por supuesto, haciendo hincapié en la importancia de trabajar con modelización.

Referencias bibliográficas

Braicovich, T.(2009). *Introducción a la Teoría de Grafos.* Buenos Aires: Docuprint S.A.

Contreras, M. (1998). Lenguaje simbólico y pruebas en la enseñanza de las matemáticas: un enfoque sociocognitivo. En G. Mugny y J. Pérez (Eds.), *Psicología social del desarrollo cognitivo*, Capítulo 2, pp. 265-288. Barcelona: Anthropos.

Contreras M. Probabilidad geométrica, grafos y procesos aleatorios.. http://www.mauriciocontreras.es/estadística4.pdf. Consultado el 02/03/2012

Lavalle. A. Rubio N (2003). El ábaco probabilístico en la Enseñanza. XXXI Coloquio Argentino de Estadística.

BIOMATEMÁTICA: A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DA GENÉTICA

José Roberto Cardoso Meireles –Danton de Oliveira Freitas
jrcmeireles@gmail.com –dantonf@gmail.com
Universidade Estadual de Feira de Santana, Bahia, Brasil

Tema: Formação de professores
Modalidade: Pôster
Nível educativo: Médio
Palavras chave: ensino de genética, educação matemática, interdisciplinaridade

Resumo

A interdisciplinaridade entre Biologia e Matemática foi fator determinante para a descoberta dos mecanismos que regem a transmissão hereditária e surgimento de uma nova área das Ciências Biológicas: a Genética. O pioneiro nessa associação entre as duas Ciências foi Gregor Mendel, quando entre 1856 e 1863 realizou experimentos para observar a transmissão das características hereditárias na ervilha-de-cheiro (Pisum sativum) com o objetivo de desvendar os mecanismos que regem a hereditariedade, até então considerada o "mistério dos mistérios". Diversos pesquisadores haviam acompanhado a transmissão de caracteres em espécies vegetais e observado resultados similares aos de Mendel sem, no entanto, descobrir as regras hereditárias, faltou-lhes um passo metodológico indispensável: a análise matemática dos resultados. A análise matemática possibilitou a Mendel descobrir que cada característica é determinada por um par de fatores (atualmente denominado gene) que segregam independente na origem dos gametas e voltam a se encontrar na formação dos filhos. No inicio de século XX surge então a Genética e se consolida o binômio Genética-Matemática. Assim, conceitos matemáticos se tornaram indispensáveis para o ensino da Genética. Neste contexto, este trabalho objetiva fazer um histórico da importância da Matemática no desenvolvimento da Genética e apontar conceitos matemáticos necessários para o Ensino da Genética.

Introdução

O termo Genética, do grego *γεννω* (genno) que significa gerar, foi cunhado em 1905 pelo biólogo inglês William Bateson (Fig. 01) para designar a área das Ciências Biológicas que estuda os mecanismos de variação dos organismos vivos e os modos como ocorre a transmissão das características dos pais para os filhos, ou seja, a hereditariedade.

Fig. 01 – Fotografia de William Bateson

Atualmente, embora o principal objetivo da genética seja o estudo da hereditariedade, as investigações abrangem as funções dos genes e suas interações que podem explicar o seu funcionamento celular e auxiliar na compreensão da fisiologia dos seres vivos.

A ampliação e diversificação dos estudos genéticos ocorreram durante a segunda metade do século XX especialmente quando em 1953 James D. Watson, um biólogo norte-americano, e H. C. Crick, um físico inglês, com base em diversos estudos propuseram o modelo da dupla hélice do DNA (Fig. 02). Esta descoberta marcou o início da molecularização da genética e permitiu a invenção de diversas ferramentas de genética molecular que são atualmente utilizadas em diversas áreas das Ciências da Saúde.

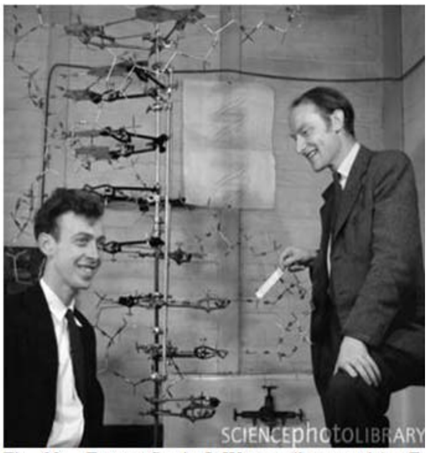


Fig. 02 – Fotografia de J. Watson (à esquerda) e F. Crick (à direita) apresentado o modelo que propuseram para a molécula de DNA.

O estudo desenvolvido no final do século XIX (1856 a 1863) por Gregor Mendel foi no entanto condição *sine qua non* para avanço exponencial da genética durante o século XX. Mendel fazendo cruzamento com a ervilha-de-cheiro (*Pisum sativum*) descobriu que as características hereditárias são transmitidas por meio de partículas físicas, desvendando desse modo o "segredo" da hereditariedade.

Diversos fatores, desde a escolha do material para estudo, podem ser apontados como determinantes para o sucesso de Mendel, contudo, certamente a aplicação de análise matemática aos resultados dos cruzamentos foi decisivo, uma vez que resultados semelhantes havia sido encontrados anteriormente por outros cultivadores de plantas, sem no entanto terem descoberto os mecanismos hereditários. Assim, pode-se concluir que a matemática teve papel fundamental na origem e desenvolvimento da genética.

A importância da matemática na origem da genética

A consciência da hereditariedade é um fato de difícil datação precisa. Sabe-se, no entanto, que há mais de 5.000 a.C os assírios realizavam experimentos de cruzamentos com tamareiros (*Phoenix ssp.*) revelando plena ideia e que haviam mecanismos que garantiam a transmissão das características físicas de uma geração para outra. Não há registro da preocupação destes povos acerca da natureza destes mecanismos.

As primeiras reflexões sobre as bases físicas da hereditariedade remota da antiga Grécia quando os filósofos, entre os quais se destacam Hipócrates e Aristóteles, reivindicaram para a hereditariedade o tratamento de ciência. Hipócrates (460 a.C. – 370 a.C.) defendia uma hipótese conhecida como pangênese, segundo a qual cada órgão do corpo produzia gêmulas (material hereditário) que seriam transportadas pelo sangue para compor o sêmen. Deste modo, as características paternas eram transmitidas para o filho.

A observação, dentre outras, de que um indivíduo podia expressar características maternas, de avós e pais com mutilações físicas (perda de um braço em uma batalha, por exemplo) tinham filhos íntegros permitiu a Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) defender uma hipótese contrária a de Hipócrates. Segundo Aristóteles, tanto o pai quanto a mãe contribuíam com material hereditário (o sêmen e o sangue menstrual), os filhos seriam formados por uma *luta* entre estes materiais.

Diversas ideias sobre os aspectos que envolvem a transmissão hereditária foram introduzidas pelos antigos filósofos gregos. À luz dos paradigmas da genética atual, a maioria destas ideias é errônea, entretanto estes filósofos foram os pioneiros em sugerir que a hereditariedade não é um fenômeno exclusivamente metafísico. Desse modo, acertaram na essência, isto é, há partículas físicas (materiais) responsáveis pela transmissão das características de pais para filhos.

O desenvolvimento desta ideia possivelmente anteciparia em muitos séculos a descoberta dos fatores hereditários. Entretanto, o pensamento teocêntrico que se desenvolveu durante a Idade Média (séculos V ao XV) desviou a atenção para as origens e os fenômenos da hereditariedade eram vistos como cotidiano, sem merecer investigação. Durante este período, portanto, pouco foi acrescentado à história da hereditariedade.

Contribuições importantes para a descoberta dos mecanismos hereditários foram feitas pelos denominados cultivadores de plantas. Estes eram diversos pesquisadores que entre os séculos XVIII e XIX realizaram estudos de cruzamentos com plantas com objetivo de melhorar a produtividade agrícola, aumentar a resistência das plantas cultivadas e produzir novas variedades de plantas. É possível perceber que diante destes objetivos as contribuições dos cultivadores à hereditariedade, embora significativas, não foram diretas, uma vez que nenhum deles estava preocupado em descobrir as partículas hereditárias.


Fig. 03 – Fotografia de Gregor Mendel

Em 1856, Gregor Johann Mendel (Fig. 03), um monge agostiniano do mosteiro de Brunn (Áustria), começou a desenvolver um programa de pesquisa cuja introdução da análise matemática lhe permitiu chegar a conclusões inéditas. Neste programa

Mendel produziu linhagens puras de variedades de ervilha-de-cheiro que apresentavam caracteres contrastantes e realizou cuidadosamente cruzamentos de uma variedade com outra.

Mendel escolheu sete características da ervilha: altura da planta (alta x baixa), textura da semente (lisa x rugosa), cor da semente (amarela x verde), cor da flor(violeta ou branca), textura da vagem (inflada x constricta), cor da vagem (verde ou amarela) e posição da flor (axial x terminal) para analisar a transmissão através das gerações. O trabalho que durou seis anos consistia basicamente em cruzar linhagens puras de duas variedades (por exemplo, planta de semente lisa com planta de semente rugosa), que ele denominava Geração Parental (P) para obter a próxima geração híbrida (F1) e em seguida permitir a autofecundação destes híbridos para obter a geração seguinte (F2). A esquematização deste método é apresentada na Fig. 04.

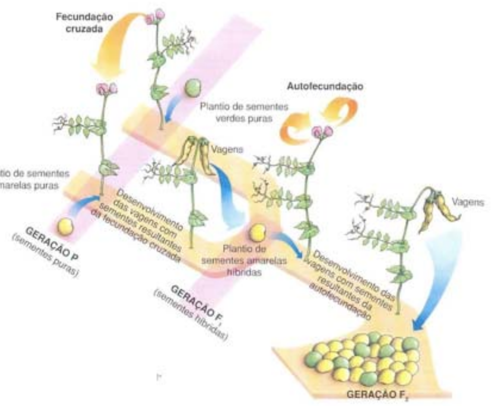


Fig. 04 – Metodologia utilizada por Mendel para cruzamentos entre duas variedade de ervilha-de-cheiro (*Pisum sativum*)

Após observar a transmissão das sete características escolhidas uma a uma com uso do método descrito acima, atualmente denominado cruzamentos monoíbridos, Mendel repetiu os procedimentos para analisar a transmissão hereditária de dois caracteres simultaneamente (cruzamentos diíbridos), por exemplo, cruzamento de plantas de sementes amarelas lisas com plantas de sementes verdes rugosas. A escolha da ervilha-de-cheiro, seleção dos caracteres e a criteriosa observação e registro dos resultados dos cruzamentos contribuíram significativamente para o sucesso de Mendel, entretanto a etapa metodológica incluída por ele que o diferenciou dos antecessores foi a análise matemática. Mendel contou o número de indivíduos produzidos nas proles (F1 e F2) dos cruzamentos monoíbridos (Tabela 1)e diíbridos e calculou as proporções das variedades.

Tabela 1. Resultados obtidos por Mendel a partir dos cruzamentos monoíbridos

Cruzamento (P)	F1	F2		Proporção F2
Semente lisa x rugosa	100% lisas	5.474 lisas	1.850 rugosas	2,96 : 1
Semente amarela x verde	100% amarelas	6.022 amarelas	2.001 verdes	3,01 : 1
Pétala violeta x branca	100% púrpuras	705 púrpuras	224 brancas	3,15 : 1
Vagem inflada x constricta	100% infladas	882 infladas	299 vincadas	2,95 : 1
Vagem verde x amarela	100% verdes	428 verdes	152 amarelas	2,82 : 1
Flor axial x terminal	100% axiais	651 axiais	207 terminais	3,14 : 1
Caule longo x curto	100% longos	787 longos	277 curtos	2,84 : 1

Representando matematicamente, razões entre cada par de caráter na ordem dominante para recessivo, Mendel identificou uma constante proporcional aproximadamente igual a três para todos os pares de caracteres analisados. Para explicar essa regularidade ele elaborou a hipótese de que as características hereditárias são determinadas por elementos físicos que não se misturam e concluiu que cada característica é determinada por um par de fatores que se separam durante a formação dos gametas.

Mendel identificou, também, que nos cruzamentos diíbridos a F2 era constituída por indivíduos não parentais, por exemplo, do cruzamento de duas plantas de sementes amarelas e lisas (F1) ele obteve filhas (F2) que produziam sementes amarelas lisas (como os pais), amarelas rugosas, verdes lisas e verdes rugosas. Aplicando a mesma análise matemática ele observou que estas, independente dos caracteres em análise, surgiam em uma proporção 9:3:3:1 e concluiu que o fator responsável pela determinação de uma característica segrega independentemente o fator que determina a outra.

O trabalho de Mendel foi apresentado (por ele próprio) em duas ocasiões (8 de fevereiro e 8 de março) na Sociedade dos Naturalistas de Brünn sem, no entanto ter sido reconhecido. A publicação no *Proceedings of the Natural History Society of Brünn* também não teve o devido mérito e diversos fatores podem ter contribuído para o anonimato científico de Mendel durante aproximadamente trinta anos. A incompreensão da análise matemática pelo corpo científico da época certamente foi um deles.

Este trabalho redescoberto em 1900 e interpretado à luz da teoria cromossômica da herança de Thomas Hunt Morgan se tornou a essência da genética clássica, conhecido por Genética Mendeliana. A Genética Mendeliana constituí a base de todo ensino de genética e evidentemente, como demonstrou o próprio Mendel a sua compreensão perpassa pela análise matemática de cruzamentos. Desse modo, conceitos matemáticos são requeridos nas aulas de genética.

Conceitos matemáticos no ensino da genética

A Genética Mendeliana floresceu na primeira metade do século XX e formou a base conceitual para a compreensão de diversos fenômenos hereditários. Neste período concluiu-se que as conclusões de Mendel não estavam restritas a ervilhas, mas explicavam a essência da hereditariedade de todos os organismos vivos. Os denominados princípios mendelianos (segregação e segregação independente) aplicados a humanos fez surgir a Genética Humana cuja principal ferramenta é a análise de heredrograma. O estudo de características poligênicas (condicionadas pela interação de produtos de vários pares de genes) e da transmissão hereditária ao nível populacional culminou no estabelecimento, respectivamente da Genética Quantitativa e da Genética de Populações. Estas novas áreas da Genética incorporaram outros conteúdos matemáticos reforçando a sua importância na compreensão dos mecanismos hereditários em vários níveis.

Este crescimento da Genética a fez parte obrigatória do currículo escolar e, portanto da formação de todo indivíduo formalmente educado. Por outro lado, ensino/aprendizagem da Genética requer, além do conhecimento de diversos conceitos biológicos, a interpretação matemática de dados. Assim, conteúdos diversos da matemática são necessários na abordagem genética em sala de aula (Tabela 2).

Tabela 2. Conteúdos matemáticos utilizados no ensino de genética

GENÉTICA	MATEMÁTICA
Monoibridismo/diibridismo	Números fracionários/decimais Porcentagem Produto cartesiano Conjuntos Probabilidade Operações aritméticas Matriz quadrada
Análise de heredograma	Conjuntos Análise combinatória
Genética quantitativa	Médias Desvio padrão Sistema ortogonal cartesiano Binômio de Newton
Genética de populações	Operações aritméticas Binômio de Newton Proporção Probabilidade

A separação dos conteúdos de Genética e os respectivos conteúdos de Matemática exigidos para o ensino/aprendizagem como apresentados na Tabela 2 mascara as relações interdisciplinares entre as duas ciências, e mesmo entre as diversas áreas da Genética. Conteúdos de Matemática exigidos para compreensão do monoibridismo/diibridismo são também requeridos em outras áreas da Genética, além disso, monoibridismo/diibridismo formam a base teórico/conceitual da Genética. A figura 05 ilustra, embora de modo ainda simplificado, uma visão mais interligada desta relação Biologia-Matemática. Como se observa, um determinado conteúdo matemático é requerido no estudo de mais de uma área da Genética que por sua vez exige o conhecimento de diversos conteúdos matemáticos.

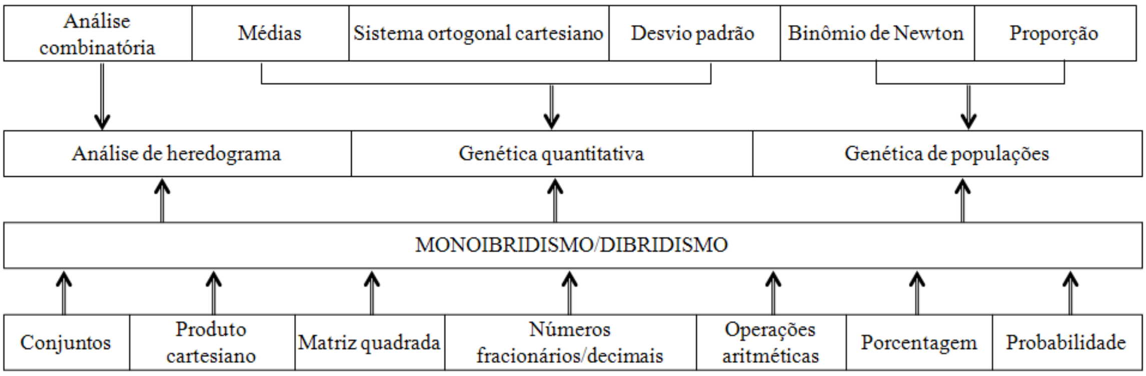


Fig. 05 – Articulação entre conteúdos de matemática e genética

O limitado espaço deste texto dificulta o detalhamento das relações indicadas na figura 05. Deste modo, para exemplificar a seguir é apresentada uma situação clássica de genética envolvendo cruzamento monoíbrido em que a análise exige diversos conhecimentos matemáticos.

O albinismo é caracterizado pela ausência parcial ou total da pigmentação dos olhos, pele e pêlos devido à falta de melanina. É uma condição hereditária de herança autossômica recessiva, ou seja, um indivíduo de ser portador de dois genes para expressa-la. Qual o risco de um casal em que ambos tem pigmentação normal da pele terem um filho albino?

Representando os genes envolvidos na pigmentação pode-se utilizar a letra *A* para o dominante (pigmentação normal) e *a* para o recessivo (albinismo). Uma vez que nenhum dos pais é albino eles podem ser homozigotos dominantes (*AA*) ou heterozigotos (*Aa*), contudo para que tenham filho albino é necessário que sejam heterozigotos para que o filho herde dois genes para albinismo e assim expresse a condição, ou seja, o filho deve ser homozigoto recessivo (*aa*). Esta situação é ilustrada na figura 06.

Gametas da mãe heterozigota (*Aa*) / Gametas do pai heterozigoto (*Aa*)	*A*	*a*
A	*AA* Filho(a) homozigoto(a) dominante (pigmentação normal)	*Aa* Filho(a) heterozigoto(a) (pigmentação normal)
a	*Aa* Filho(a) heterozigoto(a) (pigmentação normal)	*aa* Filho(a) homozigoto(a) recessivo (pigmentação albino)

Fig. 06 – Representação de um cruzamento entre dois indivíduos heterozigotos

Analisando a figura 06 conclui-se que a chance dos pais serem homozigotos dominantes é de 1/3 e de serem heterozigotos é de 2/3. Evidentemente não ser considerou o genótipo *aa* porque se sabe que eles não são albinos.

Assim, a chance deste casal ter uma criança albina é calculada pela expressão: 2/3 (probabilidade do pai ser *Aa*) x 2/3 (probabilidade da mãe ser *Aa*) x 1/4 (probabilidade de um casal de heterozigotos terem um filho homozigoto recessivo, neste caso albino) = 4/36, simplificando a fração 1/9 ou, em porcentagem, 11,11%.

Nesta situação, explora-se conceitos matemáticos como o de produto cartesiano ao combinar gametas do pai com o da mãe, matriz quadrada para representar os possíveis genótipos dos filhos e conjunto, conceito consolidado por George Cantor (contemporâneo a Mendel) ao identificar na prole quatro genótipos, representa-se apenas três (*AA*, *Aa* e *aa*) porque o elemento *Aa* está repetido. Em seguida, para determinar as chances dos filhos serem homozigotos dominantes ou heterozigotos, nota-se a presença do conceito de razão, pois, representa-se através do quociente entre duas grandezas.

Por fim, é necessário aplicação dos conceitos de operações aritméticas entre números fracionários, representação de números decimais e porcentagem para determinar a probabilidade do casal ter uma criança albina.

Crédito das figuras

Fig. 01:http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a7/Bateson2.jpg. Acesso em 13/08/2012.
Fig. 02: http://3.bp.blogspot.com/_WuwYgETHu7A/SBs5I4o-H_I/AAAAAAAAAYQ/foxg0-jB_UM/s400/watson+e+crick.jpg. Acesso em 13/08/2012.
Fig. 03: http://evolution-textbook.org/content/free/figures/01_EVOW_Art/27_EVOW_CH01.jpg. Acesso em 10/08/2012.
Fig. 04: http://3.bp.blogspot.com/_X4iiIeDzYyQ/SESUvBdsr2I/ AAAAAAAAAA8/ I0JCKZhfsck/s1600/Experimento01.JPG. Acesso em 14/08/2012.

Bibliografia

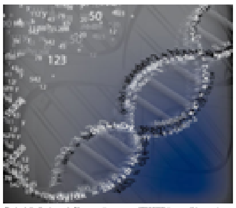
Beiguelman, B. (2002). *Curso Prático de Bioestatística*. Ribeirão Preto: FUNPEC.
Brandão, G. O. & Ferreira, L. B. M. (2009). O ensino de Genética no nível médio: a importância da contextualização histórica dos experimentos de Mendel para o raciocinio sobre os mecanismos da hereditariedade. *Filosofia e História da Biologia*, 4, 43-63.
Cordiolli, M. (2002). *A relação entre disciplinas em sala de aula: a interdisciplinaridade, a transdisciplinaridade e a multidisciplinaridade*. Curitiba: A Casa de Astérion.
Futuyma, D. (2009). *Biologia evolutiva*. Ribeirão Preto: FUNPEC.
Griffiths, A. J. F.; Carroll, S. B.; Lewontin, R. C.; Wessler, S. R. (2009). *Introdução a Genética.* Rio de Janeiro: Guanabara Koogan.
Henig, R. M. (2001). *O monge no jardim.* Rio de janeiro: Rocco.
Machado, N. J. (1993). Interdisciplinaridade e Matemática. *Pro-Posições*, 4(10), 24-34.
Mayr, E. (1998). *O desenvolvimento do pensamento biológico*. Brasília: Ed. da UnB.
Silva Júnior, G. B. & Gazire, E. S. (2009). Biologia e Matemática dialogando no Ensino Médio. *Educação Matemática em Revista*, 14(27), 19-24.

BIOMATEMÁTICA: A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DA GENÉTICA

MEIRELES, José Roberto Cardoso[1]; FREITAS, Danton de Oliveira[2]

Universidade Estadual de Feira de Santana
[1]Departamento de Ciência Biológicas; [2]Departamento de Ciências Sociais e Aplicadas
[1]Laboratório de Genética Toxicológica; [2]Colegiado de Administração

INTRODUÇÃO



A interdisciplinaridade entre Biologia e Matemática foi fator determinante para a descoberta dos mecanismos que regem a transmissão hereditária e surgimento de uma nova área das Ciências Biológicas: a Genética. O pioneiro nessa associação entre as duas Ciências foi Gregor Mendel, quando entre 1856 e 1865 realizou experimentos para observar a transmissão das características hereditárias na ervilha-de-cheiro (*Pisum sativum*) com o objetivo de desvendar os mecanismos que regem a hereditariedade, até então considerada o "mistério dos mistérios". Diversos pesquisadores haviam acompanhado a transmissão de caracteres em espécies vegetais e observado resultados similares aos de Mendel sem, no entanto, descobrir as regras hereditárias, faltou-lhes um passo metodológico indispensável: a análise matemática dos resultados.

OBJETIVO

Fazer um histórico da importância da Matemática no desenvolvimento da Genética e apontar conceitos matemáticos necessários para o Ensino da Genética.

O BINÔMIO GENÉTICA - MATEMÁTICA

Cultivadores de plantas → Gregor Mendel

Cruzamentos de plantas

Observação da prole

Sem análise matemática

?

Cruzamento de ervilha-de-cheiro (*Pisum sativum*)

Observação da prole

Análise matemática

Observação de padrões (proporção 3:1 e 9:3:3:1)

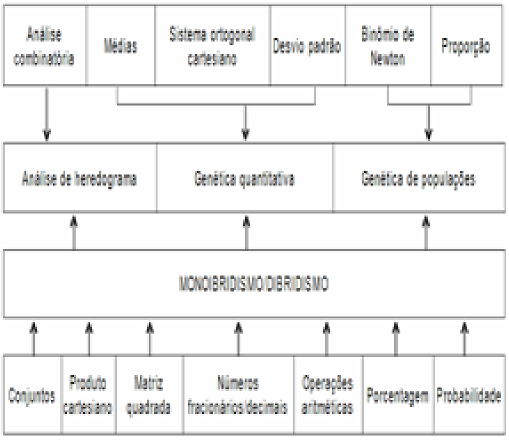
conclusões

1. Cada característica é determinada por um par de fatores (genes) que segregam na formação dos gametas (Princípio da segregação);
2. O par de fator que determina uma característica segrega independente do par que fator que determina a outra característica (Princípio da segregação independente).

CONSTITUEM AS BASES CONCEITUAIS DA HEREDITARIEDADE E PORTANTO NOS PRINCÍPIOS QUE FUNDAMENTAM O DESENVOLVIMENTO DA GENÉTICA NO SÉCULO XX

A MATEMÁTICA NO ENSINO DA GENÉTICA

CONTEÚDOS ARTICULADOS	
GENÉTICA	MATEMÁTICA
Monoibridismo/dibridismo	Números fracionários/decimais Porcentagem Produto cartesiano Conjuntos Probabilidade Operações aritméticas Matriz quadrada
Análise de heredograma	Conjuntos Análise combinatória
Genética quantitativa	Médias Desvio padrão Sistema ortogonal cartesiano Binômio de Newton
Genética de populações	Operações aritméticas Binômio de Newton Proporção Probabilidade



CONSIDERAÇÕES FINAIS

A compreensão de diversos conceitos relacionados aos mecanismos genéticos da hereditariedade perpassa pela análise matemática aplicada aos resultados de cruzamentos, tomando deste modo indispensável para o ensino/aprendizagem da genética o domínio de determinados conteúdos matemáticos.

BIDIMENSIONAL A TRIDIMENSIONAL, EXPERIENCIA DE AULA DE PRIMERO DE PRIMARIA

Lina Paola Bohórquez Rodríguez – Neila Rocío Méndez Forero
dilimaco_15@hotmail.com – neilarociomendez@yahoo.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Colombia

Tema: 9. Pensamiento geométrico
Modalidad: P
Nivel educativo: Primaria (6 a 11 años)
Palabras clave: Geometría, Representación, Sólidos, Figuras planas

Resumen
En el contexto de la práctica con estudiantes del grado primero de la educación básica desarrollada en el 2011 con una duración de ocho sesiones se realizaron diferentes actividades en torno al pensamiento geométrico. En una de ellas se hizo entrega a cada estudiante de 9 sólidos (ortoedro, cubo, tetraedro cada uno de tres tamaños distintos) para que ellos los manipularan y realizaran composiciones, éstas daban cuenta de objetos de su entorno; continuando se proporcionó a los estudiantes una composición con figuras geométricas (cuadrado, triángulo y rectángulo) y haciendo uso de los sólidos previamente mencionados realizaron representaciones de dicha composición en tres dimensiones. A partir de lo anterior se presenta un póster en el cual se desarrollan dos aspectos, por un lado un cuadro en el que se muestra algunas características de los niveles del matrimonio Van Hiele (1986, citados por Fouz 2005) en los que se consideró se encontraban los estudiantes, además las habilidades y procesos de visualización que presenta Gutiérrez (1992) citando a Del Grande (1990) y a Bishop (1989); por otro lado se exhiben algunas evidencias de las acciones de los estudiantes en torno a la actividad anteriormente nombrada.

Contextualización

En el proceso de formación para docentes de matemáticas, se desarrolló una experiencia de aula con estudiantes de grado 103 en una institución pública en Bogotá (Colombia), en ésta se reflexionaba sobre el uso del recurso didáctico como "medio o recurso que se usa en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas" (Godino, J., 1998); tuvo una duración de 8 sesiones de clase en las que se pretendía que el estudiante se apropiara del espacio considerando lo que manifiesta Brousseau (citado por Godino, J. y Ruiz, F., 2002) en cuanto a las tres variables del tamaño del espacio con el cual se interactúa[1] y el paso de las representaciones bidimensionales a tridimensionales y viceversa, aplicando

[1] Micro-espacio (próximo al sujeto, puede acceder a los objetos para su manipulación), Meso-espacio (los objetos permanecen fijos y se utilizan como puntos de referencia), Macro-espacio (los objetos permanecen fijos, el sujeto se desplaza, se abarca a través de visiones parciales)

nociones de situación y topológicas; dicha experiencia se registró en una secuencia de actividades[2].

Para cada una de las sesiones de clase se diseñaron guías (materiales grafico-textuales-verbales) y para una de las sesiones de clase, se construyeron sólidos como cubos, ortoedros, pirámides de base triangular y rectangular, en dos materiales distintos: propalcote de 300 gr y porcelanicrón, de cada uno se diferenciaba tres tamaños (grande, mediano y pequeño). Este trabajo da cuenta de algunas de las acciones de los estudiantes con el recurso en porcelanicrón, sobre este se expresa la función en la actividad estableciendo la relación entre el pensamiento y las situaciones (Tabla 1)

	Función
Manipulativo tangible (sólidos) 	A través de la manipulación de los sólidos el estudiante identifica sus principales características y junto con la observación y habilidades de dibujo llegue a la representarlos en dos dimensiones, de modo que formen parte de una configuración geométrica, y con ésto reforzar nociones topológicas.

Tabla 1: Clasificación del recurso (Godino, J., 1998)

Este recurso formaba parte de una actividad cuyo propósito era la realización de composiciones por parte de los estudiantes con los sólidos entregados, y luego plasmarlos en dos dimensiones; un segundo momento de la actividad consistió en hacer el proceso inverso es decir, dada uno un dibujo en dos dimensiones el estudiante debía representarlo en tres dimensiones.

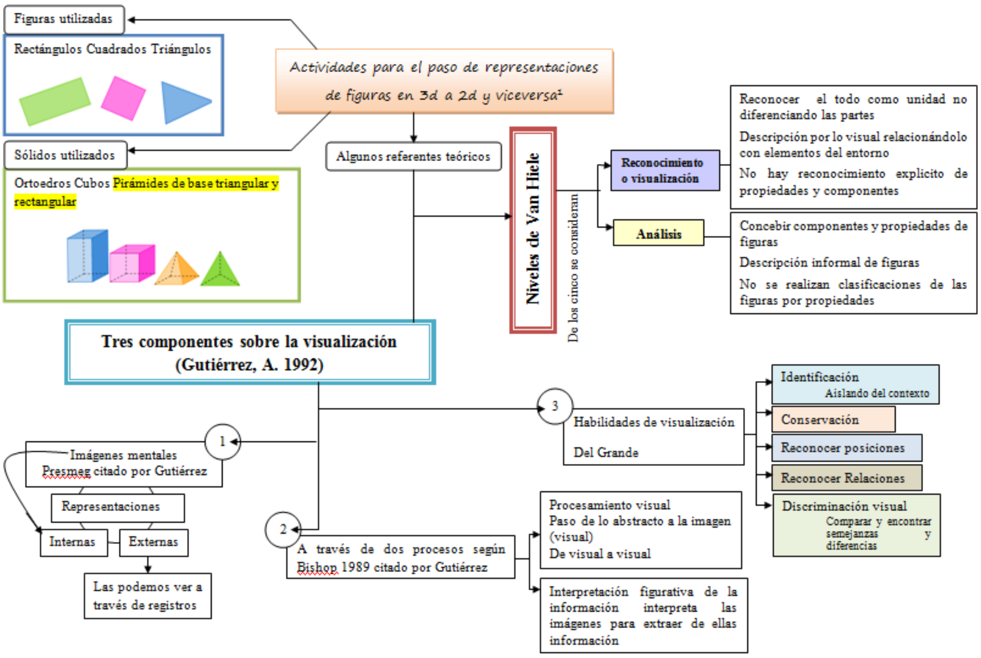
Soporte Didáctico

El matrimonio Van Hiele presentó un modelo en el que se caracteriza el desarrollo del pensamiento geométrico, y es independiente de la edad. Éste consta de cinco niveles de los cuales se considera el denominado *visualización* ya que con una actividad de diagnóstico aplicada a los estudiantes se encontró que ellos reconocían las figuras geométricas por su forma mas no por las propiedades de éstas. En relación a este

[2] Titulada *Representaciones 2d a 3d, y Viceversa, Nociones De Situación y Topológicas, Para la Adquisición del Espacio en el Grado Primero del Colegio Distrital Alberto Lleras Camargo* (documento sin publicar) presentado por Bohórquez, , Hernández, Méndez, Mendoza, y Quintero (2011) como trabajo final del espacio de formación Práctica Intermedia II en el quinto semestre de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

modelo, Hoffer citado por Barcia y León (s.f.) presenta unas habilidades geométricas correspondientes a cada nivel, en aspectos como lo visual, lo verbal, la lógica, el dibujo y la aplicación.

Respecto a lo visual, expresa *reconocer diferentes figuras en un dibujo, reconocer información contenida en una figura,* en relación a ello Ángel Gutiérrez (1992) presenta las habilidades y procesos de visualización; sobre las habilidades cita a Del Grande (1990) el cual presenta siete habilidades: *coordinación motriz, identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de la posición de un objeto en el espacio, reconocimiento de relaciones espaciales, memoria espacial y discriminación visual* (pp.46-47). En la imagen se resume algunos de esas habilidades que se consideraton para el análisis de las acciones de los estudiantes.



Creación de Bohórquez y Méndez (2012) Basada en la experiencia de aula de Lina Bohórquez y Neila Méndez con estudiantes del grado primero en el año 2011 y las lecturas de Gutiérrez, A. (1992) y Fouz F. (2005)

[1]Ésta información se recopiló en la unidad didáctica titulada *Representaciones 2d a 3d, y Viceversa, Nociones De Situación y Topológicas, Para la Adquisición del Espacio en el Grado Primero del Colegio Distrital Alberto Lleras Camargo* (documento sin publicar) presentado por Bohórquez, , Hernández, Méndez, Mendoza, y Quintero (2011) como trabajo final del espacio de formación Práctica Intermedia II en el quinto semestre de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

Momentos de la clase

Momento 1

1. Se organiza el grupo de forma individual

2. Se le entrega a cada estudiante 15 sólidos (tres de cada uno: cubo, pirámide, paralelepípedo) de tres tamaños distintos (grande, mediano y pequeño)

3. Los estudiantes deben realizar dos composiciones diferentes con los sólidos que se les entrega y en una hoja blanca han de representar en dos dimensiones la composición tridimensional que realizan.

Momento 2

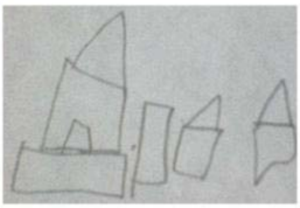
Se proporciona a los estudiantes una composición con figuras geométricas (cuadrado, triangulo, círculo y rectángulo) y haciendo uso de los sólidos previamente entregados, han de representar dicha composición en tres dimensiones; se hará entrega de dos composiciones diferentes una para cada fila intercalada.

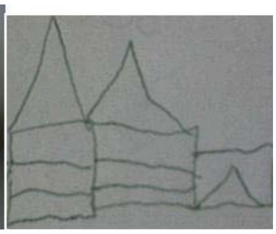
	Función	**Hipótesis de Aprendizaje**
Manipulativo tangible (sólidos)	A través de la manipulación de los sólidos el estudiante identifica sus principales características y junto con la observación y habilidades de dibujo llegue a la representarlos en dos dimensiones, de modo que formen parte de una configuración geométrica, y con ésto reforzar nociones topológicas.	Hacer una representación bidimensional de un objeto tridimensional y viceversa. Reforzar nociones topológicas de orden, vecindad, separación y envolvimiento.
Representaciones gráficas que evocan sólidos que conforman	Por medio de la observación de las figuras que componen el todo, los estudiantes identificaran la posición de cada uno de los sólidos y su correspondiente representación bidimensional.	Reconocer información contenida en una figura. Reconocer diferentes figuras en un dibujo Identificar una figura como parte de una mayor.

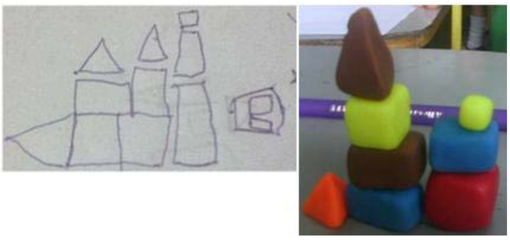
Tabla 2: Clasificación del recurso según Godino (1998)

Análisis de las acciones de los estudiantes

Las composiciones realizadas por los estudiantes daban cuenta de objetos de su entorno en su mayoría casas y objetos que se encuentran en ese lugar como lo es la nevera, el televisor, el computador, etc. Los estudiantes al representar sus composiciones tridimensionales en dos dimensiones, evidencian que su nivel de representación de objetos tridimensionales corresponde a la esquemática plana en la que según Gutiérrez (1998, p.12) “se presentan la figuras dibujando una de sus caras”

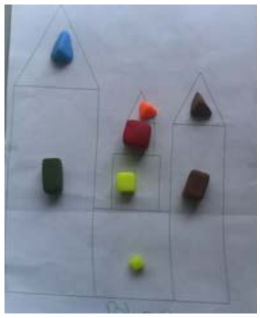





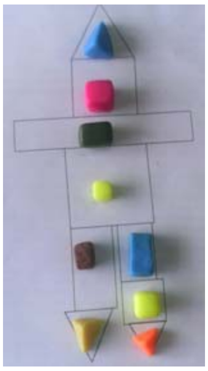


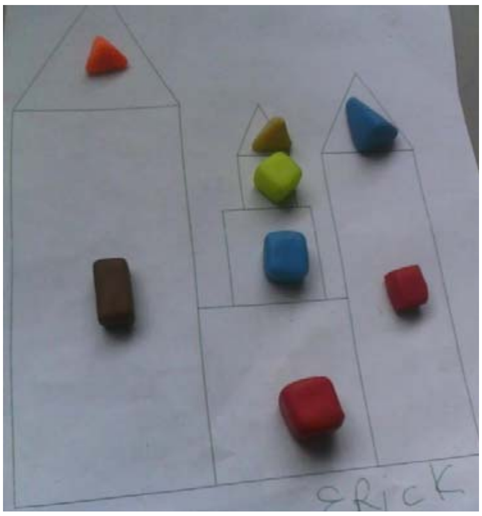
En la evidencia se puede observar la representación realizada por el estudiante de su composición con los sólidos sin embargo repitió lo que se encuentra encerrado en la imagen

A través del uso de la habilidad de identificación visual, que da cuenta de reconocer una figura aislándola de su contexto, en este caso la forma de las caras en cada sólido, esto hace alusión a la habilidad aplicada que Hoffer presenta para el nivel de reconocimiento en el modelo Van Hiele: “identificar formas geométricas en objetos físicos”. Algunos estudiantes hicieron un dibujo alusivo a la idea que querían representar, es decir parecido al objeto real y no “apegado” a los sólidos dados.



Algunos estudiantes no tuvieron en cuenta los tamaños, no obstante la totalidad de ellos asoció un sólido con una figura plana que correspondía correctamente a las caras de los sólidos; al preguntarle a los estudiantes sobre los tamaños, descubrían que no habían tomado en consideración esa característica, por ello comenzaban a comparar las figuras y de este modo identificar los tamaños, para hacer la correspondencia entre el tamaño de la figura geométrica y el sólido correspondiente con ese tamaño y cara, con esto se hizo uso de la habilidad de discriminación visual, definida como “la habilidad que permite comparar varios objetos identificando sus semejanzas y diferencias visuales” (Gutiérrez 1992, p.3)





En esta imagen se puede ver cómo el estudiante asoció cada uno de los sólidos con una figura geométrica de la composición, se puede apreciar como los tamaños de todas las figuras son acordes a los de los sólidos.

Consideraciones

Esta actividad desarrollada con estudiantes del curso 103, en el año 2011, nos permitió a cercarnos al diseño de materiales como el que se presenta en este documento, con los cuales los estudiantes interactuaron y dieron evidencias del uso de habilidades como la discriminación al momento de reconocer los tamaños y hacer la correspondencia con la imagen y el sólido. Fue enriquecedora en nuestra formación como docentes, el compartir con los estudiantes, cuestionarles y orientarles en su trabajo y luego hacer un contraste entre lo teórico y lo experimental con el fin de analizar sus acciones.

Referencias bibliográficas

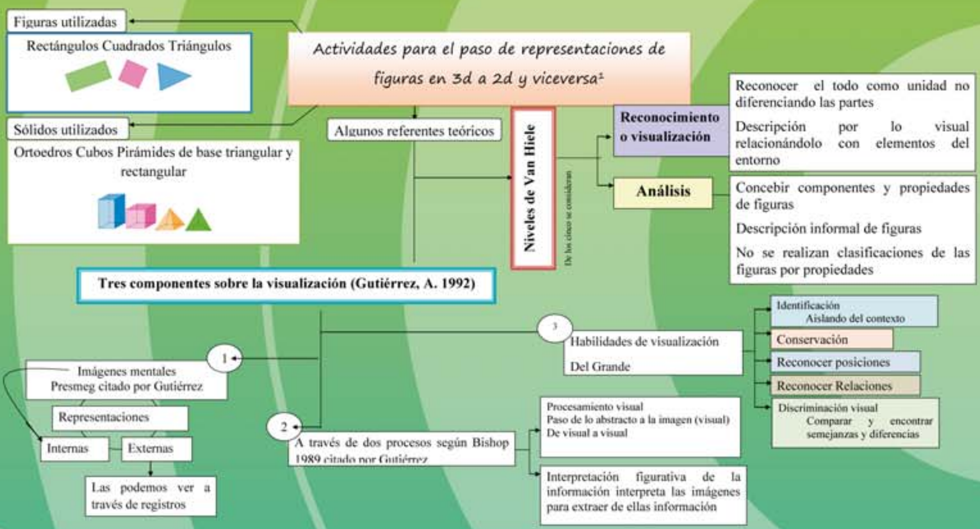
Barcia, J., y León R. (s.f.). *La habilidad de reconocimiento geométrico de figuras compuestas en los escolares primarios*

Godino, J. (1998). *Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas.* Portugal.

Godino, J. y Ruiz, F., (2002). *Geometría y su didáctica para maestros.* Departamento de Didáctica de la matemática. Universidad de Granada. España. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf

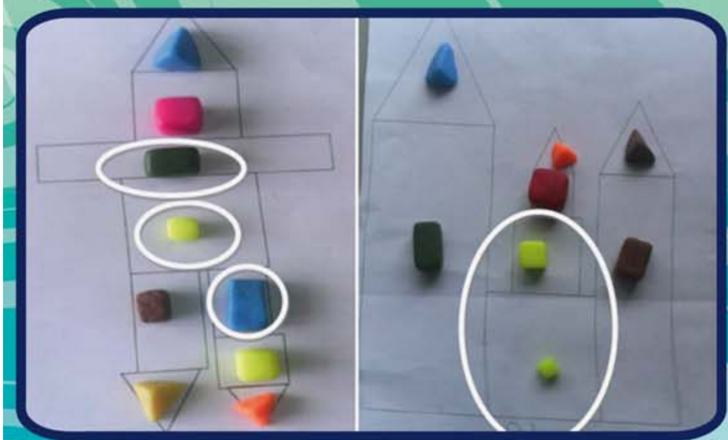
Gutiérrez, A. (1992): *Procesos y habilidades en visualización espacial, Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática: Geometría*, pp. 44-59.

BIDIMENSIONAL A TRIDIMENSIONAL EXPERIENCIA DE AULA DE PRIMERO DE PRIMARIA



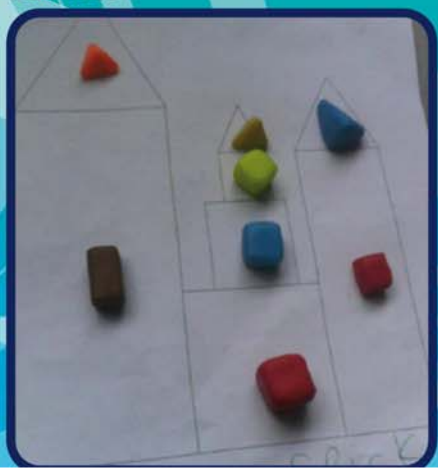
Creación de Bohórquez y Méndez (2012) Basada en la experiencia de aula de Lina Bohórquez y Neila Méndez con estudiantes del grado primero en el año 2011 y las lecturas de Gutiérrez, A. (1992) y Fouz F. (2005)

[1]Ésta información se recopiló en la unidad didáctica titulada *Representaciones 2d a 3d, y Viceversa, Nociones De Situación y Topológicas, Para la Adquisición del Espacio en el Grado Primero del Colegio Distrital Alberto Lleras Camargo* (documento sin publicar) presentado por Bohórquez, , Hernández, Méndez, Mendoza, y Quintero (2011) como trabajo final del espacio de formación Práctica Intermedia II en el quinto semestre de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)



se hizo uso de la habilidad de discriminación visual, que Gutiérrez (1992, p.3) la ha definido como "la habilidad que permite comparar varios objetos identificando sus semejanzas y diferencias visuales".

En esta imagen se puede ver como el estudiante asoció cada uno de los sólidos con una figura geométrica de la composición, se puede apreciar como los tamaños de todas las figuras son acordes a los de los sólidos



UN JUEGO TRADICIONAL PERO DIFERENTE: EXPOINC

Luisa Beltrán - María Belén Beltrán
kiluina@yahoo.es - belenbeltran2012@hotmail.com

Tema: Modelización de la realidad
Modalidad: Feria Matemática (F)
Nivel Educativo: Medio
Palabras Clave: Juego – funciones – exponencial - registros

Resumen

EXPOINC es un juego de naipes que propone trabajar con funciones exponenciales, manejando a la vez los distintos registros de representación. El objetivo del juego es lograr determinar una cuaterna Gráfico-Tabla de valores-Expresión analítica-Aplicación a contexto real. Este juego motiva la participación simultánea y fomenta la agilidad para relacionar esos registros y tomar decisiones rápidamente.

Fue testeado en alumnos de 5º año y resultó atrapante para ellos.

"Al igual que las ciencias, las matemáticas son una especie de juego donde el universo hace de contrario. Los mejores matemáticos y los mejores profesores de matemática son, evidentemente, quienes mejor comprenden las reglas del juego y gozan experimentando la emoción de jugar."(Martin Gardner)

Objetivos pedagógico – didácticos de EXPOINC

Que los alumnos:

- Logren relacionar los cuatro registros de representación (analítico, verbal, tabular, y gráfico) de funciones exponenciales basadas en situaciones de la vida cotidiana y en aplicaciones a otras ciencias.
- Comprendan y visualicen las distintas representaciones, logrando relacionarlas rápidamente.
- Logren argumentar y justificar sus elecciones

Contenido

40 cartas de diferentes colores. Cada color corresponde a un registro de representación (verde: representación analítica, roja: representación gráfica; azul: representación verbal y amarilla: representación tabular).

Objetivo del juego

El equipo que complete primero correctamente su juego de tarjetas (los cuatro registros de la misma función), y fundamente dicha elección, será el ganador del juego.

Preparación

Los participantes se colocan alrededor de una mesa.

Se barajan las cartas y se reparten cuatro a cada participante (puede ser un grupo de hasta cuatro personas, en ese caso le llamaremos grupo participante).

Se da un tiempo de 5 minutos para que el participante – o grupo participante- analice qué cartas no le sirven (cartas "sobrantes").

Desarrollo del juego

Cada participante coloca una de las cartas sobrantes con el lomo hacia arriba sobre la mesa; y la pasa al participante de su derecha diciendo "OINC VA".

Cada participante recoge la carta y rápidamente analiza si le sirve o es "sobrante", y se vuelve a repetir el mismo procedimiento.

La mano termina cuando uno de los participantes (que haya completado las cuatro cartas que corresponden a la misma función), dice "OINC" y coloca su mano con la palma hacia abajo en el centro de la mesa. El participante debe mostrar y explicar su elección. Si es correcto, es decir, los cuatro registros corresponden a la misma función, el participante consigue una letra –en orden- de la palabra EXPOINC.
El participante que complete primero la palabra será el ganador.

Referencias bibliográficas

- Charnay, R. (1995). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. y. Parra, *Didáctica de matemáticas. Aportes y Reflexiones.* Buenos Aires: Paidós (Material disponible en la guía del curso de Didáctica I- Profesorado Semipresencial, 2010).
- Gardner, M. (1985). *Circo Matemático, 2ª Ed. de bolsillo.* Madrid: Alianza.
- Gómez, I. (2000) *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Editorial Narcea

- Landau, E. (2007) *Elecciones creativas*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Noveduc
- Ochoviet, C. *Los registros de representación semiótica*: *El caso de las funciones* (Material disponible en la guía del curso de Didáctica II- Profesorado Semipresencial, 2011).
- Ochoviet, C; Olave, M. (2006) *Matemática 4*. Montevideo, Uruguay: Editorial Santillana
- Paenza, A. (2009) *Matemática… ¿estás ahí? Episodio π.* Buenos Aires, Argentina: Siglo XXI editores
- Paenza, A. (2010) *Matemática… ¿estás ahí? La vuelta al mundo en 34 problemas y 8 historias.* Buenos Aires, Argentina: Siglo XXI editores
- Varela, C. (2004) *Juegos en MATEMÁTICA*. Montevideo, Uruguay: Editorial Monteverde
- Zapico, I et alt. (2006) *Matemática en su salsa: Historia, arte y juegos*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Lugar.

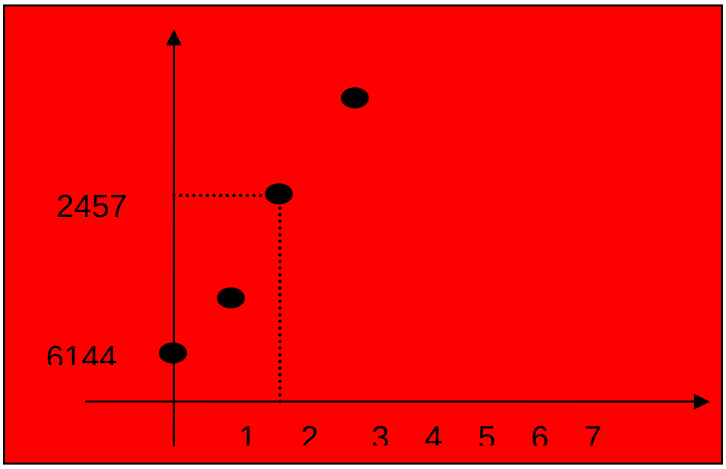
Sitios Web

- *http://www.clame.org.mx/documentos/alme19.pdf*
- *http://www.gpdmatematica.org.ar*
- *http://www.librosvivos.net*
- http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm De Guzmán, M. *El papel del juego en la educación matemática*
- *http://www.youtube.com/watch?v=Qtt6l-RMwxk*

Imágenes

La población de una especie en extinción se reduce cada año a la mitad. Al cabo de 9 años quedan 12

x	f(x)
0	6144
1	3072
2	1536
8	24



$$f : N \to R \, / \, f(x) = 512.\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$$

EXPOINC

EXPOINC

IZSOGOOL

Néstor Colina – Franco Mariani
nescolina@gmail.com - francomar_88@hotmail.com
Instituto de Profesores "Artigas" (IPA) – Uruguay

Tema: Pensamiento geométrico.
Modalidad: F
Nivel educativo: Medio (11 a 17 años).
Palabras clave: Juego Isometrías.

Resumen

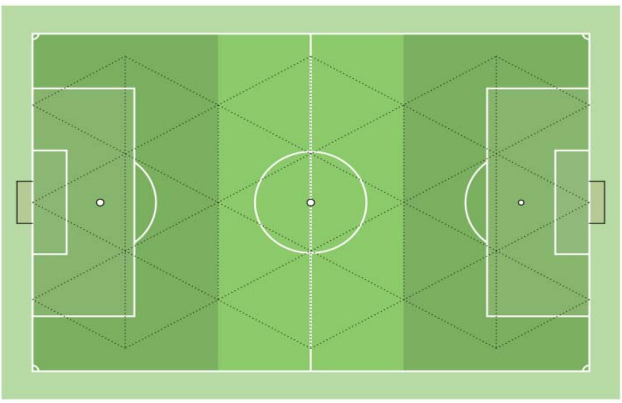
El juego implica la puesta en práctica de isometrías de algunas figuras geométricas en el plano, teniendo como objetivo el reforzamiento del concepto en un momento de diversión y distensión. Además se pretende lograr una interacción entre los compañeros que mejore y facilite la relación entre ellos y también con la matemática. El mismo consiste básicamente en realizar movimientos (rotación y traslación) dependiendo de un dado, el cual tendrá sobre sus caras además de los movimientos anteriores, "faltas" y "pierde la pelota". Como es una adaptación del fútbol, las reglas serán análogas a las de dicho deporte.

Descripción

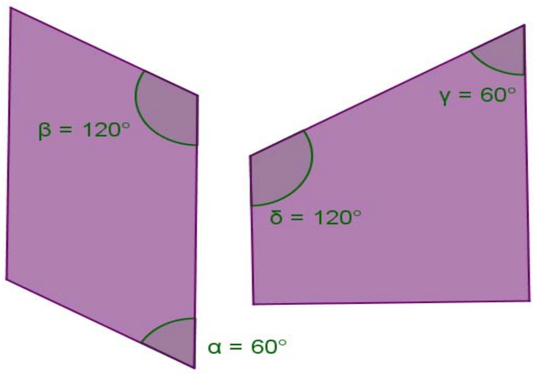
Tablero de juego

El tablero representa una cancha de fútbol, dentro de él se ubicarán puntos estratégicos (vértices de los triángulos equiláteros que componen una especie de red que actuará como guía para realizar las isometrías) adecuados a la dinámica del juego.

Las dimensiones del tablero serán de 85 cm por 50 cm, las líneas que delimitan el campo tendrán un espesor de 5 mm y se ajustarán a escala con las medidas reales de un campo de fútbol. El material que constituirá dicho tablero será una lámina de metal, pues las figuras estarán imantadas con la finalidad de que al realizar los movimientos las piezas no muevan las del otro equipo.



El tablero tendrá distintos tonos de verde, (como se observa en la figura) para indicar zonas dentro del juego, porque en caso que se cometan "faltas", la severidad de la sanción dependerá de la posición de las figuras en dichas zonas.



Las fichas (figuras geométricas)

Las fichas representarán paralelogramos, trapecios birrectángulo, y las dimensiones de ellas coincidirán en al menos un lado con las medidas de los lados de los triángulos. El material de las mismas será láminas de imanes con un recubrimiento de goma Eva. La amplitud de los ángulos interiores será de 60º, 120º, y 90º.

Cómo se juega

Al comenzar el juego se lanza una moneda para determinar qué equipo comenzará a lanzar el dado (dodecaedro regular), éste indicará el movimiento de las fichas de cada equipo. Las siguientes son las opciones presentadas en las caras del dado.

Acciones	Condiciones	Sentido
Rotación	60º	Horario
Rotación	120º	Horario
Rotación	60º	Antihorario
Rotación	120º	Antihorario
Traslación	*v* *	...
Traslación	2*v*	...
Comete infracción	...	...
Comete infracción	...	...
Pierde la pelota	....	...
Elige movimiento	...	...
Elige movimiento	...	...

*v es la medida correspondiente a la medida del lado del triángulo equilátero.

Reglas

Isometría

- Si la isometría es realizada en forma incorrecta, (deberá ser detectada por los integrantes del equipo rival) "perderá la pelota", es decir le tocará el turno al otro equipo.
- Si se realizada en forma correcta, sigue jugando el equipo, pero alterna con el compañero (es obligatorio que esto ocurra), y así sucesivamente hasta convertir el gol.

Faltas

Esta opción se encuentra en dos de las caras del dado, por lo tanto el dado indicará cuando el jugador comete una falta.

Si la falta se comete en la:

- **Zona 1** o "área grande", se sancionará "tiro penal". El equipo que ejecuta el "tiro" convertirá el gol si responde correctamente a una pregunta (verdadera o falsa) que será realizada por el equipo contrario, que estará en un mazo de cartas del mismo color que el de la zona.
- **Zona 2** o "verde", aquí se sancionará "tiro libre". Será similar a la acción del tiro penal diferenciándose únicamente en el nivel de las preguntas (múltiple opción), ubicadas en el mazo de color correspondiente.
- **Zona 3** o "verde oscuro". Nuevamente la sanción será "tiro libre", pero la diferencia con la anterior es que las preguntas no tendrán ninguna opción.

Nota: las acciones que se detallaron anteriormente para las faltas, solamente corresponderán siempre que la ficha esté ubicada en su medio campo, de lo contrario, si comete una falta y se encuentra en la otra mitad del campo simplemente perderá el turno.

Elige Isometría

Esta opción presente en dos de las caras del dado permite:

- Elegir la isometría, dentro de las opciones planteadas, más conveniente para realizar el objetivo.

Pierde la pelota

A diferencia de “elige isometría” y “comete falta” ésta opción solamente estará en una de las caras del dado que otorgará:

- Al equipo contrario que inicie o continué su “ataque”.

Nota: si por alguna razón no se pudiera realizar el movimiento indicado por el “dado”, sea porque los espacios están ocupados por otra ficha o porque sale fuera del campo, se quedará en su lugar y perderá el turno.

El gol será convertido de algunas de las formas antes mencionadas, o llegando hasta el punto ubicado en el arco contrario. En caso de convertir el gol, la ficha que convierte el gol vuelve su propio arco para realizar un nuevo ataque.

Finalmente, ganará el equipo que hace más goles en un tiempo determinado.

CORRIDA DO SEGUNDO GRAU

Maria Cristina Rullan Maciel, Arno Bayer
cristinarullan@gmail.com, arnob@ulbra.br
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA – Brasil

Tema: Pensamiento Algebrico
Modalidad: Feria de Matemática (F)
Nível educativo: Medio (11 a 17 anos)
Palavras chaves : Jogos, Ensino da Matemática, Aprendizagem.

Resumo

Os jogos matemáticos aplicados na sala de aula como metodologia do processo ensino-aprendizagem visa uma maior participação do aluno, onde eles se sentem críticos , criativos ,reflexivos e atuantes no processo, onde vão interagir, desenvolver habilidades, criatividade e se sentirem motivados.Um dos tantos objetivos da Educação Matemática é melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem da disciplina. A utilização de jogos matemáticos como estratégias vem aportando grandes resultados, já que, o jogo faz parte do aprender ,e é uma metodologia que não permite ao aluno ser passivo, pois ele vai ter que analisar regras e estratégias para realizar a melhor jogada. Com a intenção de conseguir uma aprendizagem prazerosa e significativa, para os alunos da 8º série da E. E. E. F. Lisboa, Canoas , RS, elaborei o jogo"Corrida do 2º Grau", para dessa forma contextualizar o conteúdo já abordado.

Desenvolvimento

O uso de jogos no ensino da Matemática tem-se mostrado uma ferramenta eficaz para o trabalho com adolescentes com o objetivo de fazer com que gostem de aprender Matemática, mudando a rotina de sala de aula e despertando o interesse e a motivação do aluno envolvido. O currículo deve possibilitar ao aluno a busca e a construção de conhecimentos cognitivos, a partir disso o professor de Matemática deve se conscientizar de que os conteúdos abordados na sala de aula , só se transformarão em conhecimentos a partir do momento que o aluno encontra uma significação do que está aprendendo. Por isso , é preciso abordar uma concepção construtivista , ou seja, voltada a uma ação construtora do aluno, para que assim ele possa organizar e integrar novos conhecimentos aos já existentes. No modelo construtivista defendido por Piaget (apud D'Ambrósio, 1990), para aprender alguma coisa é necessário partir dos conhecimentos que a criança já sabe. Grando (2004) afirma que o jogo pode ser utilizado como um instrumento facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação. Neste sentido, a expressão facilitar a aprendizagem está associada à necessidade de tornar atraente o ato de aprender. Borin (1996) ressalta que o jogo tem papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio como organização, atenção e concentração, necessárias para a aprendizagem, em especial da Matemática, e também para a resolução de problemas em geral .O jogo que apresento se chama “Corrida do segundo grau” e tem como finalidade a fixação de resolução das equações do 2º grau completas e incompletas. Foi desenvolvido e aplicado na Escola Estadual de Ensino Fundamental Antonio Francisco Lisboa , no município de Canoas , Rio Grande do Sul , Brasil ; numa turma de 8ª série (T82) , que conta com 20 alunos. O jogo foi aplicado na turma para suprir as listas de exercícios, que tornam a aula monótona e pouco atrativa e dessa forma motivar os alunos, a trocar idéias na resolução dos exercícios propostos no jogo.Este jogo consta de uma trilha, um dado , um peão para cada dupla ; 10cartelas amarelas, 10 cartelas vermelhas , 10 cartelas azuis e 10 cartelas laranjas com questões (separadamente na mesma seqüência estarão as respostas das questões) e uma ampulheta para marcar o tempo de resolução das questões . O número de participantes para o jogo é de 4 duplas. Cada participante lança o dado e quem tirar o maior número inicia o jogo. Cada dupla coloca seu peão no ponto de partida. A dupla que começar o jogo lança o dado que indicará o números de casas que o jogador deverá avançar, se ele cair em uma casa que tenha alguma orientação, terá que ler a orientação que poderá ser de passar a vez ou de retirar uma cartela. Se tiver que retirar uma cartela , a mesma conterá uma equação que deverá ser resolvida no tempo determinado pela ampulheta que é de 4 minutos .A ficha deve ser mostrada para todas as duplas . Se o tempo terminar e quem estava jogando não conseguiu resolver a questão ou disser a resposta errada, a primeira dupla que dizer a resposta certa avança o valor indicado no dado. Vencerá o jogo a dupla que encontrar primeiro a chegada.

Considerações finais

Reconhecemos que a matemática pode ser ensinada de forma criativa e divertida, gerando prazer não só em quem aprende , mas também em quem ensina. O papel do professor em sala de aula não é só o de transmitir conteúdos, e <u>indicará</u> sim saber quais são as dificuldades dos alunos e tentar solucioná-las. O jogo Corrida do 2º grau faz com que o aluno desenvolva habilidades, <u>explore</u> o raciocínio lógico , o companheirismo, o respeito , ajuda mútua e a convivência em grupo; porém precisa ser planejado e aplicado pelo professor da melhor forma possível.

Bibliografia

BORIN, Júlia. Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática. 5ª. ed. São Paulo: CAEM / IME-USP, 2004, 100p.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: Da teoria à prática. 14ª ed. Local de publicação: Papirus, 2007.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática. São Paulo. Ática. 1990.1ª edição.

DANTE, Luiz Roberto. Didática da matemática na pré-escola. 1ª ed. São Paulo: Ática, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: vivência e construção. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2005.

GRANDO, Regina Célia. O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula. São Paulo :Paulus, 2004.

MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª série): matemática. Secretaria de Educação.Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1997.

MOYSÉS, Lucia. Aplicação de Vygotsky à educação Matemática. São Paulo,Campina: Papirus, 2003.

SCHLIEMANN, Analúcia dias; CARRAHER, David Wwilliam; CARRAHER, Terezinha Nunes. Na vida dez na escola zero. 10ª ed. São Paulo: Cortez, 1995.

TÓTEM MATEMÁTICO

Franca Levin
franca.levin@gmail.com
Instituto de Profesores Artigas - Uruguay

Tema: Pensamiento algebraico
Modalidad: F
Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)
Palabras clave: operatoria con números enteros

Resumen

El "Tótem Matemático" es un juego de mesa diseñado para ejercitar la operatoria con números enteros de una forma dinámica y divertida, motivando a los participantes a pensar y actuar rápidamente. Gracias a la metodología que se plantea no hay lugar para el "no me sale" o "no sé cuánto es" que tan presentes se hacen con los ejercicios cotidianos de operatoria. La competencia en este caso es un fuerte incentivo para realizar un mayor esfuerzo y predisponerse de otra forma a la hora de realizar ejercicios matemáticos, generando un redescubrimiento personal en cada uno de los participantes.

Introducción

La palabra juego proviene del latín *iocus*, que significa broma. Afortunadamente ese no es el significado que le atribuimos hoy día a los juegos. El juego es interacción, es diversión, es aprendizaje. También es él, somos nosotros, soy yo y mi comportamiento con el otro. Juego es respeto y competencia. Juego es adrenalina y emoción. Juego es el universo donde los chicos son grandes y los grandes son chicos. Juego es realidad y ficción. Juego es control de las acciones propias en función de las reglas establecidas. Juego es libertad y disciplina. Juego es muchas cosas, pero no es broma.

¿Qué es el juego?

Concepto de juego elaborado por el Centro La Mancha

"El juego es una actividad libremente elegida que otorga el permiso de transgredir normas de vida internas y externas; es un satisfactor sinérgico de necesidades humanas, en una dimensión individual y colectiva, con alcance en el plano social, cultural y político.

Libremente elegida porque el sujeto elige si entra o no en la situación de "jugar", se incluye por deseo propio en el ambiente generado por la propuesta o queda por fuera de ella, aceptado o no participar; de otro modo solo estaría cumpliendo una consigna. Desde la elección de estar y ser parte, empieza a ejercer un grado de libertad que es implícito y esencia de la acción del "jugar". (…) Entendemos también que el Juego es una poderosa herramienta de libertad, al permitirnos situarnos en una situación ficticia creada y vivida por nosotros, que puede transformarnos, descubrirnos, descubrir al otro, extender los límites de lo posible, de lo cuidadosamente resguardado, de lo peligrosamente deseado. Jugar a dudar sobre nosotros mismos, tomarnos la autorización para salir del lugar fijo de la certeza, apostar a la contradicción como una posibilidad constructiva, creer en caminos divergentes del pensamiento como valoración de lo múltiple y de lo plural, nos abre una ruta de cambios.

Decimos que el Juego es esencialmente una permiso, una autorización para trasgredir normas de vida internas y externas. Cuando hablamos de trasgredir queremos decir infringir, quebrantar, violar algo así como una ley, una norma ética o de conducta, un límite, un estilo. Salirse de lo estipulado y aceptado: romper con algo que está escrito o que sin estarlo, forma parte de creencias y /o verdades asumidas.

(…) Decir finalmente si algo de una determinada vivencia de juego me lo apropio como experiencia deseable de repetir es un ejercicio que trasladado a otras experiencias y conductas humanas, nos coloca frente a la posibilidad de manejar un mecanismo de modificación profunda de la realidad: el juego.

(…)En la medida que el individuo cuando juega se permita vivir, sentir, actuar de un modo distinto que el usualmente autorizado, seguramente recurrirá a soluciones creativas, se exigirá más, encontrará nuevas soluciones y tal vez descubiertas estas capacidades, las incorpore a su cotidianeidad, enriqueciendo de este modo sus experiencias vitales, placenteras tanto internas como colectivas"

(…)Es necesario generar nuevas pautas culturales y es posible y deseable hacerlo a través del juego. La transitoria salida de la realidad de un planteo lúdico es aparente: dentro de una situación ficticia seguimos siendo nosotros mismos y si vivimos el proceso con intensidad y entrega, los cambios experimentados pasan a ser parte nuestra y no del personaje que representamos."[1]

Cuando los métodos más "tradicionales" no logran resultados significativos es necesario apelar a otro tipo de mecanismos. Creo que el juego es sin duda una excelente variante que no solo sirve al docente para los fines puntualmente académicos sino también para

[1] Concepto de juego de La Mancha – Comentarios y otros. 1994 (Centro De Investigación Y Capacitación En Recreación, Juego Y Campamento La Mancha, Montevideo Uruguay)

la formación de ese ser social que la escuela está llamada a formar y pocas veces los docentes se acuerdan.

Los juegos en la educación matemática

A lo largo de la historia los juegos han aportado sustancialmente a la construcción matemática. Si bien cierta rama de matemáticos niega estas consideraciones, no es descabellado si uno lo piensa desde el punto de vista estructural. Muy fácilmente podemos ver a la matemática como un gran juego. Complejo, abstracto e infinito, pero un juego al fin.

Partiendo de esta base logramos ver más fielmente la relación matemática – juego que de todas formas siempre ha existido. Desde los antiguos pitagóricos, los matemáticos han estado ligados a la actividad lúdica.

Pero no solo se trata de la relación matemática - juego a nivel estructural, sino también en cómo puede incidir la actividad lúdica en el proceso de aprendizaje matemático. Según Miguel de Guzmán "…especialmente en la tarea de iniciar a los más jóvenes en la labor matemática, el sabor a juego puede impregnar de tal modo el trabajo, que lo haga mucho más motivado, estimulante, incluso agradable y, para algunos, aún apasionante"[2].

Este aspecto es, a mi juicio, el más importante en nuestro contexto. El solo hecho de romper con la rutina, con la estructura y lo debidamente estipulado es de por sí un fuerte disparador de motivación e interés por parte de los estudiantes. Aprender a aprovechas esta motivación es tarea de los docentes; porque no se trata únicamente de "jugar por jugar" sino con criterio y fundamento.

El otro punto que menciona de Guzmán en el artículo "Juegos Matemáticos en la enseñanza" hace referencia con la influencia social del juego. En la medida que este se trabaje en un ambiente apropiado, el aporte al relacionamiento entre pares y con respecto al docente es invalorable. "El objetivo fundamental consiste en ayudar a los niños a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas, de modo armonioso. Y para ellos nuestro instrumento principal debe consistir en el estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas

[2] De Guzmán, M. *Juegos Matemáticos en la enseñanza*. Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid.

actividades que mejor pueden conducir a la adquisición de las actitudes básicas más características que se pretende transmitir con el cultivo de cada materia.”[3]

Es entonces que la utilización de juegos en actividades lúdicas nos aporta una herramienta absolutamente rica en contenido y en efecto.

Tótem Matemático – Juego diseñado para la propuesta

Materiales: 90 cartas, un tótem.

Jugadores: 5 - 16

Como jugar

Se reparten las cartas equitativamente entre todos los jugadores. La cantidad de cartas para cada uno dependerá del número de jugadores y del tiempo que se le quiera dedicar a la partida.

Cada jugador coloca su mazo en la mesa, con las cartas boca abajo situadas frente a él, y se coloca el tótem en el centro, al alcance de todos.

Por orden y en sentido anti horario, cada jugador irá destapando la carta superior de su mazo y la pondrá boca arriba sobre la mesa, de manera que en cada ronda solo queda visible la última carta descubierta. Es importante que la coloque de forma que todos los demás jugadores puedan verla.

Cada una de las cartas tiene una operación. En el momento que se descubran dos cartas cuyo resultado sea el mismo, los jugadores que las descubrieron deben ser rápidos para tomar tótem.

Quién se haga del tótem le dará sus cartas ya descubiertas al otro jugador. Ganará el primero que se quede sin cartas (incluidas las que están descubiertas sobre la mesa).

Por ejemplo, en el siguiente caso, el primer y el tercer jugador deberán ir por el tótem.

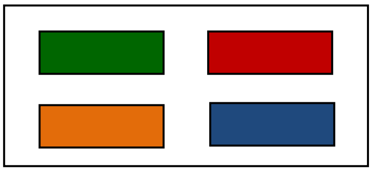
Jug 1	Jug 2	Jug 3
5 - 10	**2 - (-3)**	**4 - 9**

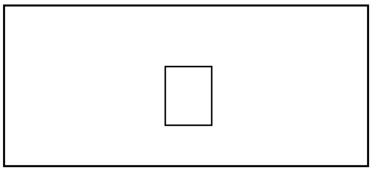
[3] De Guzmán, M. *Juegos Matemáticos en la enseñanza*. Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid

Cartas especiales

Existen tres tipos de cartas especiales.

Mientras la carta con los rectángulos de colores esté visible, en lugar de fijarse en los resultados de las cartas deberán prestar atención a los colores. Entonces será cuando hayan 2 cartas del mismo color que deberán esos jugadores tomar el tótem.



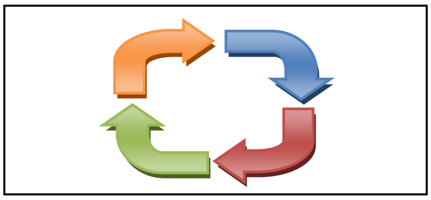


Cuando aparece una carta representativa de algún conjunto numérico todos los que tengan descubierta al menos una carta, deberán ir por el tótem, gritando el nombre de dicho conjunto.

En este caso sería "Naturales!!!!"

El primero en hacerse del tótem dejará sus cartas descubiertas a un costado y se las llevará el próximo en perder

Por último, si aparece una carta con cuatro flechas de colores, quién la descubrió deberá contar hasta tres para que todos descubran una carta simultáneamente.



Observaciones

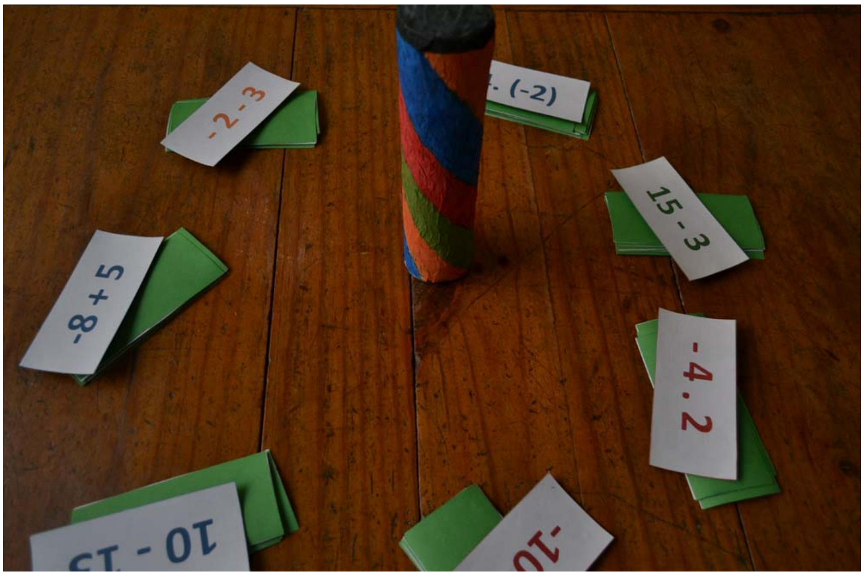
- En el caso que dos o más jugadores tomen el tótem al mismo momento; ganará quién tenga más dedos sobre el mismo. Si continúan empatados, gana el que lo sostuvo de más abajo.
- Si al momento de tomar el tótem, un jugador lo tira, este se llevará todas las cartas descubiertas de la mesa. Lo mismo sucede si un jugador intenta hacerse del tótem cuando no le corresponde o dice mal el nombre del conjunto.

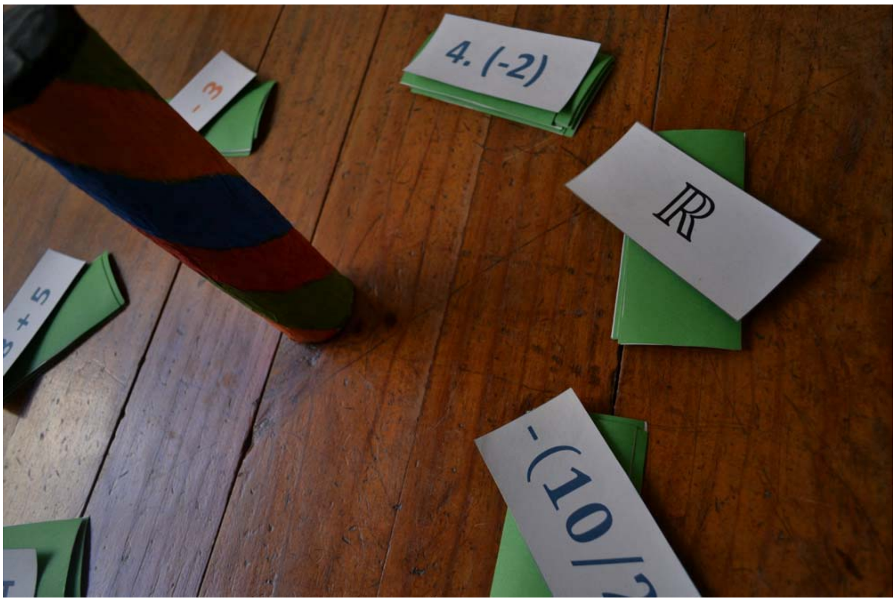
- Cuando un jugador no tiene más cartas sin descubrir toma las descubiertas, las entrevera y las pone boca abajo para seguir jugando.
- En el caso de que sean 8 o más jugadores, se puede esperar a que sean 3 o más los participantes con el mismo resultado en sus cartas para poder tomar el tótem.
- Si dos jugadores tienen la misma carta pero no se dan cuenta, el juego continúa. Si se descubren otras dos cartas iguales entre sí y uno de esos jugadores toma el tótem, podrá también darle sus cartas a los despistados. Siempre y cuando estos continúen con sus cartas iguales destapadas sobre la mesa.

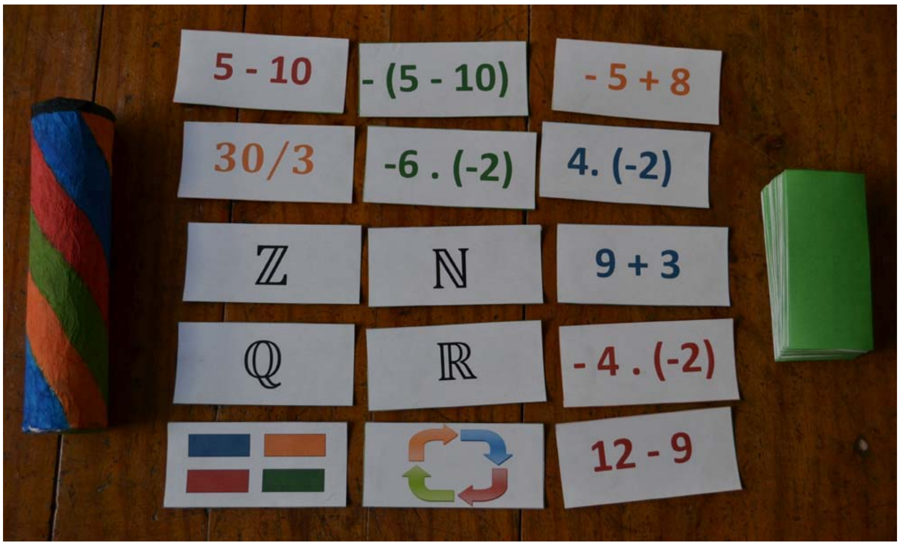
.

Anexos

Anexamos imágenes del juego







Referencias bibliográficas

- De Guzmán, M. *Juegos Matemáticos en la enseñanza*. Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid.

- De Guzmán, M. *Enseñanza de las Ciencias y la Matemáticas*. Organización de Estados Iberoamericanos (OEI). Para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

- Centro De Investigación Y Capacitación En Recreación, Juego Y Campamento La Mancha, Montevideo Uruguay. (1994) *Concepto de juego de La Mancha – comentarios y otros.*